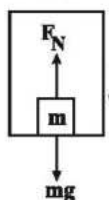


پاسخنامه
فیزیک
فصل ۲
دوازدهم



(مرتضی رحمانزاده)



5- گزینه «۲»
با توجه به جهت حرکت آسانسور، قانون دوم نیوتون را به کار می‌بریم. دقت کنید، چون حرکت کندشونده است، جهت شتاب منفی می‌شود. چون شتاب به سمت پایین است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم نیز به سمت پایین است. با توجه به نیروهای وارد بر جسم قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم، بنابراین اختلاف وزن واقعی و ظاهری جسم برابر است با:

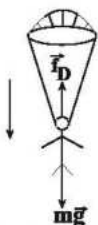
$$mg - F_N = ma$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{1}{2} \frac{m}{s} \rightarrow mg - F_N = 2 \times \frac{1}{2} = 1N$$

$$m = 2kg, g = 10 \frac{N}{kg}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

(سیر ایمان بنی‌هاشمی)



6- گزینه «۱»

طبق قانون دوم نیوتون و با توجه به اینکه جهت حرکت چتر باز رو به پایین است، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_D = ma \Rightarrow 60 \times 10 - 1500 = 60a$$

$$\Rightarrow -900 = 60a \Rightarrow a = -15 \frac{m}{s}$$

چون علامت شتاب منفی است، می‌توان نتیجه گرفت که جهت شتاب خلاف جهت حرکت جسم یعنی رو به بالاست.

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

(امیرحسین برادران)

7- گزینه «۱»

ابتدا با توجه به قانون دوم، شتاب حرکت هر گوی را به دست می‌آوریم، داریم:

$$W - f_D = ma \Rightarrow \frac{f_D}{m} = \frac{W}{m} - a$$

$$W - \frac{W}{\Delta} = \frac{W}{g} a \Rightarrow a = \frac{f}{\Delta} g$$

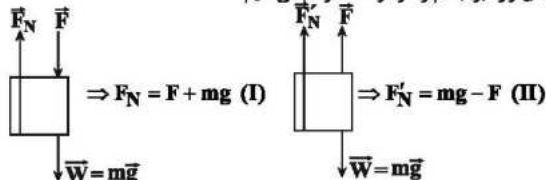
می‌بینیم شتاب هر گوی مستقل از جرم آن است و تمام گوی‌ها با شتاب یکسانی سقوط می‌کنند. بنابراین زمان سقوط و همچنین تندی آن‌ها در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

(امیرحسین برادران)

8- گزینه «۳»

نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم می‌کنیم:



با توجه به این که نیروی عکس‌العمل ۲۰ درصد کاهش یافته است. بنابراین داریم:

$$F'_N = 0.8 F_N \xrightarrow{I, II} mg - F = \frac{4}{5} (F + mg)$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{5} = \frac{4}{5} F \Rightarrow F = \frac{mg}{4} \xrightarrow{F'_N = mg - F} F'_N = \frac{3}{4} mg$$

$$\xrightarrow{\frac{m=2kg}{g=10 \frac{N}{kg}}} F'_N = \frac{3}{4} \times 20 = 15N \Rightarrow \vec{F}'_N = \frac{15}{2} \hat{j} (N)$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

1- گزینه «۳»

(سیر علی میرنوری)

در این حالت به گردن آسیب جدی وارد می‌شود که آسیب تازیانهای نام دارد و طبق قانون اول نیوتون این آسیب توجیه می‌شود.

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۰)

2- گزینه «۳»

(امیرعلی عاتق‌دانی)

مطابق شکل مقابل، بر گلوله نیروهای \vec{F}_D و $m\vec{g}$ وارد می‌شوند که برآیند آن‌ها برابر \vec{F}_{net} است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = \sqrt{(mg)^2 + (F_D)^2} = ma \xrightarrow{m=40 \cdot g=400 \frac{N}{kg}} \rightarrow a = 12/5 \frac{m}{s^2}$$

$$\sqrt{16 + F_D^2} = 0.4 \times 12/5$$

$$16 + F_D^2 = 25 \Rightarrow F_D = 3N$$

شتاب هم جهت با نیروی خالص (برآیند) است.

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

3- گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{a}' = -2\vec{a}} \vec{F}'_{net} = -2m\vec{a}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}'_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -2\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

4- گزینه «۳»

(امیرعلی عاتق‌دانی)

طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی وارد بر هر دو شخص با هم برابر است. اگر دو شخص در لحظه t به هم برسند، چون v آن‌ها صفر است، داریم:



$$l_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{|a_2|} \quad (1)$$

$$l_2 = \frac{1}{2} |a_2| t^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{|a_2|} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

9- گزینه «۴»

(سید علی مهرنوری)

برای جسمی که درون آسانسور قرار دارد در حالتی که جهت شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین باشد، وزن ظاهری از وزن واقعی کمتر است.
(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

10- گزینه «۱»

(امیر حسین برادران)

ابتدا سرعت متحرک را در لحظه $t = 1/5$ s به دست می‌آوریم، با توجه به این که متحرک در $1/5$ ثانیه اول با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \frac{\Delta x = 12m}{\Delta t = 1/5s} \rightarrow v = \frac{12}{1/5} = 60 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه جابه‌جایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت و برای بازه زمانی $1/5$ تا $4/5$ s شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_0 \Delta t$$

$$v_0 = 60 \frac{m}{s}, \Delta x = 0 - 12 = -12m \rightarrow -12 = \frac{1}{2} a \times \frac{1}{5}^2 + 60 \times \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-36 \times 2}{1} = -72 \frac{m}{s^2}$$

چون در $1/5$ ثانیه اول سرعت ثابت است برآیند نیروهای وارد بر جسم در این مدت برابر صفر است و بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون و با توجه به این که در لحظه $t = 1/5$ s جهت نیروی \vec{F}_p برعکس می‌شود.

$$0 \leq t \leq 1/5s: \vec{F}_1 + \vec{F}_p + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow -12i + \vec{F}_p + \vec{F}_r = 0$$

$$\Rightarrow \vec{F}_p = 12i - \vec{F}_r \quad (I)$$

$$t > 1/5s: \vec{F}_1 + \vec{F}_p - \vec{F}_r = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = -72 \left(\frac{m}{s^2} \right) \rightarrow -12i + \vec{F}_p - \vec{F}_r = -40i \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow -12i + \vec{F}_p - 12i + \vec{F}_p = -40i \Rightarrow -24i + 2\vec{F}_p = -40i$$

$$\Rightarrow 2\vec{F}_p = -16i \Rightarrow \vec{F}_p = -8i \quad (N)$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

11- گزینه «۲»

(عباس اصغری)

گزینه «۱»: نادرست. نیروهای کنش و واکنش به دو جسم متفاوت اثر می‌کنند، بنابراین نمی‌توان از آن‌ها برآیند گرفت.

گزینه «۲»: درست. به گلوله‌ای که در هوا سقوط می‌کند، نیروهای مقاومت هوا و نیروی وزن از جانب هوا و زمین وارد می‌شود، بنابراین واکنش این نیروها به هوا و زمین وارد خواهد شد.

گزینه «۳»: نادرست. وزن گلدان به خود گلدان وارد می‌شود.

گزینه «۴»: نادرست. نیروی وزن هر جسمی، نیروی گرانشی است که زمین به آن جسم وارد می‌کند به عبارتی، وزن هر جسمی به خود آن جسم وارد می‌شود و عکس‌العمل آن نیز به زمین وارد می‌شود.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۳)

12- گزینه «۴»

(امیرعلی قائم‌مآنی)

در ابتدا سرعت ثابت است، بنابراین برای صفر است. بنابراین برآیند نیروها صفر می‌باشد با حذف نیروی \vec{F}_p ، اندازه برآیند دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر اندازه نیروی \vec{F}_p و در خلاف جهت آن خواهد بود. بنابراین، در این حالت حرکت جسم کندشونده است. لذا داریم:

$$F_{net} = ma \quad F_{net} = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_p| \rightarrow -15 = 2a \Rightarrow a = -7.5 \frac{m}{s^2}$$

$$a = -7.5 \frac{m}{s^2} \quad |\Delta x_s| = \frac{1}{2} |a| t^2 = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 4 = 15m$$

$$\Delta x_s = 15m \quad \Delta t = 2s \quad \ell = 2|\Delta x_s| = 30m$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۳)

13- گزینه «۱»

(امیر حسین برادران)

چون چتر باز با تندی حادی به زمین می‌رسد بنابراین در بازه زمانی که چتر باز یا تندی حادی حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر آن متوازن است. $(f_D = mg)$ پس در لحظات t_1 و t_2 ، نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز برابر نیروی وزن آن است. با توجه به این توضیحات به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(الف) در بازه زمانی صفر تا t_1 ، چون $f_D < W$ است، پس جهت شتاب به سمت پایین و نوع حرکت تندشونده است. (درست)

(ب) با توجه به توضیحات بالا در لحظات t_1 و t_2 ، $f_D = W$ است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر چتر باز در این لحظات صفر است (نیروها متوازن اند). (درست)

(پ) نوع حرکت متحرک در بازه صفر تا t_1 که $f_D < W$ تندشونده و در بازه t_1 تا t_2 که $f_D > W$ است کندشونده است. به عبارت دیگر در لحظه t_1 تندی چتر باز بیشینه است. (نادرست).

(ت) تندی چتر باز در لحظه t_1 بیشینه است. (نادرست)

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

14- گزینه «۳»

(رضا امامی)

مطابق شکل، از طرف دیوار قائم، نیروی F_{N1} وارد می‌شود. با توجه به جهت سرخوردن نردبان و اینکه قرار است نردبان در آستانه حرکت باشد، باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد، بنابراین طبق قانون اول نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F_{(net)y} = 0 \Rightarrow mg = f_{S1} + F_{N1y} \\ F_{(net)x} = 0 \Rightarrow F_{N1x} = f_{S2} \end{cases}$$

هم‌چنین با توجه به این که نردبان در آستانه سرخوردن و دیوار قائم بدون اصطکاک $(f_{S1} = 0)$ است، داریم:

$$f_{S2} = \mu_s F_{N1} \quad \frac{F_{N1} = mg, m = 10kg}{\mu_s = 0.5, g = 10 \frac{N}{kg}} \rightarrow f_{S2} = 0.5 \times 100 = 50N$$

$$\frac{F_{N1} = f_{S2}}{\rightarrow F_{N1} = 50N}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵، ۴۱ و ۴۳)

15 - گزینه «ا»

(سیر شرق)

با توجه به جهت حرکت جسم و جهت نیروهای F_y و f_k ، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. اگر جهت مثبت را سمت راست در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} -F_y - f_k &= ma \quad F_y = 14N, f_k = \mu_k F_N, F_N = mg + F_y \\ F_{net} &= ma \\ -14 - \mu_k(F_y + mg) &= ma \quad F_y = 10N, \mu_k = 0.2, m = 2kg \\ -14 - \frac{2}{10} \times (10 + 20) &= 2a \Rightarrow \\ -14 - 6 &= 2a \Rightarrow a &= -10 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

چون شتاب حرکت منفی است و جسم به سمت مثبت در حال حرکت است، نوع حرکت جسم کندشونده است. بنابراین، با توجه به گزینه‌ها باید مشخص کنیم پس از چند ثانیه سرعت متحرک به $\frac{5}{s}$ در جهت منفی می‌رسد. پس از این که سرعت در جهت مثبت به صفر رسید، نیروی $F_y = 14N$ قادر است آن را در جهت منفی به حرکت درآورد. در این حالت ابتدا $f_{s,max}$ را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} f_{s,max} &= \mu_s F_N \quad F_N = F_y + mg \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s (F_y + mg) \\ \mu_s &= 0.5, g = 10 \frac{N}{kg} \\ F_y &= 10N, m = 2kg \Rightarrow f_{s,max} &= 0.5(10 + 2 \times 10) = 15N \end{aligned}$$

چون $F_y < f_{s,max}$ است، جسم پس از توقف حرکت نمی‌کند. بنابراین فقط در لحظه‌ای که جسم در جهت مثبت حرکت می‌کند، تندی آن به $\frac{5}{s}$ می‌رسد. در این حالت با توجه به رابطه سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_0 \quad v_0 = 15 \frac{m}{s}, v = \frac{5}{s} \Rightarrow \frac{5}{s} = -10t + 15 \Rightarrow t = 1s$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

16 - گزینه «ب»

(زهره آقاممدری)

وقتی سرعت آسانسور ثابت است ($a = 0$) طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow F_e - mg = ma \\ F_e &= kx \xrightarrow{a=0} kx - mg = 0 \Rightarrow kx = mg \\ k &= \frac{N}{m} = \frac{2N}{0.12m} \Rightarrow 2 \times 12 = mg \\ \Rightarrow mg &= 24N \Rightarrow m &= \frac{24}{10} = 2.4kg \end{aligned}$$

در حالت دوم طول فنر برابر است با $29 - 3 = 26cm$ ، در نتیجه تغییر طول فنر نسبت به حالت آزاد برابر است با:

$$x' = 29 - 20 = 9cm$$

در این حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma \Rightarrow 2 \times 9 - 2 \times 10 = 2 \times a$$

یعنی جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است. $\frac{m}{s^2} \Rightarrow a = -2/5 \Rightarrow -6 = 2/5a \Rightarrow$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱ و ۴۲)

17 - گزینه «ب»

(عباس امیری)

وقتی جعبه روی سطح افقی پرتاب می‌شود، نیروهای وارد بر آن مطابق شکل روبه‌رو می‌باشد. با توجه به نیروهای وارد بر جعبه قانون دوم نیوتون را در مورد آن می‌نویسیم و شتاب را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} f_k &= \mu_k F_N \quad F_N = mg \Rightarrow f_k = \mu_k mg \\ F_{net} &= ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k f_N = ma \\ \Rightarrow a &= -\mu_k \times g \end{aligned}$$

با داشتن شتاب، برای محاسبه مسافت طی شده از رابطه $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ استفاده می‌کنیم.

$$0 = v_0^2 + 2(-\mu_k g)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

همانگونه که از رابطه به دست آمده پیداست، مسافت قبل از توقف، مستقل از جرم جعبه است و به v_0 و μ_k بستگی دارد. بنابراین مسافت توقف در هر دو حالت با هم برابر است؛ یعنی در نتیجه $\frac{x}{x'} = 1$ می‌باشد.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

18 - گزینه «ب»

(زهره آقاممدری)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در بالاترین نقطه مسیر رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت توپ است، در بالاترین نقطه مسیر، جهت نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت محور X خواهد شد. بنابراین، با توجه به قانون دوم نیوتون بزرگی نیروی f_D را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \\ F_{net} &= \sqrt{f_D^2 + W^2} \\ ma &= \sqrt{f_D^2 + W^2} \quad a = 10 \frac{m}{s^2}, m = 0.5kg, W = 4/9N \\ 0.5 \times 10 \times 2 &= \sqrt{f_D^2 + 4/9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5 \times 2 - 4/9 &= f_D^2 \Rightarrow (5 \times 1 - 4/9)(5 \times 1 + 4/9) = f_D^2 \\ \Rightarrow f_D^2 &= 0.2 \times 10 = 2 \Rightarrow f_D = \sqrt{2}N \Rightarrow \vec{f}_D = -\sqrt{2} \hat{i} (N) \end{aligned}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

19 - گزینه «د»

(امیر حسین پیرازاد)

در حالت دوم که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی وزن جسم برابر می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} f_{s,max} &= F_f \\ m &= F_N \\ mg &= \end{aligned}$$

21- گزینه «۴»

با توجه به این که جهت سرعت جسم به سمت بالا و نوع حرکت آن کنشونده است، لذا جهت شتاب به سمت پایین است. از طرفی با توجه به این که طول فنر نسبت به حالت عادی، بیش تر است، لذا فنر به سمت پایین نیرو وارد می کند. بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -F_e - mg + T = ma$$

$$F_e = k\Delta x, k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}, m = 2 \text{ kg}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = 45 - 40 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$-50 \times \frac{5}{100} - 2 \times 10 + T = 2 \times (-2)$$

$$\Rightarrow T = 41 \text{ N} \Rightarrow \vec{T} = -41 \hat{j} (\text{N})$$

از آن جا که نخ در حال کشش است، بنابراین نیروی وارد بر نخ در محل اتصال آن به جسم، به سمت پایین است.

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۴۱ و ۴۳)



(زهره آقامحمدی)

22- گزینه «۲»

طبق قانون اول نیوتون، هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند اگر جسم ساکن باشد همچنان ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی کند و ثابت می ماند. به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن ها صفر است، حفظ کنند، بختی گویند.

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۲۸ و ۲۹)

$$f_{s, \text{max}} = mg \frac{f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N}{F_N = F'} \rightarrow \mu_s \cdot F' = mg$$

$$\Rightarrow F' = \frac{mg}{\mu_s}$$

با توجه به رابطه نیروی واکنش سطح برای حالت دوم، داریم:

$$R_y = \sqrt{F_N^2 + f_{s, \text{max}}^2}$$

$$F_N = F' \rightarrow R_y = \sqrt{F'^2 + (mg)^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{\mu_s}\right)^2 + (mg)^2}$$

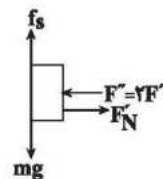
$$\Rightarrow R_y = \frac{mg}{\mu_s} \sqrt{1 + \mu_s^2}$$

در حالت اول که جسم در حال سکون است، برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است. با توجه به این که در حالت دوم که F_N نصف می شود، آن را برابر F' در نظر گرفته ایم، در حالت اول، باید $F_N = 2F'$ باشد داریم:

$$f_s = mg \frac{R_1 = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}}{F_N = 2F'} \rightarrow R_1 = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{2mg}{\mu_s}\right)^2}$$

$$R_1 = \frac{mg}{\mu_s} \sqrt{4 + \mu_s^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_y} = \frac{\frac{mg}{\mu_s} \sqrt{4 + \mu_s^2}}{\frac{mg}{\mu_s} \sqrt{1 + \mu_s^2}} = \sqrt{\frac{4 + \mu_s^2}{1 + \mu_s^2}}$$



$$\mu_s = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{R_1}{R_y} = \sqrt{\frac{4 + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}}} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۳۵ و ۳۱)

(امسان ایرانی)

23- گزینه «۳»

ابتدا سرعت جسم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ را از رابطه $v = at + v_0$ به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 0, t = 4 \text{ s}} v = 2(4) + 0 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چون در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، تکانه جسم برابر $26 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است، می توان نوشت:

$$p = mv \xrightarrow{v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} m = \frac{p}{v} = \frac{26}{8} = 3.25 \text{ kg}$$

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۳۳ و ۳۶)

(امسان ایرانی)

24- گزینه «۴»

می دانیم شتاب گرانش در سطح هر سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ و در ارتفاع h از سطح

سیاره، از رابطه $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$ به دست می آید. بنابراین با توجه به داده های سؤال می توان نوشت:

$$g_{\text{زمین}} = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \frac{M_e}{(R_e + h)^2} = 9 \frac{M_m}{R_m^2} \xrightarrow{M_e = 81 M_m}$$

$$\frac{81 M_m}{(R_e + h)^2} = 9 \frac{M_m}{R_m^2} \Rightarrow \frac{81}{(R_e + h)^2} = \frac{9}{R_m^2} \Rightarrow \frac{9}{R_e + h} = \frac{3}{R_m}$$

$$\Rightarrow 9 R_m = 3 R_e + 3 h \Rightarrow 9 \times 1700 = (3 \times 6400) + 3 h \Rightarrow h = 1250 \text{ km}$$

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۴۶ و ۵۰)

20- گزینه «۲»

(امیرسین برادران)

با توجه به نمودار، فنر A تحت تأثیر نیروی F، چهار واحد و نیز B تحت تأثیر نیروی $2F$ ، سه واحد تغییر طول می دهد. بنابراین ابتدا نسبت $\frac{k_B}{k_A}$ را می یابیم:

$$\Rightarrow F_e = k\Delta x \Rightarrow \frac{F_{e,B}}{F_{e,A}} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} \xrightarrow{F_{e,B} = 2F, \Delta x_B = 2\Delta x} \frac{F_{e,A} = F, \Delta x_A = \Delta x}$$

$$\Rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{\Delta L_A = \frac{22}{100} L_A}{F_A = F, F_B = \frac{F}{2}} \rightarrow \frac{22}{100} \times \frac{L_A}{L_B} = \frac{16}{3} \times \frac{\Delta L_B}{L_B}$$

$$\frac{L_A = L_B}{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{16}{3} \times \frac{\Delta L_B \times 100}{22 L_B} \Rightarrow \frac{\Delta L_B}{L_B} \times 100 = 3$$

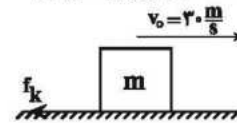
$$\Rightarrow \Delta L_B = \frac{3}{100} L_B \Rightarrow \Delta L_B = 3 \text{ cm}$$

(ریاضیات) (فیزیک ۳ صفحه های ۴۱ و ۴۲)

25- گزینه ۲»

(معمری براتی)

چون بعد از پاره شدن نخ، تندی جعبه کاهش می‌یابد، الزاماً نیروی اصطکاک وجود دارد؛ بنابراین، ابتدا شتاب حرکت جعبه را از لحظه پاره شدن طناب تا لحظه توقف، محاسبه می‌کنیم و سپس نیروی اصطکاک جنبشی را پیدا می‌کنیم:

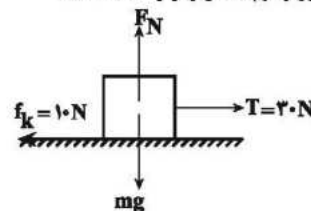


$$v^2 - v_0^2 = 2a'\Delta x \Rightarrow 0 - (3.0)^2 = 2 \times a' \times 1.0 \Rightarrow a' = -\frac{9}{2} \frac{m}{s^2}$$

با توجه به شکل، از لحظه پاره شدن طناب تا لحظه توقف جعبه، تنها نیروی وارد شده بر جعبه در راستای حرکت نیروی اصطکاک جنبشی است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma' \Rightarrow -f_k = 2 \times (-\frac{9}{2}) \Rightarrow f_k = 9.0 N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای حالت اول می‌نویسیم: (دقت کنید که اندازه نیروی اصطکاک در حالت اول و دوم یکسان و برابر ۱۰ N است.)



$$F_{net} = T - f_k = ma \Rightarrow 3.0 - 1.0 = 2a \Rightarrow a = 1.0 \frac{m}{s^2}$$

(دنامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷، ۳۴۰ و ۳۴۱)

26- گزینه ۲»

(مثم دشتیان)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱» نادرست؛ طبق رابطه $\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$ ، بردار تغییر تکانه هم‌جهت با بردار تغییر سرعت جسم است و ممکن است الزاماً هم‌جهت با بردار جابه‌جایی نباشد.

گزینه ۲» درست؛ می‌دانیم بردار سرعت جسم بر مسیر حرکت آن مماس است؛ از طرف دیگر، بردار تکانه همواره هم‌جهت با بردار سرعت است؛ بنابراین بردار تکانه نیز بر مسیر حرکت جسم مماس خواهد بود.

گزینه ۳» نادرست؛ طبق رابطه $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، بردار نیروی خالص وارد بر جسم هم‌جهت با بردار تغییر تکانه جسم است.

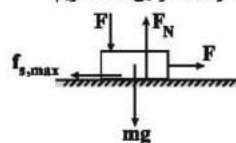
گزینه ۴» نادرست؛ طبق قانون دوم نیوتون، بردار شتاب در راستا و جهت بردار نیروی خالص (و بردار تغییر تکانه جسم) می‌باشد، اما الزاماً بر مسیر حرکت جسم مماس نخواهد بود.

(دنامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۴۰ و ۳۴۱)

27- گزینه ۳»

(شهرام معمری دارانی)

حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جعبه با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه وارد بر آن برابر است. بنابراین ابتدا نیروی F_N را برحسب F می‌یابیم. چون جعبه در راستای قائم حرکت ندارد، برآیند نیروها در این راستا، صفر است. در این حالت داریم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N - m\vec{g} - \vec{F} = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg + F = 75 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow F_N = 75 \times 10 + F = 750 + F$$

از طرف دیگر، $F_{net,x} = 0$ است. بنابراین با توجه به این که $f_{s,max} = \mu_s F_N$

$$F - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F = f_{s,max} \Rightarrow F = \mu_s F_N$$

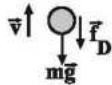
$$\frac{F_N = 750 + F}{\mu_s = 0.6} \Rightarrow F = 0.6(750 + 750) \Rightarrow 0.4F = 750 \Rightarrow F = 1125 N$$

(دنامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۴۰)

28- گزینه ۲»

(امیرمسین برادران)

هنگامی که توپ را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم، به توپ دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی مقاومت هوا و دیگری نیروی وزن آن که هر دو رو به پایین است. با بالا رفتن توپ تندی آن کاهش و در نتیجه نیروی مقاومت هوای وارد بر آن کاهش می‌یابد. با توجه به اینکه این دو نیرو به سمت پایین به توپ وارد می‌شوند، بنابراین با بالا رفتن توپ اندازه برآیند نیروهای وارد بر آن کاهش می‌یابد؛ لذا مطابق رابطه $F_{net} = ma$ ، اندازه شتاب توپ در مسیر بالا رفتن آن کاهش خواهد یافت. (نادرستی گزینه ۲»)



$$F_{net} = mg + f_D \Rightarrow F_{net} \downarrow \Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow a \downarrow$$

هنگامی که توپ به نقطه اوج می‌رسد، از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. با افزایش تندی توپ اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر آن نیز افزایش می‌یابد تا جایی که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن توپ برابر شود ($W = f_D$). پس از این لحظه، توپ با تندی حدها به حرکت خود ادامه می‌دهد و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. (درستی گزینه ۱»)

در مسیر بازگشت توپ، تا قبل از آن که توپ با تندی حدها به حرکت خود ادامه دهد $W > f_D$ و نوع حرکت توپ تندشونده است. بنابراین در مسیر بازگشت بیشینه تندی توپ برابر با تندی حدها آن است. (درستی گزینه ۴»)

چون در مسیر بالا رفتن حرکت شتابدار کندشونده است، جهت بردار شتاب به طرف پایین خواهد بود. از طرف دیگر، چون در مسیر بازگشت تا قبل از رسیدن به تندی حدها حرکت شتابدار تندشونده است، جهت بردار شتاب هم‌جهت حرکت و رو به پایین می‌باشد. بنابراین به‌طور کلی، در این حرکت از لحظه شروع تا لحظه رسیدن به تندی حدها جهت بردار شتاب به‌طرف پایین خواهد بود. (درستی گزینه ۳»)

(دنامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۳ و ۳۳۵)

29- گزینه ۲»

(امیرمسین برادران)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را می‌یابیم:

$$F = ma \Rightarrow \frac{m = m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\frac{m_1 = \frac{F}{a_1}, m_2 = \frac{F}{a_2}}{m_3 = \frac{F}{a_3}} \Rightarrow a = \frac{F}{\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} + \frac{F}{a_3}}$$

$$\frac{a_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{s^2}, a_2 = \frac{6}{5} \frac{m}{s^2}}{a_3 = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2}} \Rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} \Rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان، داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \frac{v_0 = 0}{t = 6s} \Rightarrow v = \frac{4}{3} \times 6 + 0 = 8 \frac{m}{s}$$

(دنامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۴۰ و ۳۴۱)

30 - گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

ابتدا با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه، تکانه جسم را در لحظات t_1 و t_2 به دست می آوریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \quad m = 1/5 \text{ kg} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_1^2 = 12 \times 2 \times 1/5 = 24 \\ \Rightarrow p_1 = \frac{2\sqrt{6} \text{ kg.m}}{s} \\ p_2^2 = 75 \times 2 \times 1/5 = 30 \\ \Rightarrow p_2 = \frac{3\sqrt{10} \text{ kg.m}}{s} \end{array} \right.$$

اکنون با استفاده از رابطه نیروی خالص متوسط بر حسب تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \Delta t = 5 - 2 = 3 \text{ s}, p_1 = 2\sqrt{6} \frac{\text{kg.m}}{s} \\ \Delta p = p_2 - p_1, p_2 = 3\sqrt{10} \frac{\text{kg.m}}{s} \\ F_{av} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{3\sqrt{10} - 2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow F_{av} = 2 \text{ N}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه های ۳۳ و ۳۴)

31 - گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

به جسم دو نیرو وارد می شود:

۱- نیروی فنر $2 -$ نیروی وزن $(W = mg)$

در حالتی که آسانسور با تندى ثابت به سمت پایین در حال حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} F_e &= k\Delta L \\ k\Delta L &= mg \frac{\Delta L}{\Delta L_0} \Rightarrow \frac{1}{kL_0} = \frac{mg}{k\Delta L} \\ \Rightarrow kL_0 &= 10 \text{ mg} \\ \text{پس از آن که حرکت آسانسور با شتاب ثابت ادامه می یابد، چون} \\ \Delta L' < \Delta L, &\text{ بنابراین } F_e' < mg \text{ می باشد، لذا برآیند} \\ \text{نیروها، یعنی } F_{net}' &= mg - F_e' \text{ در جهت حرکت} \\ \text{آسانسور است. در نتیجه حرکت شتابدار تندشونده خواهد بود} \\ \text{و اندازه شتاب آن برابر با:} \\ mg - F_e' &= ma \\ \frac{F_e' = 0.8kL_0}{kL_0 = 10 \text{ mg}} \rightarrow mg - 0.8 \times 10 \text{ mg} &= ma \\ \Rightarrow 0.2 \text{ mg} &= ma \Rightarrow a = 0.2g \\ \Rightarrow a &= 0.2 \times 10 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه های ۳۶، ۳۷ و ۳۸)

32 - گزینه «۱»

(مهدی خا سون تزاری)

ابتدا با استفاده از رابطه های $g_h = \frac{G M_e}{(R_e + h)^2}$ و $g_e = \frac{G M_e}{R_e^2}$ ، شتاب گرانشی در ارتفاع 1280 km از سطح زمین را می یابیم. دقت کنید، چون $h = 1280 \text{ km}$ و $R_e = 6400 \text{ km}$ است، لذا $h = 2 R_e$ می باشد.

$$\begin{aligned} \frac{g_h}{g_e} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \\ \frac{h = 2R_e}{g_e = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow \frac{g_h}{10} &= \left(\frac{R_e}{R_e + 2R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \frac{1}{9} \Rightarrow g_h = \frac{10}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \text{اکنون می توانیم وزن جسم را در ارتفاع } h &\text{ بیابیم:} \end{aligned}$$

$$W_h = m g_h \quad m = 72 \text{ kg} \rightarrow W_h = 72 \times \frac{10}{9} = 80 \text{ N}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه های ۳۶ و ۳۹)

33 - گزینه «۲»

(مهدیوار سورهن)

مطابق شکل، چون مجموعه جسم و فنر در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N + F_e - mg = 0 \\ F_e = kx \rightarrow F_N = mg - kx$$

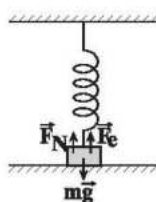
$$\begin{aligned} m &= 12 \text{ kg} \\ k &= 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}, x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$F_N = 12 \times 10 - 20 \times 0.2 \\ \Rightarrow F_N = 120 - 40 \Rightarrow F_N = 80 \text{ N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می کند از نظر مقدار برابر است با نیرویی که سطح بر جسم وارد می کند. یعنی:

$$F_N' = F_N = 80 \text{ N}$$

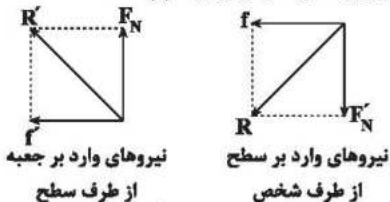
(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه های ۳۵ و ۳۶)



34 - گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

شخص به سمت راست در حال حرکت است. نیروی اصطکاک وارد بر شخص در جهت راست است و بنابراین عکس العمل آن در جهت چپ است.

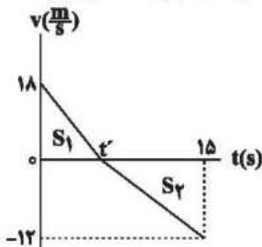


(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه های ۳۵ و ۳۶)

35 - گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

با توجه به جهت حرکت متحرک در مبدأ زمان نیروهای \vec{F}_k و \vec{F} در خلاف جهت محور x به جسم وارد می شوند. جسم پس از توقف دوباره شروع به حرکت می کند و در این حالت نیروهای \vec{F}_k و \vec{F} خلاف جهت یکدیگرند. اگر نمودار سرعت - زمان جسم را رسم کنیم لحظه توقف جسم را به دست می آوریم:



$$\begin{aligned} |S_1| &= |S_2| \Rightarrow \frac{18t'}{2} = \frac{12(15-t')}{2} \\ \Rightarrow \frac{18}{2} &= \frac{12(15-t')}{2t'} \Rightarrow 3t' = 30 - 2t' \Rightarrow t' = 6 \text{ s} \end{aligned}$$

اکنون شتاب مرحله اول و دوم حرکت را به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{0-18}{6} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a_2 = \frac{-12-0}{15-6} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

38- گزینه ۱

(مهری برای)

اگر سمت راست را مثبت در نظر بگیریم، با توجه به این که توپ در ابتدا به سمت چپ حرکت می کرده است، بردار سرعت برخورد توپ با دیوار برابر با $-\vec{v}_1 \hat{i} (\frac{m}{s})$ و بردار

سرعت بازگشت برابر با $\vec{v}_2 = 1 \cdot \hat{i} (\frac{m}{s})$ است. لذا داریم:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \quad F_{net} = 100 N, m = 400 g = 0.4 kg \rightarrow$$

$$\vec{v}_2 = 1 \cdot \hat{i} (\frac{m}{s}), \Delta t = 0.1 s$$

$$100 = \frac{0.4 \times (1 - (-v_1))}{0.1} \Rightarrow 10 = 4 + 0.4 v_1$$

$$6 = 0.4 v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{6}{0.4} \Rightarrow v_1 = 15 \frac{m}{s}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

39- گزینه ۴

(امیرمسین برادران)

می‌دانیم، مساحت سطح محصور بین نمودار $F-t$ و محور زمان برابر تغییر تکانه است. بنابراین، با استفاده از این مساحت، تغییر تکانه و به دنبال آن سرعت جسم را در لحظه $t = 1.5 s$ می‌یابیم:

$$\Delta p = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{15 + (10 - 5)}{2} \times 10 \Rightarrow \Delta p = 10 \cdot kg \frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m(v_{15} - v_0) \Rightarrow v_{15} = \frac{\Delta p}{m} + v_0 = \frac{10}{2} + (-1) = 4 \frac{m}{s}$$

$$100 = 2 \times [v_{15} - (-10)] \Rightarrow 100 = 2v_{15} + 20 \Rightarrow 80 = 2v_{15}$$

$$\Rightarrow v_{15} = 40 \frac{m}{s}$$

اکنون، انرژی جنبشی جسم را می‌یابیم:

$$K_{15} = \frac{1}{2} m v_{15}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 40^2 \Rightarrow K_{15} = 1600 J$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

40- گزینه ۱

(مطفی کانی)

روش اول:

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را می‌یابیم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \frac{2\vec{i} - 4\vec{j}}{2} \Rightarrow \vec{a} = 1\vec{i} - 2\vec{j} (\frac{m}{s^2})$$

اکنون سرعت جسم را در لحظه $t = 2 s$ پیدا می‌کنیم:

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad \vec{v}_0 = 6\vec{i} - 8\vec{j} (\frac{m}{s}) \Rightarrow \vec{v} = (1\vec{i} - 2\vec{j}) \times 2 + 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{i} - 8\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = 8\vec{i} - 12\vec{j} (\frac{m}{s})$$

در نهایت، با استفاده از رابطه $\vec{P} = m\vec{v}$ ، تکانه جسم را در لحظه $t = 2 s$ می‌یابیم و سپس بزرگی آن را حساب می‌کنیم:

$$\vec{P} = m\vec{v} = 2 \times (8\vec{i} - 12\vec{j}) \Rightarrow \vec{P} = 16\vec{i} - 24\vec{j} (\frac{kg \cdot m}{s})$$

$$|\vec{P}| = \sqrt{(16)^2 + (-24)^2}$$

$$\Rightarrow |\vec{P}| = \sqrt{6^2 \times 2^2 + 6^2 \times 4^2} = 6\sqrt{2^2 + 4^2} = 6 \times 5 = 30 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$0 < t < t'$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F + f_k = m|a_1| \quad (*)$$

$$F - f_k = m|a_2| \quad (**)$$

$$(*) \Rightarrow \frac{F + f_k}{F - f_k} = \frac{|a_1|}{|a_2|} \Rightarrow \frac{F + f_k}{F - f_k} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s^2}} = -1$$

$$\Rightarrow 2F + 2f_k = 9F - 9f_k \Rightarrow 11f_k = 7F \Rightarrow f_k = \frac{7}{11}F$$

(ترکیبی) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷، ۲۱ و ۲۲، ۳۱ و ۳۲ و ۳۳)

36- گزینه ۴

(مرتضی رحمان زاده)

با نوشتن رابطه نیروی فنر و تغییر طول آن، طول اولیه فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_{el} = k(l_1 - l_0)$$

$$F_{el} = m_1 g, g = 10 \frac{N}{kg}, l_1 = 20 cm = 0.2 m$$

$$m_1 = 400 g = 0.4 kg, k = 200 \frac{N}{m}$$

$$\Rightarrow l_0 = 0.2 - 0.4 \times 10 = 0.2 - 4 = -3.8 m = 3.8 cm$$

$$\frac{F_{el}}{F_{el_1}} = \frac{k(l_2 - l_0)}{k(l_1 - l_0)}$$

$$l_2 = 26 cm, l_0 = 3.8 cm$$

$$l_1 = 20 cm, F_{el_1} = m_1 g, F_{el_2} = (m_1 + m')g$$

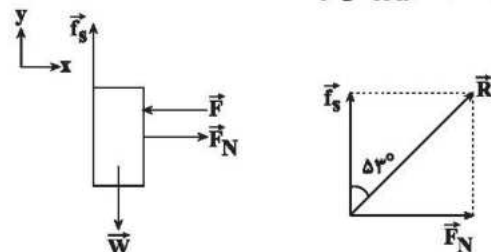
$$\frac{m + m'}{m} = \frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0} \Rightarrow \frac{m + m'}{m} = \frac{26 - 3.8}{20 - 3.8} \Rightarrow m' = 2m = 1 \frac{kg}{2}$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

37- گزینه ۱

(امیرمسین برادران)

به کتاب ۴ نیرو وارد می‌شود.



نیروی عکس العمل وارد بر آن از طرف دیوار آسانسور برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

$$\frac{F_N}{f_s} = \tan 53^\circ \Rightarrow \frac{F_N}{F_N} = \frac{F_N}{F_N} \Rightarrow F_N = F_N$$

$$F_N = F_N = 12 N \Rightarrow f_s = 12 \times \frac{3}{4} = 9 N$$

چون $W = 10 \times 15 = 150 N > f_s$ بنابراین شتاب حرکت کتاب و آسانسور به سمت پایین است با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$f_s - W = ma \Rightarrow 9 - 15 = 10a \Rightarrow a = \frac{-6}{10} = -0.6 \frac{m}{s^2}$$

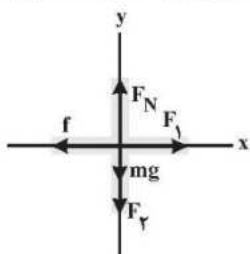
با توجه به این که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است وزن ظاهری شخص برابر است با:

$$W_{\text{ظاهری}} = M(g - |a|) = 60(10 - 0.6) = 576 N$$

(رنالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷، ۳۰ و ۳۱)

43- گزینه «۴»

ابتدا مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، نیروی خالص در این راستا صفر است. بنابراین داریم:



$$F_{\text{net}y} = 0 \Rightarrow F_N - mg - F_T = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_T$$

از طرف دیگر، چون مشخص نیست که جسم حرکت می‌کند یا ساکن می‌ماند، بنابراین دو حالت زیر را برای آن در نظر می‌گیریم:

(۱) اگر $F_T < f_{s, \max} = \mu_s F_N = \mu_s (mg + F_T)$ باشد، جسم ساکن می‌ماند. در

این حالت با افزایش نیروی F_T ، نیروی اصطکاک ثابت و برابر $f_s = F_T$ است.

(۲) جسم در حال حرکت باشد. در این حالت نیروی اصطکاک به صورت

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k (mg + F_T)$$

اصطکاک نیز افزایش می‌یابد.

بنابراین، با افزایش F_T ، نیروی اصطکاک می‌تواند تغییر نکند و یا بیشتر شود. یعنی گزینه

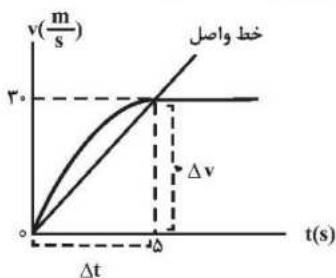
«۴» صحیح است. (رئال‌فیک، فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۳۹)

44- گزینه «۱»

(مهری زمان‌زاده)

ابتدا شتاب متوسط حرکت گلوله را در ۵ ثانیه اول به دست می‌آوریم که در نمودار $v-t$

برابر شیب خط واصل بین دو لحظه $t=0$ و $t=5$ است:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{5 - 0} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

روش دوم: با استفاده از رابطه تکانه و نیرو داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \\ \Delta t = 5 \text{ s}, m = 2 \text{ kg}, \vec{F}_{\text{net}} = 2\vec{i} - 4\vec{j} (\text{N}) &\rightarrow \vec{p}_f = 18\vec{i} - 24\vec{j} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right) \\ \vec{p}_i = m\vec{v}_i, \vec{v}_i = 6\vec{i} - 12\vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \\ \Rightarrow |\vec{p}_f| &= \sqrt{18^2 + 24^2} = 30, \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

(رئال‌فیک، فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۵ و ۳۳۶)

41- گزینه «۲»

(سید احسان غلامی)

طبق قانون اول نیوتون، حرکت سریع مقوا، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود و طبق همین قانون، اگر خودروی در حال حرکت ترمز کند، چون در لحظه اول نیرو بر سرشبن‌ها وارد نمی‌شود، به حرکت خود به سمت جلو ادامه می‌دهند. بنابراین گزینه «۲» درست است.

برای گزینه «۱»، اگر نیروی وارد بر گوی سنگین را به آرامی زیاد کنیم، نخ بالای گوی پاره می‌شود و برای گزینه «۳»، اگر جسم در فضای تهی و خالی از جو زمین و دور از هر سیاره‌ای در حرکت باشد، چون نیرویی بر آن وارد نمی‌شود، به حرکت خود بر خط راست و با سرعت ثابت، ادامه می‌دهد.

(رئال‌فیک، فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

42- گزینه «۲»

(دسیر ناصحی)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون بر آئیند نیروها (نیروی خالص) را می‌یابیم:

$$F_{\text{net}} = ma = \frac{m=2 \text{ kg}}{a=6/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow F_{\text{net}} = 2 \times 6/5 = 12 \text{ N}$$

اکنون می‌توان نیروی F_T را به دست آورد. چون دو نیروی R_1 و F_T برهم عمودند،

$$F_{\text{net}}^2 = R_1^2 + F_T^2 \quad \frac{R_1=5 \text{ N}}{F_{\text{net}}=12 \text{ N}} \rightarrow 169 = 25 + F_T^2$$

می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow F_T^2 = 144 \Rightarrow F_T = 12 \text{ N}$$

(رئال‌فیک، فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۱ و ۳۳۲)

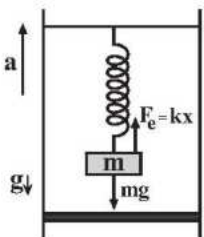
46- گزینه «ف»

(شهرام آزار)

ابتدا با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت آسانسور را می‌یابیم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow{v=4\frac{m}{s}, v_0=0, \Delta x=1m} 16 = 0 + 2a \times 1 \Rightarrow a = 8\frac{m}{s^2}$$

اکنون، با استفاده از قانون دوم نیوتون و با توجه به این‌که نیروی فنر برابر $F_e = kx$ است، ثابت فنر را می‌یابیم. با توجه به جهت حرکت آسانسور که به سمت بالا است، داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = kx}$$

$$kx - mg = ma \xrightarrow{x=12-1=11cm, m=0.2kg, a=8\frac{m}{s^2}}$$

$$k \times 0.11 - 2 = 1.6 \Rightarrow k = 28\frac{N}{cm}$$

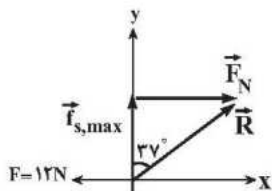
$$\frac{1\frac{N}{cm}}{28\frac{N}{cm}} = 0.0357 \Rightarrow k = 11\frac{N}{cm}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷۵ و ۳۷۶ و ۳۷۷)

47- گزینه «ب»

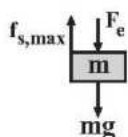
(امیرحسین برادران)

چون نیروی واکنش سطح برآیند دو نیروی اصطکاک و عمودی سطح است، ابتدا با توجه به زاویه بین نیروی واکنش سطح با راستای قائم و با توجه به این‌که جسم در آستانه حرکت قرار دارد، $f_{s,max}$ را می‌یابیم:

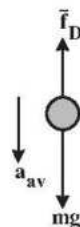


$$\tan 37^\circ = \frac{F_N}{f_{s,max}} \xrightarrow{F_N = F = 12N} \frac{12}{f_{s,max}} = \frac{4}{3} \Rightarrow f_{s,max} = 9N$$

از طرف دیگر، چون جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار دارد، نیروی فنر نیز به سمت پایین می‌باشد، بنابراین، مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم در راستای محور y را رسم و با توجه به تعادل جسم ($F_{net,y} = 0$)، نیروی کشسانی فنر را پیدا می‌کنیم:



مطابق شکل زیر، با سقوط گلوله در هوا، دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا بر آن وارد می‌شود و برآیند این دو نیرو به گلوله، شتابی در راستای قائم و رو به پایین می‌دهد. بنابراین، طبق قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - \bar{F}_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg}{m} - \frac{\bar{F}_D}{m}$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{\bar{F}_D}{m} \Rightarrow 6 = 9 - \frac{\bar{F}_D}{5} \Rightarrow \bar{F}_D = 15N$$

می‌بینیم، از لحظه $t = 5s$ که گلوله به تندی حدى خود رسیده است تا لحظه $t = 9s$ که به زمین برخورد کرده است، حرکت گلوله، با سرعت ثابت انجام شده است، بنابراین مسافتی که گلوله در این بازه زمانی طی می‌کند، همان ارتفاعی است که در لحظه $t = 5s$ از سطح زمین داشته است.

در این حالت با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت می‌توان نوشت:

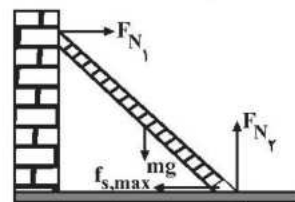
$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{v=3\frac{m}{s}, \Delta t=9-5=4s} \Delta x = 3 \times 4 = 12m$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۷ و ۵۲)

45- گزینه «ب»

(مصطفی کبانی)

چون نردبان در آستانه سر خوردن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است. بنابراین، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم، و سپس با توجه به این‌که، نیروی زمین بر نردبان برابر برآیند دو نیروی $f_{s,max}$ و F_{N_y} است، به صورت زیر m را پیدا می‌کنیم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N_y} - mg = 0 \xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} F_{N_y} = 10m$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_y} \xrightarrow{\mu_s=0.5} f_{s,max} = 0.5 \times 10m = 5m$$

$$R^2 = f_{s,max}^2 + F_{N_y}^2 \xrightarrow{R=10\sqrt{2}N} 5^2 m^2 + 10^2 m^2 = 125 m^2$$

$$\Rightarrow 5^2 m^2 + 10^2 m^2 = 125 m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{125 - 25}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

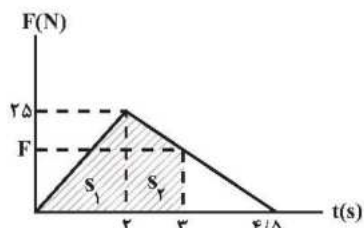
$$\Rightarrow m = 1 \Rightarrow m = 20kg$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۴۴)

ابتدا نیروی خالص وارد بر متحرک را در لحظه $t = 3s$ می‌یابیم. مطابق شکل زیر، با توجه به ثابت بودن شیب خط در بازه زمانی $2s$ تا $4/5s$ و با استفاده از تشابه مثلثها داریم:

$$\frac{25}{4/5 - 2} = \frac{F}{4/5 - 3} \Rightarrow \frac{25}{2/5} = \frac{F}{1/5} \Rightarrow F = 15N$$

از طرف دیگر، با توجه به این که، مساحت زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه است، تغییرات تکانه را تا لحظه $t = 3s$ محاسبه می‌کنیم و سپس تکانه متحرک را در لحظه $t = 3s$ می‌یابیم:



$$\Delta p = s_1 + s_2 \Rightarrow \Delta p = \left(\frac{25 \times 2}{2}\right) + \left(\frac{25 + 15}{2} \times 1\right)$$

$$\Rightarrow \Delta p = 45 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_1 = mv_1 = 2 \times 5 \Rightarrow p_1 = 10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow 45 = p_2 - 10 \Rightarrow p_2 = 55 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون برای محاسبه نیروی خالص متوسط در کل زمان حرکت، ابتدا تغییرات تکانه را در کل زمان حرکت از مساحت زیر نمودار محاسبه کرده و سپس با استفاده از رابطه

$$\Delta p_{\text{کل}} = \frac{25 \times 4/5}{2} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad F_{\text{av}} \text{ را بدست می‌آوریم:}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{av}} = \frac{25 \times 4/5}{2} \Rightarrow F_{\text{av}} = 12/5 N$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(امیرحسین برادران)

ابتدا با استفاده از رابطه سرعت متوسط، t' را می‌یابیم:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \frac{\Delta x = 2 - (-15) = 17 \text{ m}}{\Delta t = t' - 4 = t', v_{\text{av}} = \frac{17}{t'}} \Rightarrow v = \frac{17}{t'} \Rightarrow t' = 5 \text{ s}$$

اکنون، با توجه به این که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است، با محاسبه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t' ، سرعت در این لحظه را می‌یابیم:

$$t' \text{ شیب خط مماس در لحظه } t' = v_{t'} = \frac{-45}{10 - 5} \Rightarrow v_{t'} = -4/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_e + mg - f_{s,\text{max}} = 0 \quad \frac{m = \lambda \cdot g = 0/4 \text{ kg}}{f_{s,\text{max}} = 16 \text{ N}}$$

$$F_e + 0/4 \times 10 - 16 = 0 \Rightarrow F_e = 8 \text{ N}$$

با داشتن F_e ، تغییر طول فنر و به دنبال آن طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون نیروی وارد بر جسم از طرف فنر، به سمت پایین است، لذا فنر فشرده شده است.

$$F_e = k|x| \quad \frac{k = \Delta \cdot N}{F_e = 8 \text{ N}} \Rightarrow 8 = \Delta \cdot x \Rightarrow |x| = 0/16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

$$\text{فنر فشرده شده} \rightarrow x = -16 \text{ cm}$$

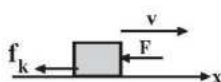
$$x = \ell_2 - \ell_1 \quad \ell_1 = 40 \text{ cm} \rightarrow -16 = \ell_2 - 40 \Rightarrow \ell_2 = 24 \text{ cm}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

(امیرحسین برادران)

چون جهت حرکت جسم نامشخص است، در دو حالت به بررسی حرکت آن می‌پردازیم:
(۱) اگر جسم در سوی مثبت محور X در حال حرکت باشد، چون نیروی محرک در جهت حرکت به جسم وارد نمی‌شود، تا لحظه‌ای که سرعت آن صفر بشود، $v > 0$ و حرکت آن کندشونده می‌باشد. بعد از این که سرعت جسم صفر گردید، تحت تأثیر نیروی F شروع به حرکت در سوی مخالف محور X می‌کند.

در این حالت حرکت جسم تندشونده و $v < 0$ است.



دقت کنید، در حالت کندشونده شتاب جسم برابر $a = \frac{-(F + f_k)}{m}$ و در حالت

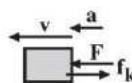
تندشونده شتاب آن $a' = \frac{-(F - f_k)}{m}$ است که $|a'| < |a|$ می‌باشد. بنابراین باید اندازه

شیب نمودار در حالت تندشونده کم‌تر از اندازه شیب نمودار در حالت کندشونده باشد.

(مطلق نمودار ب)



(۲) اگر جسم در سوی منفی محور X در حال حرکت باشد، چون نیروی محرک F در جهت حرکت به جسم وارد می‌شود و $F > f_k$ می‌باشد، پیوسته حرکت آن در این‌سو، تندشونده و $v < 0$ است. (مطلق نمودار ب)



بنابراین، نمودارهای ب و پ، می‌توانند مربوط به حرکت این جسم باشند.

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

در آخر، با داشتن سرعت در لحظه‌های صفر $(v_s = -1 \cdot \frac{m}{s})$ و

$$(v_t' = -4/5 \frac{m}{s}) t' = \Delta s$$

دقت کنید، چون در مبدأ زمان $(t=0)$ شیب خط مماس بر نمودار، منفی است، سرعت اولیه نیز منفی می‌باشد.

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta p = m(v_t' - v_s)}{\Delta t = t'} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(v_t' - v_s)}{t'}$$

$$\begin{aligned} m &= 1/5 \text{ kg}, t' = \Delta s \\ v_t' &= -4/5 \frac{m}{s}, v_s = -1 \cdot \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$F_{av} = \frac{1/5 \times (-4/5 - (-1))}{5} \Rightarrow F_{av} = \frac{1/5 \times 5/5}{5}$$

$$\Rightarrow F_{av} = 1/65 \text{ N}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۶)

51 - گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

برای محاسبه $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ باید، نسبت $\frac{V_A}{V_B}$ را بیابیم. با توجه به این که شتاب گرانشی در

ارتفاع h از سطح یک سیاره برابر $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$ است، ابتدا نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را

می‌یابیم:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B + h_B}{R_A + h_A} \right)^2 \xrightarrow{h_B = h_A = R_A, \frac{g_A}{g_B} = 9} \frac{M_A = 16 M_B}{g_B}$$

$$9 = \frac{16 M_B}{M_B} \times \left(\frac{R_B + R_A}{R_A + R_A} \right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{R_B + R_A}{2 R_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{R_B + R_A}{2 R_A} \Rightarrow 6 R_A = 4 R_B + 4 R_A$$

$$\Rightarrow 2 R_A = 4 R_B \Rightarrow R_A = 2 R_B$$

اکنون نسبت $\frac{V_A}{V_B}$ را می‌یابیم:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{2 R_B}{R_B} \right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 8$$

$$\Rightarrow V_A = 8 V_B$$

در آخر، با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

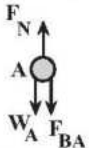
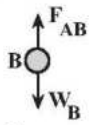
$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{16 M_B}{M_B} \times \frac{V_B}{8 V_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۹)

52 - گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

نیروی که از طرف ظرف به گوی A وارد می‌شود، به سمت بالا است. بنابراین عکس‌العمل آن، نیرویی است که از طرف گوی A به ظرف و به طرف پایین وارد می‌شود.



از طرفی به گوی A، نیرو وارد می‌شود:

(۱) نیروی الکتریکی که از طرف گوی B به

سمت پایین به آن وارد می‌شود. (F_{BA})

(۲) نیروی عمودی سطح که از طرف ظرف به

سمت بالا وارد می‌شود. (F_N)

(۳) نیروی وزن که به سمت پایین وارد می‌شود.

(W_A)

با توجه به این که گوی A و B در حال

تعادل هستند، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{AB} = W_B \\ F_N = W_A + F_{BA} \end{cases} \Rightarrow F_N = W_B + W_A$$

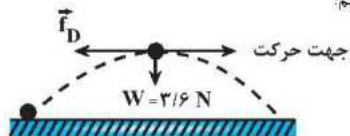
بنابراین نیروی عکس‌العمل سطح (F_N) از وزن گوی B (W_B) بیشتر است.

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۳)

53 - گزینه «۴»

(زهره آقاسمیری)

ابتدا جرم توپ را بدست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow m = \frac{w}{g} = \frac{2/6}{10} = 0.26 \text{ kg}$$

نیروی خالص وارد بر توپ در بالاترین نقطه مسیر حرکتش، برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = f_D(-\vec{i}) + w(-\vec{j}) \Rightarrow F_{net} = \sqrt{f_D^2 + w^2}$$

$$\xrightarrow{a = \frac{75 \text{ m}}{2 \text{ s}^2}} \xrightarrow{m = 0.26 \text{ kg}} F_{net} = ma \Rightarrow ma = \sqrt{f_D^2 + w^2}$$

$$0.26 \times \frac{75}{2} = \sqrt{f_D^2 + 2/6^2}$$

$$f_D^2 = \sqrt{4/5^2 - 3/6^2} = 0.9 \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= 0.9 \times 3 = 2.7 \text{ N} \Rightarrow \vec{f}_D = (-2.7 \text{ N}) \vec{i}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۷)

54 - گزینه «۲»

(امیرامیر میرسید)

وقتی آسانسور ساکن است، ترازو وزن شخص را نشان می‌دهد. بنابراین وزن شخص

$$w = mg = 650 \text{ N} \text{ و جرم آن } m = \frac{w}{g} = \frac{650}{10} = 65 \text{ kg} \text{ است. از طرف دیگر،}$$

چون عددی که ترازو در حین حرکت نشان می‌دهد $(F_N = 715 \text{ N})$ بزرگ‌تر از

عددی است که در حالت سکون نشان می‌دهد، الزاماً آسانسور یا تندشونده رو به بالا

و یا کندشونده رو به پایین حرکت می‌کند که در هر دو حالت، جهت شتاب آسانسور

رو به بالا است. اما جهت حرکت آسانسور می‌تواند رو به بالا و یا رو به پایین باشد.

بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم: (جهت بالا را مثبت در نظر می‌گیریم.)

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \xrightarrow{F_N = 715 \text{ N}} 715 - 650 = 65 \times a$$

$$\Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

برایند نیروهای وارد بر شخص برابر است با:

$$F_{net} = F_N - mg = 715 - 650 = 65 \text{ N}$$

الف) درست است. زیرا شتاب $a = \frac{1}{s} \frac{m}{s^2}$ و جهت آن رو به بالا است.

ب) نادرست است. زیرا، شتاب $a = \frac{1}{s} \frac{m}{s^2}$ و جهت حرکت آسانسور می‌تواند رو به بالا یا رو به پایین باشد.
پ) درست است.
بنابراین، تنها ۱ مورد نادرست است.

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۰ و ۳۳۷)

55 - گزینه «۳»

(امیرمهر میرسعید)

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتابش صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{net} = m \cdot a \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

می‌بینیم، برآیند نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر \vec{F}_3 و جهت آن در خلاف جهت \vec{F}_3 است. اکنون اگر نیروی \vec{F}_3 را برعکس کرده و مقدارش را ۳ برابر کنیم، داریم:

$$\vec{F}_1 + (-3\vec{F}_2) + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2 \Rightarrow -\vec{F}_2 - 3\vec{F}_2 = m\vec{a} \Rightarrow -4\vec{F}_2 = m\vec{a} \Rightarrow -4F_2 = ma \Rightarrow \frac{m=2 \cdot kg}{F_2=4 \cdot N} \rightarrow$$

$$-4 \times 4 = 2 \times a \Rightarrow a = -\frac{8}{2} \frac{m}{s^2}$$

با داشتن شتاب جسم، می‌توان سرعت آن را در لحظه $t = 2s$ به دست آورد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -\frac{8}{s} \times 2 + 10 = -6 \frac{m}{s}$$

می‌بینیم، اندازه سرعت جسم $\frac{6}{s} \frac{m}{s}$ و جهت آن، در خلاف جهت بردار سرعت اولیه است.

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۲)

56 - گزینه «۱»

(امیرمهر میرسعید)

چون نیروی مقاومت هوا برای دو گلوله یکسان است، اگر نیروی مقاومت هوا را f_D بنامیم خواهیم داشت:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

این رابطه نشان می‌دهد که جسم سنگین‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و رابطه $v^2 = 2a\Delta x$ نشان می‌دهد، گلوله‌ای که شتاب بیشتری دارد، با تندی بیشتری به

زمین می‌رسد. بنابراین طبق رابطه $k = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی جسم سنگین‌تر در برخورد به زمین بیشتر است (چون هم سرعت و هم جرم آن بیشتر است، طبق رابطه

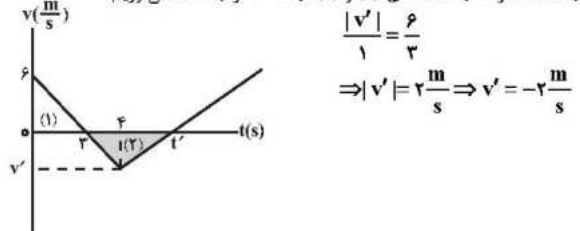
$h = \frac{1}{2}at^2$ ، گلوله‌ای که شتاب حرکت آن بیشتر است در مدت زمان کم‌تری به سطح زمین می‌رسد، پس کمیت الف، ب و ت برای گلوله سنگین‌تر، بزرگ‌تر است.

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۳ و ۳۵۵)

57 - گزینه «۴»

(امیرمهر میرسعید)

با استفاده از تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)، ابتدا v' را به دست می‌آوریم:



در بازه زمانی $2s$ تا t' متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است و با توجه به اینکه مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، t' را به دست می‌آوریم:

اکنون شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی به دست می‌آوریم و با استفاده از قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم را در این دو بازه، مقایسه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{0-6}{2} = -\frac{3}{s} \frac{m}{s^2} \\ a_2 = \frac{0-(-2)}{2-0} = \frac{1}{s} \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$\vec{F}_s = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_{net} = 0/2 \times (-2\vec{i}) = (-0/2N)\vec{i} \\ \vec{F}_{net} = 0/2 \times (\frac{2}{s}\vec{i}) = (0/2N)\vec{i} \end{cases}$$

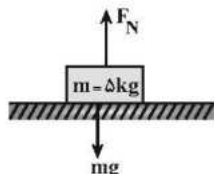
$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = -\Delta \vec{F}_{net}$$

(ترکیبی) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۲۱ و ۳۰ و ۳۲)

58 - گزینه «۳»

(امیرمهر میرسعید)

ابتدا $f_{s,max}$ و f_k را می‌یابیم. چون جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، F_{nety} است، لذا داریم:



$$F_{nety} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow \frac{\mu_s = 1}{F_N = 50N} \rightarrow f_{s,max} = \frac{1}{10} \times 50 = 5N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \frac{\mu_k = 0.4}{F_N = 50N} \rightarrow f_k = \frac{0.4}{10} \times 50 = 2N$$

با توجه به اندازه $f_{s,max}$ و f_k ، متوجه می‌شویم، اگر نیروی افقی $4N$ به جسم وارد شود جسم ساکن می‌ماند. زیرا اندازه این نیرو کوچکتر از $f_{s,max} = 5N$ است. بنابراین عبارت «الف» نادرست است. اگر نیروی افقی $5N$ به جسم وارد شود، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و با ضربه‌ای شروع به حرکت می‌کند. در این حالت شتاب جسم برابر با $0/2 \frac{m}{s^2}$ می‌گردد. زیرا:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow \frac{F=5N, m=5kg}{f_k=2N} \rightarrow$$

$$F_{net} = 5 - 2 = 3N \Rightarrow a = \frac{3}{5} = 0/6 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین عبارت «ب» درست است.

اگر به جسم نیروی افقی $10N$ وارد شود، شتاب جسم $1/2 \frac{m}{s^2}$ می‌شود. زیرا:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow \frac{F=10N}{f_k=2N} \rightarrow F_{net} = 10 - 2 = 8N \Rightarrow a = 1/6 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow a = 1/2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین، عبارت «پ» درست است.

همان‌طور که در عبارت «ب» بررسی شد، اگر نیروی افقی از $10N$ به $5N$ کاهش یابد، شتاب حرکت از $1/2 \frac{m}{s^2}$ به $0/2 \frac{m}{s^2}$ می‌رسد. بنابراین، چون شتاب جسم هم‌چنان در جهت حرکت است، تندی جسم در حال افزایش است، لذا عبارت «ت» نادرست است.

بنابراین، عبارت‌های «الف» و «ت» نادرست‌اند.

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۹۱)

59 - گزینه «۳»

(کیانوش کبان‌منش)

چون نردبان در آستانه سر خوردن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{N_y} = mg = 50 \times 10 = 500N$$

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_{N_y} = \frac{0.4}{10} \times 500 = 200N$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \frac{-200}{a}$$

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{\frac{-200}{a}}{\frac{-50}{a}} = 4$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۴۰)

61 - گزینه «۴»

(سعید شرق)

حالت اول: اگر فنر فشرده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به پایین و هم‌جهت با نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو مجموع این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg + kx = F_N \xrightarrow{F_N = 48N} mg + kx = 48 \quad (1)$$

حالت دوم: اگر فنر کشیده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به بالا و در خلاف جهت نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو تفاضل این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg - kx = F_N \xrightarrow{F_N = 36N} mg - kx = 36 \quad (2)$$

اکنون، می‌توان با استفاده از معادله‌های (۱) و (۲) به‌صورت زیر، m را به‌دست آورد. دقت کنید، طرفین دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

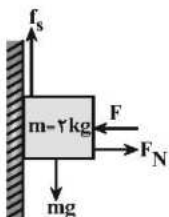
$$\xrightarrow{(1)+(2)} 2mg = 48 + 36 \Rightarrow 2m \times 10 = 84 \Rightarrow m = 4/2 \text{ kg}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۴۵)

62 - گزینه «۳»

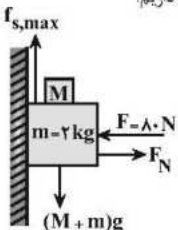
(سعید شرق)

چون قبل از قرار دادن جسم دوم بر روی جسم اول، این جسم ساکن می‌ماند، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. لذا داریم:



$$F_{\text{net}y} = 0 \Rightarrow mg - f_s = 0 \Rightarrow f_s = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

بعد از قرار دادن جسم دوم، جسم اول در آستانه لغزش قرار می‌گیرد. بنابراین بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بر آن وارد می‌شود. در این حالت داریم:



$$F_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 80 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} f_{s,\text{max}} = 0.4 \times 80 = 32 \text{ N}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۴۱)

63 - گزینه «۴»

(امسان مظنی)

با توجه به این‌که شیب نمودار نیروی کشسانی برحسب تغییرات طول فنر برابر با ثابت فنر است، ابتدا با توجه به نمودار رسم شده، ثابت فنرها را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{A شکل: } F_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow F_1 + F_N = f_{s,\text{max}} \xrightarrow{F_1 = 40 \text{ N}}$$

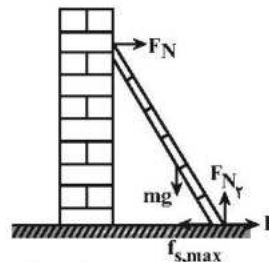
$$40 + F_N = 200 \Rightarrow F_N = 160 \text{ N}$$

$$\text{B شکل: } F_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow F_2 + F_N'$$

$$= f_{s,\text{max}} \xrightarrow{F_2 = 80 \text{ N}} 80 + F_N' = 200 \Rightarrow F_N' = 120 \text{ N}$$

در آخر داریم:

$$\frac{F_N'}{F_N} = \frac{120}{160} = \frac{3}{4}$$

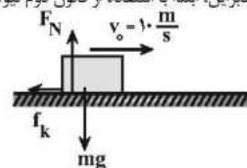


(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳۷ و ۳۴۴)

60 - گزینه «۲»

(سعید شرق)

چون جسم روی سطح افقی پرتاب می‌شود، تنها نیروی خالص وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است. بنابراین، ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را می‌یابیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k \times F_N = \mu_k mg}$$

$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

می‌بینیم، شتاب حرکت به ضریب اصطکاک جنبشی و شتاب گرانشی بستگی دارد که با توجه به ثابت بودن آن‌ها در دو حالت، شتاب جسم تغییری نمی‌کند. بنابراین، با استفاده از معادله سرعت ($v = at + v_0$) داریم:

$$v = at_1 + v_0 \xrightarrow{v=0, v_0=10 \frac{m}{s}} 0 = at_1 + 10 \Rightarrow t_1 = -\frac{10}{a}$$

$$v' = at_2 + v'_0 \xrightarrow{v'=0, v'_0=20 \times 10 = 200 \frac{m}{s}} 0 = at_2 + 200 \Rightarrow t_2 = -\frac{200}{a}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{-\frac{200}{a}}{-\frac{10}{a}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 20$$

برای تهیه مسافت طی شده، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=10 \frac{m}{s}} 0 - 100 = 2a\Delta x_1$$

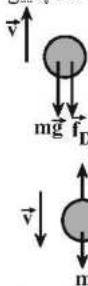
$$\Rightarrow \Delta x_1 = \frac{-50}{a}$$

$$v'^2 - v'_0{}^2 = 2a\Delta x' \xrightarrow{v'=0, v'_0=200 \frac{m}{s}} 0 - 40000 = 2a\Delta x'$$

65 - گزینه ۳»

(معمولی گپانی)

به گلوله دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. هنگامی که گلوله به طرف بالا می‌رود، هر دو نیرو رو به پایین و هنگامی که پایین می‌رود، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر و قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب گلوله را در هر مرحله می‌یابیم: (جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم).



$$F_{net\uparrow} = ma_{\uparrow} \Rightarrow mg + f_D = ma_{\uparrow} \Rightarrow a_{\uparrow} = \left(g + \frac{f_D}{m}\right)$$

$$F_{net\downarrow} = ma_{\downarrow} \Rightarrow mg - f_D = ma_{\downarrow} \Rightarrow a_{\downarrow} = g - \frac{f_D}{m}$$

اکنون با استفاده از رابطه $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ ، $v^2 = v_0^2 + 2a_{\uparrow}\Delta x$ را به صورت زیر می‌یابیم. برای حالت بالا رفتن، تندی اولیه گلوله v_0 و تندی آن در انتهای مسیر صفر است. بنابراین داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_{\uparrow}\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=v_1} 0 = (-v_1)^2 + 2a_{\uparrow}(-h)$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 2ah_{\uparrow} \quad (1)$$

برای حالت پایین رفتن، تندی اولیه گلوله صفر و تندی برخورد آن به زمین برابر

$$v = \frac{v_1}{\epsilon}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_{\downarrow}\Delta x \xrightarrow{v_0=0, \Delta x=h} \frac{1}{\epsilon^2} v_1^2 = 0 + 2a_{\downarrow}h$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 2\epsilon^2 a_{\downarrow}h \quad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} (1), (2) \Rightarrow 2a_{\uparrow}h &= 2\epsilon^2 a_{\downarrow}h \Rightarrow a_{\uparrow} = \epsilon^2 a_{\downarrow} \Rightarrow a_{\uparrow} = g + \frac{f_D}{m} \\ a_{\downarrow} &= g - \frac{f_D}{m} \\ g + \frac{f_D}{m} &= \epsilon^2 \left(g - \frac{f_D}{m}\right) \Rightarrow g + \frac{f_D}{m} = \epsilon^2 g - \frac{\epsilon^2 f_D}{m} \\ \Rightarrow \frac{17f_D}{m} &= 15g \xrightarrow{g=10 \frac{N}{kg}} \frac{17f_D}{m} = 15 \times 10 \Rightarrow f_D = \frac{15}{17} N \end{aligned}$$

(رئالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

66 - گزینه ۱»

(امیدیه برارار)

ابتدا مسافتی که آسانسور در هر مرحله طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$h_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \xrightarrow{t_1=2s, a_1=\frac{m}{s}} h_1 = 2m$$

$$h_2 = v_1 t_2 \xrightarrow{v_1=2s, t_2=2s} h_2 = 4 \times 2 = 8m$$

$$h_3 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \xrightarrow{t_2=\frac{v}{a_2}=\frac{2}{\frac{m}{s}}=2s, a_2=\frac{m}{s}} h_3 = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{2}{\frac{m}{s}}\right)^2 = 4 \delta m$$

$$k_A = \frac{F_{eA}}{x_A} \Rightarrow k_A = \frac{\delta}{\delta} = 1 \frac{N}{cm}, k_B = \frac{F_{eB}}{x_B} = \frac{4}{\delta} \frac{N}{cm}$$

$$k_C = \frac{F_{eC}}{x_C} = \frac{1}{4} \frac{N}{cm}$$

اکنون، با توجه به این که نیروی کشسانی هر سه فنر یکسان است، می‌توان نوشت:

$$F_e = kx = k_A x_A = k_B x_B = k_C x_C$$

$$\Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = \frac{k_A}{k_B} \xrightarrow{x_A=\delta \cdot cm, k_A=1 \frac{N}{cm}, k_B=\frac{4}{\delta} \frac{N}{cm}} \frac{x_B}{\delta} = \frac{1}{\frac{4}{\delta}} \Rightarrow x_B = 64 \delta cm$$

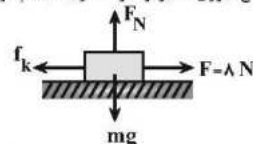
$$\frac{x_C}{x_A} = \frac{k_A}{k_C} \xrightarrow{x_A=\delta \cdot cm, k_A=1 \frac{N}{cm}, k_C=\frac{1}{4} \frac{N}{cm}} \frac{x_C}{\delta} = \frac{1}{\frac{1}{4}} \Rightarrow x_C = 4 \delta cm$$

(رئالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

64 - گزینه ۲»

(مریم شیخ‌موی)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را قبل از قطع نیروی F می‌یابیم و به دنبال آن سرعت جسم را در پایان مسافت $8 \cdot cm$ حساب می‌کنیم. این سرعت، در لحظه قطع نیروی F برابر سرعت اولیه جسم در ادامه حرکت است.



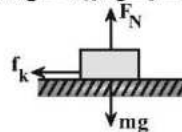
$$f_k = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N=mg} f_k = \mu_k mg$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \xrightarrow{F=8N, \mu_k=0.2, g=10 \frac{N}{kg}} \frac{8}{m} - 2 = a$$

$$8 - 2 = 2 \times a \Rightarrow 2 = 2a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0, \Delta x=8 \cdot cm=0.08m, a=1 \frac{m}{s^2}} v^2 = 2 \times 1 \times 0.08 \Rightarrow v^2 = 0.16 \Rightarrow v = \sqrt{0.16} = 0.4 \frac{m}{s}$$

اکنون شتاب حرکت جسم را بعد از قطع نیروی F می‌یابیم:



$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 0 - f_k = ma' \Rightarrow -\mu_k mg = ma' \xrightarrow{\mu_k=0.2} -2 = a'$$

$$-2 = 2 \times a' \Rightarrow a' = -1 \frac{m}{s^2}$$

در آخر، مسافت توقف را بعد از قطع نیروی F می‌یابیم:

$$v'^2 - v_0'^2 = 2a'\Delta x' \xrightarrow{v'=0.4 \frac{m}{s}, v_0'=0, a'=-1 \frac{m}{s^2}} 0 - 0.16 = 2 \times (-1) \times \Delta x'$$

$$\Rightarrow \Delta x' = 0.08m = 8 \cdot cm$$

(رئالیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ و ۴۱)

68 - گزینه «۱»

(ابراهیم، قهرمان)

برای محاسبه کار انجام شده می‌توانیم از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنیم. به

همین منظور ΔK را از رابطه $\Delta K = K_f - K_i = \frac{P_f^2}{2m} - \frac{P_i^2}{2m}$ به‌دست می‌آوریم. بنابراین، ابتدا تبدیل یکاهای تکانه‌ها را انجام می‌دهیم:

$$P_i = 2mN.Ms \xrightarrow{M=10^3} P_i = 2 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 N.s = 2 \times 10^9 N.s$$

$$P_f = 500 \frac{kg.hm}{das} \xrightarrow{h=10^3, da=10} P_f = 500 \times 10^3 \times 10^{-1} \frac{kg.m}{s} = 5 \times 10^4 \frac{kg.m}{s}$$

اکنون، کار کل انجام شده را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{P_f^2}{2m} - \frac{P_i^2}{2m} \Rightarrow W_t = \frac{1}{2m} (P_f^2 - P_i^2)$$

$$\xrightarrow{m=2 \text{ ton} = 2 \times 10^3 \text{ kg}} W_t = \frac{1}{2 \times 2 \times 10^3} \times (25 \times 10^8 - 9 \times 10^8)$$

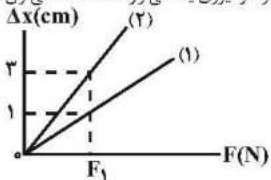
$$\Rightarrow W_t = \frac{16 \times 10^8}{4 \times 10^3} = 4 \times 10^5 J = 4 \text{ kJ}$$

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

69 - گزینه «۴»

(رضا امامی)

با توجه به نمودار، به ازای نیروی F_1 ، تغییر طول فنر (۱) برابر $x_1 = 1 \text{ cm}$ و تغییر طول فنر (۲) برابر $x_2 = 2 \text{ cm}$ است. بنابراین، با استفاده از رابطه محاسبه نیروی کششی فنر و با توجه به این‌که به هر دو فنر نیروی یکسانی وارد شده است، می‌توان نوشت:



$$F_1 = F_2 \xrightarrow{F=Kx} K_1 x_1 = K_2 x_2 \xrightarrow{K_1=15 \frac{N}{cm}} 15 \times 1 = K_2 \times 2$$

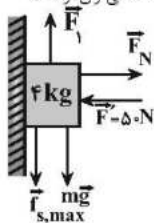
$$\Rightarrow K_2 = \frac{15 \frac{N}{cm} \times 1 \text{ cm}}{2} = 7.5 \frac{N}{cm} \Rightarrow K_2 = 500 \frac{N}{m}$$

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

70 - گزینه «۳»

(رضا امامی)

اگر جسم رو به بالا در آستانه حرکت باشد، $f_{s,max}$ رو به پایین است. در این حالت، با توجه به این‌که $F_{net} = 0$ است، می‌توان نوشت:



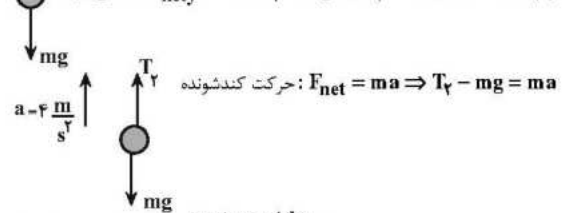
بنابراین در فاصله ۱۰ متری از نقطه شروع حرکت، آسانسور با تندی ثابت در حال

حرکت است و در فاصله ۲۵ متری مبدأ حرکت، با شتاب $\frac{m}{s^2}$ به‌صورت

کندشونده و به سمت پایین در حال حرکت است.

با نوشتن قانون دوم نیوتون در دو مرحله داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow T_1 = mg \Rightarrow T_1 = 0 / 2 \times 10 = 2N (*)$$



$$\Rightarrow T_2 = m(g + a) \xrightarrow{m=200 \text{ kg}, g=10 \frac{m}{s^2}, a=\frac{m}{s^2}} T_2 = 200(10 + \frac{m}{s^2})$$

$$\Rightarrow T_2 = 0 / 2(10 + \frac{m}{s^2}) = 2 / 1N (2)$$

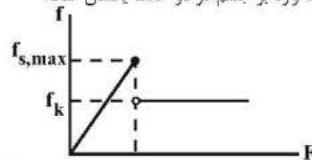
$$\xrightarrow{(1), (2)} T_2 - T_1 = 0 / 1N$$

(ترکیبی) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۸ و ۳۵ و ۳۷)

67 - گزینه «۳»

(امیرحسین پیرارزان)

مطابق شکل با افزایش نیروی F ، نیروی اصطکاک تا مقدار $f_{s,max}$ افزایش می‌یابد تا جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. پس از آن نیروی اصطکاک از نوع جنبشی می‌شود. بنابراین با توجه به نمودار، در حالت دوم جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. از طرفی چون نیروی سطح وارد بر جسم در دو حالت یکسان است، پس نیروی اصطکاک وارد بر جسم در دو حالت یکسان است.



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2} \xrightarrow{F_N=mg, R_1=R_2} f_1 = f_2$$

لذا، در حالت اول نیروی F برابر با f_k است.

$$f_k = \mu_k mg, g=10 \frac{N}{kg} \xrightarrow{\mu_k=0.4} f_k = 4m$$

$$F = f_k \xrightarrow{\mu_k=0.4} F = 4m$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای حالت جدید می‌نویسیم. داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F' - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k mg, F' = 1/5 \Delta F} \frac{f_k = 0.4 \cdot 10 \cdot m}{\mu_k = 0.4, g = 10 \frac{N}{kg}, F = 4m}$$

$$4m - 4m = ma \Rightarrow a = \frac{m}{s^2}$$

(رئانامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ و ۴۱)

72 - گزینه «۲»

(رضا امامی)

با استفاده از رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه جسم، به صورت زیر نسبت جرم جسم A به B را می یابیم:

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \quad \frac{K_A}{P_A} = \frac{K_B}{P_B}$$

$$\frac{\frac{1}{2} K_B}{\frac{1}{2} K_B} = 1 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{4}$$

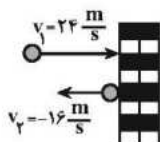
(رئالیسم) (فیزیک ۳، صفحه ۳۵)

73 - گزینه «۱»

(مهدی کیوانلو)

با توجه به شکل زیر، اگر سمت راست را مثبت در نظر بگیریم، با استفاده از رابطه

$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$



$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \times (-40)}{0.5} = -2000 \text{ N}$$

$$\Rightarrow |F_{net}| = 2000 \text{ N}$$

(رئالیسم) (فیزیک ۳، صفحه ۳۴ و ۳۶)

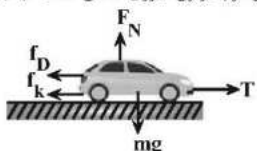
74 - گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

ابتدا شتاب حرکت خودرو را می یابیم. به همین منظور از رابطه محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت استفاده می کنیم:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{at + v_0 + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow a = \frac{2(v_{av} - v_0)}{t} = \frac{2(12 - 0)}{2} = 12 \text{ m/s}^2$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی کشش طناب (T) را می یابیم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow T - f_k - f_D = ma \Rightarrow T - 4000 - 2000 = 1200 \times 12 \Rightarrow T = 2000 \text{ N}$$

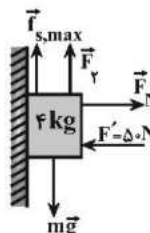
(رئالیسم) (فیزیک ۳، صفحه ۳۶ و ۳۷)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_1 - mg - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_N = F_1$$

$$F_1 - mg - \mu_s F_N = 0 \Rightarrow F_1 - 40 - 0.4 \times 40 = 0 \Rightarrow F_1 = 56 \text{ N}$$

$$F_1 - 40 - 0.4 \times 56 = 0 \Rightarrow F_1 = 62.4 \text{ N}$$

اگر جسم رو به پایین در آستانه حرکت باشد، $f_{s,max}$ رو به بالا است. در این حالت، داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_1 + f_{s,max} - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_1 + \mu_s F_N - mg = 0 \Rightarrow F_1 + 0.4 \times 40 - 40 = 0 \Rightarrow F_1 = 24 \text{ N}$$

$$F_1 + 0.4 \times 56 - 40 = 0 \Rightarrow F_1 = 22.4 \text{ N}$$

در آخر برای محاسبه اختلاف بیشینه و کمینه مقدار نیروی F، داریم:

$$\Delta F = F_{max} - F_{min} = F_1 - F_2 \Rightarrow \Delta F = 60 - 20 = 40 \text{ N}$$

(رئالیسم) (فیزیک ۳، صفحه ۳۷ و ۳۹)

71 - گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه محاسبه شتاب گرانشی در سطح سیاره $(g = \frac{GM}{R^2})$ و همچنین

رابطه های $m = \rho V$ و حجم کره $(V = \frac{4}{3} \pi R^3)$ ، به صورت زیر نسبت $\frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}}$ را می یابیم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{M_{سیاره}}{M_{زمین}} \times \frac{R_{زمین}^2}{R_{سیاره}^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{\rho_{سیاره} \times \frac{4}{3} \pi R_{سیاره}^3}{\rho_{زمین} \times \frac{4}{3} \pi R_{زمین}^3} \times \frac{R_{زمین}^2}{R_{سیاره}^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{\rho_{سیاره}}{\rho_{زمین}} \times \frac{R_{سیاره}}{R_{زمین}} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{1}{27}$$

(رئالیسم) (فیزیک ۳، صفحه ۳۶ و ۳۹)

75 - گزینه «۲»

(مهرم شیخ‌موم)

با توجه به نمودار داده شده، در فاصله $r_1 = 6400 \text{ km}$ از مرکز زمین (در سطح زمین) نیروی وارد بر ماهواره برابر با F_1 و در فاصله $r_2 = 6400 + h$ این نیرو برابر با $\frac{1}{4}F_1$ است. بنابراین، با استفاده از رابطه $F = G \frac{M_e m}{r^2}$ ، فاصله ماهواره را از سطح زمین (h) می‌یابیم.

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} \xrightarrow{M_e, m, G = \text{ثابت}} \frac{F_1}{r_1^2} = \frac{F_2}{r_2^2}$$

$$\frac{F_1}{r_1^2} = \frac{\frac{1}{4}F_1}{r_2^2} \xrightarrow{r_1 = 6400 \text{ km}} \frac{1}{r_1^2} = \frac{\frac{1}{4}}{r_2^2} \Rightarrow \frac{1}{6400^2} = \frac{1}{4r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = 6400^2 \times 4$$

$$\Rightarrow r_2 = 6400 \times \sqrt{4} = 6400 \times 2 = 12800 \text{ km}$$

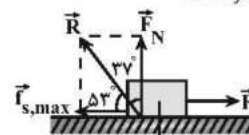
$$\Rightarrow h = r_2 - r_1 = 12800 - 6400 = 6400 \text{ km}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۶ و ۴۸)

76 - گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

در لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و بیشینه مقدار خود است.



$$\tan \Delta r = \frac{F_N}{f_{s, \max}} \xrightarrow{F_N = mg, \tan \Delta r = \frac{r}{r}} \frac{r}{r} = \frac{mg}{\mu_s mg} \Rightarrow \mu_s = \frac{r}{r} \quad (I)$$

در حالت دوم، اگر به جسم نیروی F' وارد شده باشد، جسم با شتاب $\frac{1}{10} \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند. دقت کنید در لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار داشت، $F = f_{s, \max}$ بود. بعد از آن نیروی وارد بر جسم به اندازه 10 نیوتون افزایش یافته است:

$$\frac{F' = f_{s, \max} + 10}{\mu_s = \frac{r}{r}} \Rightarrow \mu_s mg + 10 - f_k = ma \xrightarrow{m = 1/2 \text{ kg}, f_k = \mu_k mg} \frac{r}{r} \times 1/2 \times 10 + 10 - \mu_k \times 1/2 \times 10 = 1/2 \times 10$$

$$19 - 12 = 12 \mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{7}{12} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{\frac{r}{r}}{\frac{7}{12}} = \frac{9}{7}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ و ۴۰)

77 - گزینه «۱»

(امیرحسین برادران)

می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص - زمان و محور زمان برابر با تغییر تکانه (ΔP) است. با توجه به بردار سرعت اولیه و نهایی جسم، تغییر تکانه در 20 ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\Delta P = P_{t=20s} - P_s \xrightarrow{P = mv, v_1 = 12 \frac{m}{s}, m = 0.5 \text{ kg}, v_2 = -10 \frac{m}{s}} \Delta P = 0.5 \times (12 - (-10))$$

$$\Rightarrow \Delta P = 11 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{S = \Delta P = \frac{F_{\max} \times t}{2}} F_{\max} = \frac{11}{10} = 1.1 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m} = \frac{1.1}{0.5}} a_{\max} = \frac{1.1}{0.5} = 2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۶)

78 - گزینه «۳»

(معمربارق ماسپره)

با کاهش 20 درصدی تندی جسم، بعد از مسافت 9 m ، تندی آن به $v = v_0 - 0.2v_0 = 0.8v_0$ می‌رسد. بنابراین ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. پس از محاسبه شتاب با استفاده از معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg} -\mu_k mg = ma \xrightarrow{\mu_k = 0.2} -0.2 \times 10 = a$$

$$\Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v = 0.8v_0, \Delta x = 9 \text{ m}} 0.64v_0^2 - v_0^2 = 2 \times (-2) \times 9$$

$$\Rightarrow 36 = 0.36v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 100 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ و ۴۰)

79 - گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

در لحظات t_1 و t_2 متحرک در جهت مثبت در حال حرکت است، بنابراین نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم (در جهت منفی) به جسم وارد می‌شود.

(رئامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ و ۳۲)

80- گزینه «۲»

(امیرحسین پرادران)

هنگام شروع به حرکت: (حرکت تندشونده)

$$F_N = W_1 = m(g - a_1)$$

$$F'_N = W_2 = m(g + a_2)$$

$$W_1 - W_2 = m(g - a_1) - m(g + a_2)$$

$$\Rightarrow W_1 - W_2 = -80(4 + 2) = -480 \text{ N}$$



(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

81- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر $mg > f_{s, \max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این صورت جسم ساکن می‌ماند و $f_s = mg$ خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است، $F_N = F = 50 \text{ N}$ می‌باشد.

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = \frac{\mu_s \cdot \rho}{F_N = 50 \text{ N}} \rightarrow f_{s, \max} = 0.6 \times 50 = 30 \text{ N}$$

چون $mg = 25 \text{ N} < f_{s, \max} = 30 \text{ N}$ است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین $f_s = mg = 2/5 \times 10 = 25 \text{ N}$ است. با توجه به این که نیروی سطح برابرند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \frac{f_s = 25 \text{ N}}{F_N = 50 \text{ N}} \rightarrow R = \sqrt{25^2 + 50^2}$$

$$= \sqrt{3125} = \sqrt{5 \times 625} \Rightarrow R = 25\sqrt{5} \text{ N (I)}$$

اگر نیروی F ، ۲۰ نیوتون کاهش یابد در حالت جدید نیز بررسی می‌کنیم آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر؟

جسم حرکت می‌کند. $mg > f'_{s, \max}$ $\rightarrow f'_{s, \max} = \mu_s F'_N = 0.6 \times 30 = 18 \text{ N}$ بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است:

$$f_k = \mu_k F'_N = 0.5 \times 30 = 15 \text{ N} \Rightarrow R' = \sqrt{f_k^2 + F'_N^2}$$

$$\frac{f_k = 15 \text{ N}, F'_N = 30 \text{ N}}{\rightarrow R' = \sqrt{15^2 + 30^2} = 15\sqrt{5} \text{ (II)}}$$

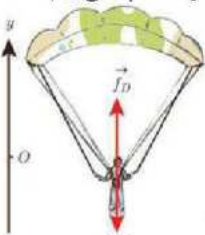
$$\frac{(I), (II)}{\rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{15\sqrt{5}}{25\sqrt{5}} = \frac{3}{5}}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

82- گزینه «۱»

(امیرحسین پرادران)

ابتدا نیروهای وارد بر چتریار را رسم نموده و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون تندی چتریار را در لحظه t_1 می‌یابیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma$$

$$\frac{f_D}{36v_1^2} - 90 \times 10 = 90 \times 8 \Rightarrow 36v_1^2 = 900 \times 9$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{900 \times 9}{36} = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{30}{2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون تندی حده چتریار را می‌یابیم. چون در حالت تندی حده نیروی خالص وارد بر چتریار صفر است، می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_D - mg = 0 \Rightarrow f_D = mg$$

$$\Rightarrow 36v_2^2 = 90 \times 10 \Rightarrow v_2^2 = \frac{900}{36}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{30}{6} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در آخر با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

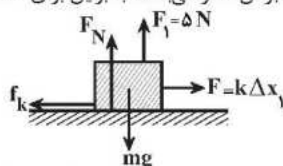
$$a_{\text{av}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 15}{5 - 10} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(ریتامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۳۷ تا ۳۸)

83- گزینه «۳»

(نیما نوروزی)

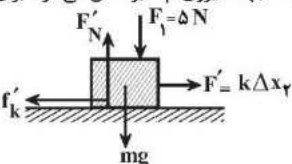
مطابق شکل، ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به دنبال آن تغییر طول فنر را در دو حالت می‌یابیم. چون سرعت جسم ثابت است، برابری نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد، بنابراین برای حالت اول داریم:



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg - F_1} f_k = \mu_k (mg - F_1)$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x_1 = \mu_k (mg - F_1) \text{ (I)}$$

با توجه به شکل زیر که جهت نیروی F_1 برعکس می‌شود، برای حالت دوم داریم:



$$f'_k = \mu_k F'_N \xrightarrow{F'_N = mg + F_1} f'_k = \mu_k (mg + F_1)$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F' = f'_k \Rightarrow k\Delta x_2 = \mu_k (mg + F_1) \text{ (II)}$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{k\Delta x_1}{k\Delta x_2} = \frac{\mu_k (mg - F_1)}{\mu_k (mg + F_1)} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{mg - F_1}{mg + F_1}$$

$$\frac{\Delta x_1 = \ell_1 - \ell_0}{\Delta x_2 = \ell_2 - \ell_0} \rightarrow \frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_2 - \ell_0} = \frac{mg - F_1}{mg + F_1}$$

$$\frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_2 - \ell_0} = \frac{mg - F_1}{mg + F_1} \xrightarrow{m = 2/5 \text{ kg}, \ell_1 = 24 \text{ cm}} \frac{24 - 20}{\ell_2 - 20} = \frac{2/5 \times 10 - 5}{2/5 \times 10 + 5}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\ell_2 - 20} = \frac{2}{30} \Rightarrow \ell_2 - 20 = 6 \Rightarrow \ell_2 = 26 \text{ cm}$$



- 1- نیروی خالص F_1 در جهت محور x بر جسم m_1 اثر کرده و معادله مکان - زمان جسم m_1 به صورت $x = t^2$ است و نیروی خالص F_2 در جهت محور y بر جسم m_2 اثر کرده و معادله مکان - زمان جسم m_2 به صورت $y = 2t^2$ است. اگر نیروی خالص F_1 در لحظه $t = 3s$ و نیروی خالص F_2 در لحظه t' ثانیه صفر شوند، کدام گزینه باشد تا پس از صفر شدن نیروهای خالص، در یک مدت زمان معین، اندازه جابه جایی دو جسم یکسان باشد؟
- ۱ (۱) ۱/۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۵ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | پیش نیاز و ترکیب | فصل ۱ دوازدهم | فصل ۱ دوازدهم | سختی | متوسط |

معادله مکان - زمان در حرکت راست خط با شتاب ثابت یک متحرک به صورت روبه رو می باشد.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

مکان اولیه متحرک (m) مکان نهایی متحرک (m)

شتاب متحرک ($\frac{m}{s^2}$) سرعت اولیه متحرک ($\frac{m}{s}$)

معادله مکان - زمان جسم m_1 در مدتی که نیروی خالص وارد بر آن، مخالف صفر است، یک معادله درجه دوم از زمان است. یعنی حرکت جسم m_1 با شتاب ثابت بوده است:

$$x = t^2 \rightarrow \frac{x}{t^2} = \frac{1}{2}a_1 = 1, V_0 = 0, x_0 = 0 \Rightarrow a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$$

نیروی خالص F_1 در لحظه $t = 3s$ صفر می شود و طبق قانون اول نیوتون، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. پس باید طبق رابطه $V = at + V_0$ ، دقیقاً در لحظه $t = 3s$ ، سرعت جسم را به دست آوریم. زیرا جسم با این سرعت به حرکت خود ادامه خواهد داد:

$$V_1 = a_1 t \xrightarrow{t=3s} V_1 = 6 \frac{m}{s} \xrightarrow{\text{جابه جایی در مدت } \Delta t} \Delta x_1 = V_1 \Delta t = 6 \Delta t$$

دقیقاً همین تحلیل را برای جسم m_2 انجام می دهیم:

$$y = 2t'^2 \rightarrow \frac{y}{t'^2} = \frac{1}{2}a_2 = 2, V_0 = 0, y_0 = 0 \Rightarrow a_2 = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$V_2 = a_2 t' = 4t' \xrightarrow{t=t'} V_2 = 4t' \xrightarrow{\text{جابه جایی در مدت } \Delta t} \Delta y = V_2 \Delta t = 4t' \Delta t$$

$$\Delta x = \Delta y \rightarrow 4t' \Delta t = 6 \Delta t \Rightarrow t' = \frac{3}{2} s$$

گروه آموزشی ماز

- 2- سه نیروی $\vec{F}_1 = -20\vec{i} + 50\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\vec{i} - 20\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ به طور همزمان به جسمی به جرم یک کیلوگرم اثر می کنند. اندازه شتاب جسم برابر با حالتی می شود که فقط نیروهای \vec{F}_2 و \vec{F}_3 به جسم اثر کنند. در این صورت، چه رابطه ای باید بین α و β برقرار باشد؟ (همه واحدها در SI هستند).
- ۱ (۱) $2\alpha - 5\beta = 25$ (۲) $2\alpha - 5\beta = 5$ (۳) $5\alpha - 2\beta = 25$ (۴) $5\alpha - 2\beta = 5$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۴ | ۸ | ۵ | سوال | دوازدهم | دینامیک | پیش نیاز و ترکیب | فصل ۱ دوازدهم | فصل ۱ دوازدهم | سختی | سخت |

یه مروری داشته باشیم بر قوانین نیوتون:

قانون اول نیوتن میگوید اگر به جسمی نیرو وارد نشد، وضعیت سابقش رو دو دستی می چسبه! یعنی اگر ساکن باشه، ساکن می مونه و اگر در حال حرکت باشه، سرعتش ثابت می مونه

قانون دوم نیوتن میگوید اگر بر جسم نیرو وارد بشه، جسم شتابی در جهت نیرو می گیره که این شتاب با نیرو نسبت مستقیم و با جرم نسبت عکس داره:

$$(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m})$$

قانون سوم نیوتن میگوید هر کنشی، واکنشی داره که هم اندازه و در خلاف آن است

توجه کنید که در قانون دوم نیوتن باید از نیروی خالص یا برآیند نیروها استفاده کنیم:

$$F_{net} = F_1 + F_2 + \dots = ma$$

$$\mathbf{F} - \mathbf{f}_k = m\mathbf{a}$$

برای مثال اگر نیروی \mathbf{F} پیشران و نیروی \mathbf{f}_k مانع حرکت باشد، خواهیم داشت:

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} &\Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_f + \vec{F}_p = m\vec{a}_1 \Rightarrow -2\cdot\vec{i} + 5\cdot\vec{j} + 1\cdot\vec{i} - 2\cdot\vec{j} + \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = 1 \times \vec{a}_1 \rightarrow \vec{a}_1 = (\alpha - 1)\vec{i} + (\beta + 3)\vec{j} \\ \Rightarrow a_1 &= \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\beta + 3)^2}\end{aligned}$$

در حالت دوم، فقط نیروهای \vec{F}_f و \vec{F}_p به جسم اثر می‌کنند. پس:

$$\vec{F}_f + \vec{F}_p = m\vec{a}_1 \Rightarrow 1\cdot\vec{i} - 2\cdot\vec{j} + \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = \vec{a}_1 \rightarrow \vec{a}_1 = (\alpha + 1)\vec{i} + (\beta - 2)\vec{j} \Rightarrow a_1 = \sqrt{(\alpha + 1)^2 + (\beta - 2)^2}$$

اندازه شتاب جسم باید در هر دو حالت، یکسان باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}a_1 = a_1 &\Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\beta + 3)^2} = \sqrt{(\alpha + 1)^2 + (\beta - 2)^2} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (\alpha - 1)^2 + (\beta + 3)^2 = (\alpha + 1)^2 + (\beta - 2)^2 \\ \Rightarrow (\alpha - 1)^2 - (\alpha + 1)^2 &= (\beta - 2)^2 - (\beta + 3)^2 \xrightarrow{a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)} (\alpha - 1 + \alpha + 1)(\alpha - 1 - \alpha - 1) = (\beta - 2 + \beta + 3)(\beta - 2 - \beta - 3) \\ \Rightarrow 2\alpha(-2) &= (2\beta + 1)(-5) \Rightarrow 2\alpha = 5\beta + 25 \Rightarrow 2\alpha - 5\beta = 25\end{aligned}$$

تست کنکور خارج ریاضی ۹۳:

سه نیرو همزمان، بر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI، به صورت $\vec{F}_1 = 2\cdot\vec{i} - 5\cdot\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 1\cdot\vec{i} + 2\cdot\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = -1\cdot\vec{j}$ باشد، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

$$10\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

$$5\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow 2\cdot\vec{i} - 5\cdot\vec{j} + 1\cdot\vec{i} + 2\cdot\vec{j} - 1\cdot\vec{j} = 5\vec{a} \Rightarrow 3\cdot\vec{i} - 4\cdot\vec{j} = 5\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2}$$

گزینه (۳) درست است.

$$\Rightarrow 5a = 5 \Rightarrow a = 1 \cdot \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

3- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

(الف) در لحظه‌ای که جسم ساکن شروع به حرکت می‌کند، الزاماً نیروی خالص با سرعت جسم، هم جهت است.

(ب) ممکن است در یک لحظه جسم ساکن باشد ولی شتاب جسم مخالف صفر باشد.

(پ) آزمایش گالیله بیانگر قانون لختی است.

(ت) تغییر بردار سرعت در اثر نیرو است.

(ج) ممکن است بزرگی نیروی وارد بر جسمی کاهش یابد، اما بزرگی سرعت آن افزایش یابد.

$$5 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه 4

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۹ | ۱ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | فصل ۱ دوازدهم | فصل ۱ دوازدهم | فصل ۱ دوازدهم | سهگنی | سهگنی |

نکته: اگر جسمی از حال سکون، تحت تأثیر نیروی خالصی قرار بگیرد، جهت حرکتش در شروع حرکت، هم جهت با نیروی خالصی است که به آن وارد شده است. (چون وقتی جسم ساکنی تحت تأثیر نیروی خالصی شروع به حرکت می‌کند، در شروع حرکت، الزاماً حرکتش تندشونده می‌شود و بنابراین باید در شروع حرکت، بردار سرعت و بردار شتاب جسم، هم جهت باشند.)

پس (الف) درست است.

وقتی شما گلوله‌ای را به سمت بالا پرتاب می‌کنید، گلوله بالا رفته و در بالاترین ارتفاع ممکن، یک لحظه ایستاده و برمی‌گردد. پس در نقطه اوج، گلوله ساکن است اما در آن نقطه، تنها نیروی مؤثر بر گلوله، نیروی وزن گلوله است و $\mathbf{F}_{\text{net}} = m\mathbf{g}$ و $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ است.

پس (ب) درست است.

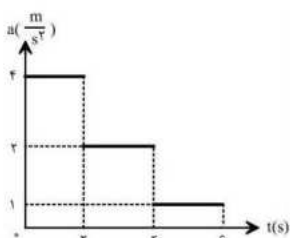
آزمایش گالیله بیانگر قانون اول نیوتون است و قانون اول نیوتون هم به قانون لختی مشهور است.

پس (پ) درست است.

وقتی بردار سرعت تغییر می‌کند، $\Delta \mathbf{v} \neq 0$ می‌شود و این تغییر در یک بازه زمانی رخ می‌دهد و $\Delta t \neq 0$ است پس طبق رابطه $\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ ، شتاب هم مخالف صفر می‌شود و طبق رابطه $\mathbf{F}_{\text{net}} = m\mathbf{a}$ ، تغییر بردار سرعت در اثر نیرو می‌شود.

پس مورد (ت) درست است.

فرض کنید نمودار شتاب جسمی به جرم m ، مطابق شکل مقابل باشد. با توجه به نمودار، بزرگی شتاب جسم در حال کاهش است پس بزرگی نیروی وارد بر جسم نیز در حال کاهش است. حالا فرض کنید متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد.



$$0 \leq t \leq 2 \xrightarrow{\text{سطح زیر نمودار}} \Delta V = 8 \Rightarrow V_{2S} - 0 = 8 \Rightarrow V_{2S} = 8 \frac{m}{s}$$

$$2 \leq t \leq 4 \xrightarrow{\text{سطح زیر نمودار}} \Delta V = 4 \Rightarrow V_{4S} - V_{2S} = 4 \Rightarrow V_{4S} - 8 = 4 \Rightarrow V_{4S} = 12 \frac{m}{s}$$

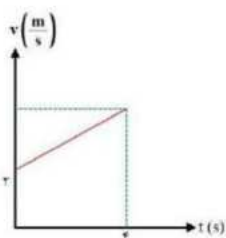
$$4 \leq t \leq 6 \xrightarrow{\text{سطح زیر نمودار}} \Delta V = 2 \Rightarrow V_{6S} - V_{4S} = 2 \Rightarrow V_{6S} - 12 = 2 \Rightarrow V_{6S} = 14 \frac{m}{s}$$

با این که بزرگی نیروی وارد بر جسم در حال کاهش است ولی اندازه سرعت جسم در حال افزایش است.

پس مورد (ج) درست است.

گروه آموزشی ماز

4- نمودار سرعت - زمان جسمی به جرم 2 kg که در مسیری مستقیم حرکت می کند، به صورت زیر است. اگر کار نیروی خالص وارد بر جسم در چهار ثانیه اول حرکت برابر 32 J باشد، اندازه برآیند نیروهای وارد بر آن چند نیوتون است؟



۱ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | کار و انرژی و جنبشی دهم | □ | سه | سخت |

قضیه کار و انرژی جنبشی:

کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم برابر است با تغییرات انرژی جنبشی آن جسم به عبارتی دیگر داریم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i$$

شتاب متوسط: نسبت تغییرات سرعت به مدت زمان تغییرات، شتاب متوسط می گویند. و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\left(\frac{m}{s^2} \right) \text{ شتاب متوسط} \leftarrow a_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \begin{cases} \text{تغییرات سرعت} \left(\frac{m}{s} \right) \\ \text{تغییرات زمان} (s) \end{cases}$$

قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیروی خالص وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می گیرد که این شتاب نسبت مستقیم با نیروی خالص وارد بر جسم دارد و با جرم جسم نسبت وارون دارد، به عبارتی دیگر داریم:

$$\left(\frac{m}{s^2} \right) \text{ شتاب متوسط} \leftarrow a = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \begin{cases} \text{نیرو} (N) \\ \text{جرم} (kg) \end{cases}$$

نکته ۱: شتاب یک کمیت برداری است.

نکته ۲: نیروی خالص وارد بر جسم شتاب هم جهت هستند.

مثال:

اتومبیلی به جرم 1200 kg پس از طی مسافت 300 m ، با شتاب ثابت سرعتش از $36 \frac{km}{h}$ به $72 \frac{km}{h}$ می رسد. برآیند نیروهای وارد بر آن چند نیوتون است؟

(تست کنکور)

۶۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۲۴۰ (۳)

۲۴۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

$$v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \div 3.6 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \div 3.6 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال به کمک رابطه سرعت - جابه‌جایی، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 20^2 - 10^2 = 2 \times a \times 300 \Rightarrow 400 - 100 = 600a \Rightarrow 300 = 600a$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow F_{\text{برآیند}} = 1200 \times \frac{1}{2} = 600 \text{ N}$$

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، در چهار ثانیه اول حرکت (یعنی بازه زمانی ۰ تا ۴s) سرعت در لحظه ۴s را می‌یابیم:

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 2 (v_2^2 - 4) \Rightarrow$$

$$32 = v_2^2 - 4 \Rightarrow v_2^2 = 36 \Rightarrow v_2 = \pm 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{v_2 > 0} v_2 = +6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چون نمودار سرعت - زمان داده شده به صورت خط راست است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است و در نتیجه شتاب متوسط و لحظه‌ای برابر است. پس داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{6 - 2}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

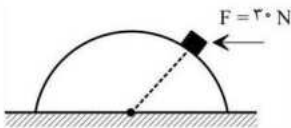
و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow F_{\text{برآیند}} = 2 \times 1 = 2 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

5- مطابق شکل زیر جسمی به جرم m توسط نیروی افقی F روی نیمکره بدون اصطکاکی در حال سکون نگه داشته شده است. اگر نیروی عمودی تکیه‌گاه

وارد بر جسم 50 N باشد، جرم جسم چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

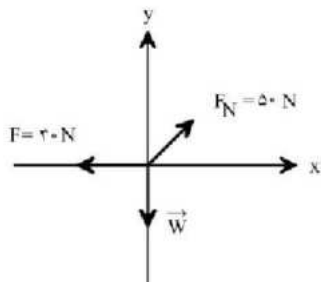


- ۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۶ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | | |

ابتدا مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



از طرفی چون جسم ساکن است، پس می‌توان گفت برآیند هر سه نیرو صفر است. بنابراین داریم:

$$F_N^x = F^x + W^x \rightarrow 50^x = 30^x + W^x \Rightarrow W = 40 \text{ N}$$

حال طبق رابطه $W = mg$ می‌توان جرم جسم را محاسبه کرد. پس داریم:

$$W = mg \rightarrow 40 = m \times 10 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

گروه آموزشی ماز

6- شخصی درون یک آسانسور بر روی ترازو ایستاده است. در کدام حالت، عددی که ترازو نشان می‌دهد کوچک‌تر از بقیه حالت‌هاست؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) آسانسور با شتاب $a = +4 \frac{m}{s^2}$ رو به پایین حرکت کند.

(۲) آسانسور با شتاب $a = 2 \frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده پایین برود.

(۳) آسانسور با شتاب $a = +2 \frac{m}{s^2}$ رو به بالا حرکت کند.

(۴) آسانسور با شتاب $a = 4 \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده بالا برود.

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۳ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | ۴ | ۴ | متوسط | سه |

نکته ۱: عددی که ترازو در آسانسور نشان می‌دهد، همان نیروی عمودی تکیه‌گاه است.

نکته ۲: برای حل این سؤالات می‌توان گفت که:

$$N = m(g + a) \text{ را بدانیم}$$

$$N = m(g \pm \pm |a|)$$

تندشونده
بالاتر رفتن

کندشونده
پایین آمدن

با توجه به نکته داخل درسنامه، می‌توان گفت:

گزینه ۱: $N = m(10 + 4) = 14m$

گزینه ۲: $N = m(10 - 2) = 8m$

گزینه ۳: $N = m(10 + 2) = 12m$

گزینه ۴: $N = m(10 - 4) = 6m$

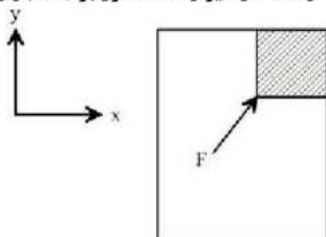
بنابراین در حالتی که آسانسور با شتاب $a = 4 \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده بالا می‌رود، ترازو کمترین عدد را نسبت به بقیه حالت‌ها نشان می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

7- در شکل مقابل، جعبه‌ای به جرم 2 kg را توسط نیروی $\vec{F} = 30\vec{i} + 60\vec{j}$ در گوشه آسانسور به حالت ساکن نگه داشته‌ایم و اگر آسانسور با شتابی به

بزرگی $2 \frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده رو به پایین در حرکت است، نسبت بزرگی نیروهای عمودی تکیه‌گاهی که از سقف و دیواره آسانسور بر جسم وارد

می‌شوند، کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، از کلیه اصطکاک‌ها اغماض کنید همه واحدها در SI هستند.)



(۱) ۱

(۲) ۱/۱

(۳) ۱/۲

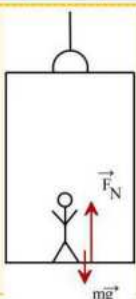
(۴) ۱/۴

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | ۱ دوازدهم | فصل ۱ دوازدهم | سخت | سه |

بررسی حرکت‌های مختلف آسانسور:

مطابق شکل فرض کنید شخصی به جرم درون یک آسانسور قرار دارد، حرکت‌های مختلفی که برای حرکت آسانسور وجود دارد، در جدول زیر بررسی می‌کنیم:



| جهت حرکت | حرکت با شتاب \bar{a} | مراحل تحلیل | نتیجه نهایی |
|------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| رو به بالا ↑ | تندشونده | $F_{net,y} = ma \rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g+a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده } a > 0} F_N = m(g+a)$ | $F_N = m(g+a)$ $F_N > mg$ |
| رو به بالا ↑ | کندشونده | $F_{net,y} = ma \rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g+a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت کندشونده } a < 0} F_N = m(g-a)$ | $F_N = m(g-a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین ↓ | تندشونده | $F_{net,y} = ma \rightarrow mg - F_N = ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g-a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده } a > 0} F_N = m(g-a)$ | $F_N = m(g-a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین ↓ | کندشونده | $F_{net,y} = ma \rightarrow mg - F_N = ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g-a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت کندشونده } a < 0} F_N = m(g+a)$ | $F_N = m(g+a)$ $F_N > mg$ |

نکته: هرگاه آسانسور با سرعت ثابت (بدون شتاب) حرکت کند، طبق قانون اول نیوتون داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

توجه: حواستان باشد وقتی آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دیگه براش حرکت تندشونده و کندشونده بی معنی است چون شتاب ندارد.

نکته: وقتی کابل آسانسور پاره شود، آسانسور سقوط آزاد می‌کند و شتاب آن برابر g رو به پایین است. به عبارتی داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g+a) \xrightarrow{a=-g} F_N = m(g-g) = 0$$

بنابراین نیروی عمودی سطح صفر است.

توجه: در همه حالت‌های گفته شده وقتی کابل آسانسور پاره شود، رابطه بالا صادق است.

نکته: اگر شخص درون آسانسور بر روی یک ترازو قرار داشته باشد، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد عکس‌العمل نیروی عمودی سطح است. طبق قانون سوم نیوتون هر علمی، عکس‌العملی دارد هم‌اندازه و هم‌راستا در مخالف جهت هم. به عبارتی داریم:

$$(\text{عکس‌العمل}) \vec{F}_N = -\vec{F}_N = |\vec{F}_N| \quad (\text{عمل})$$

نیروی عمودی سطح = عددی که ترازو نشان می‌دهد

| حرکت آسانسور: | نیروی عمودی سطح: | نیروی که نیروسنج نشان می‌دهد: |
|-------------------------------|------------------|-------------------------------|
| سرعت ثابت | $F_N = mg$ | $F_N = F_N = mg$ |
| وقتی کابل آسانسور پاره می‌شود | $F_N = 0$ | $F_N = F_N = 0$ |

توجه: برای حالت‌هایی که حرکت آسانسور با شتاب هست، برای مشخص کردن نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد به جدول اولی مراجعه کنید.

تمرین: شخصی به جرم 600 N درون آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد 480 N را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور

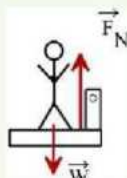
ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ (سراسری ریاضی ۸۶ - خارج)

۱) ۲، پایین ۲) ۲، بالا ۳) ۱، پایین ۴) ۱، بالا

پاسخ: گزینه ۱

جهت حرکت آسانسور را رو به بالا فرض می‌کنیم. چون وزن شخص 600 N است. جرم شخص برابر است با:

$$W = mg \Rightarrow 600 = m \times 10 \Rightarrow m = 60\text{ kg}$$



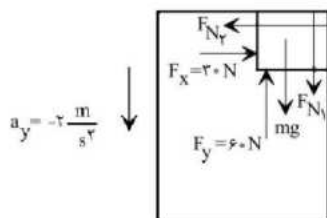
کلیه نیروهایی که به شخص داخل آسانسور وارد می‌شود رسم می‌کنیم و طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow 480 - 600 = 6a \Rightarrow -120 = 6a \Rightarrow a = -\frac{120}{6} = -20 \frac{m}{s^2}$$

چون جهت حرکت آسانسور را رو به بالا گرفتیم و شتاب منفی به دست آمد، این به این معناست که شتاب به سمت پایین است.

نیروی عمودی تکیه‌گاهی که از سقف آسانسور به جسم وارد می‌شود را F_N و نیروی عمودی تکیه‌گاهی که از دیواره آسانسور به جسم وارد می‌شود را F_{N_p} می‌نامیم.

جسم در راستای محور x حرکت نمی‌کند پس $F_{net,x} = 0$ است. ولی جسم به همراه آسانسور دارای حرکت شتاب‌دار است و $F_{net,y} = ma_y$ است.

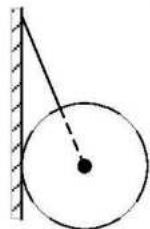


$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_x - F_{N_x} = 0 \Rightarrow F_{N_x} = F_x \Rightarrow F_{N_x} = 30 \text{ N}$$

$$F_{\text{net},y} = ma_y \Rightarrow F_y - mg - F_{N_y} = ma_y \Rightarrow 60 - 30 - F_{N_y} = -6 \Rightarrow F_{N_y} = 36 \text{ N}$$

$$\rightarrow \frac{F_{N_y}}{F_{N_x}} = \frac{36}{30} = \frac{6}{5} = 1.2$$

گروه آموزشی ماز



8- سطح کره‌ای به شعاع 20 cm و جرم 600 g مطابق شکل روبرو به انتهای نخ‌ی به طول 40 cm بسته شده و بر دیوار قائمی با اصطکاک ناچیز تکیه دارد. نیرویی که کره به دیوار وارد می‌کند چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$\begin{aligned} & 2 \quad (2) \\ & 2\sqrt{10} \quad (4) \end{aligned}$$

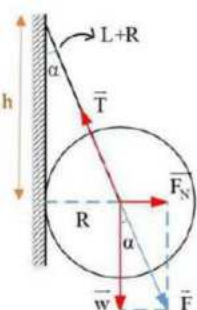
$$\begin{aligned} & 2 \quad (1) \\ & 1/\sqrt{5} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|--------|--------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۶ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | | سه‌گتی | سه‌گتی |

همه نکات لازم برای حل این تست در درسنامه تست‌های قبل موجوده...

در شکل روبرو، نیروهای وارد بر کره را از مرکز جرم آن رسم کرده‌ایم. سه نیرو بر کره وارد می‌شوند: وزن کره، نیروی عمودی دیوار و نیروی کشش نخ. چون کره ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، در نتیجه برآیند \vec{F}_N و \vec{w} (که در شکل با \vec{F} نشان داده‌ایم)، هم‌اندازه با \vec{T} و در خلاف جهت آن است و داریم:



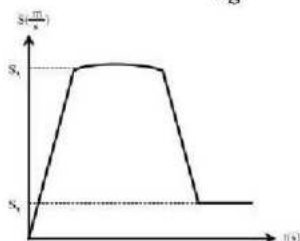
$$(L+R)^2 = R^2 + h^2 \rightarrow (40+20)^2 = 20^2 + h^2$$

$$h^2 = 3600 - 400 = 3200 \rightarrow h = 40\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{R}{h} = \frac{F_N}{w} \rightarrow \frac{20}{40\sqrt{2}} = \frac{F_N}{0.6 \times 10} \rightarrow F_N = 1/\sqrt{5} \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

9- چتربازی به جرم 90 kg از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع زیادی از سطح زمین قرار دارد، خود را رها می‌کند و تا قبل از باز شدن چتر، رابطه بین تندی چترباز و نیروی مقاومت هوا در SI به صورت $f_D = S^2$ است. بعد از باز شدن چتر، $f_D = 4S^2$ می‌شود. اگر نمودار تندی چترباز تا قبل از رسیدن به سطح زمین مطابق شکل زیر باشد، مقدار $S_1 + S_2$ و نیز بیشترین اندازه نیروی وارد بر چترباز، چند واحد SI هستند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



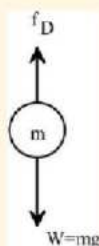
$$\begin{aligned} & 2700 \text{ و } 45 \quad (1) \\ & 1600 \text{ و } 15 \quad (2) \\ & 2700 \text{ و } 15 \quad (3) \\ & 1600 \text{ و } 45 \quad (4) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۱

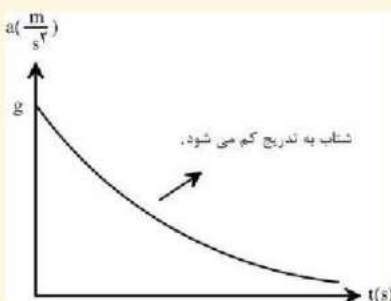
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|--------|--------|
| درجه ۱۰ | ۱۰ | ۷ | ۱۰ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | فصل ۲ دهم | سه‌گتی | سه‌گتی |

فرض کنید جسمی از حال سکون در هوا رها شود. نکات زیر در مورد حرکت آن دارای اهمیت است.

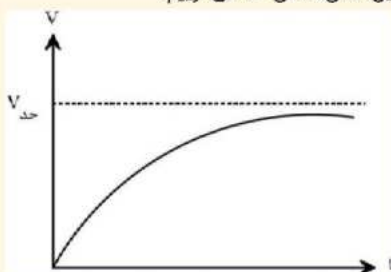
۲) در سقوط جسم، دو نیرو به آن وارد می‌شوند. نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت، یعنی به سمت بالا به جسم وارد می‌شوند.



۲) نیروی مقاومت هوا با تندی حرکت جسم متناسب است به گونه‌ای که هر چه تندی سقوط بیشتر می‌شود، این نیرو هم بزرگتر می‌شود.
 ۳) در ابتدا که جسم از حال سکون رها می‌شود، چون تندی آن کم است، نیروی مقاومت هوا ناچیز است و جسم با شتابی نزدیک به g سقوط می‌کند. به تدریج و با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوا هم بزرگتر می‌شود و در نتیجه شتاب سقوط جسم کاهش می‌یابد. با توجه به این توضیحات نمودار شتاب - زمان حرکت به صورت مقابل خواهد بود.



۳) در ابتدای حرکت، چون شتاب زیاد است، شیب نمودار سرعت - زمان هم زیاد خواهد بود. در نهایت با نزدیک شدن شتاب به صفر، نمودار سرعت - زمان تقریباً افقی می‌شود و تندی حرکت تقریباً ثابت می‌شود که به این تندی، تندی حد می‌گوییم.



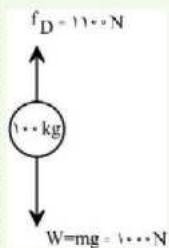
۴) در هر لحظه سقوط، مطابق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = mg - f_D \\ F_{\text{net}} = ma \end{cases} \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

مثال: چتربازی به جرم کل 100 kg در حال سقوط است و نیروی مقاومت هوای وارد بر آن برابر 1100 N است. شتاب حرکت چترباز چند متر بر مربع ثانیه است؟

به نظر شما چترباز چتر خود را باز کرده است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

با توجه به این که نیروی مقاومت هوا از وزن بیشتر است، حرکت چترباز کندشونده بوده و شتاب حرکت به سمت بالاست.
 بنابراین چتر، باز بوده که باعث کند شدن حرکت شده است.



$$F_{\text{net}} = f_D - mg = 1100 - 1000 = 100 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma = 100 = 100a \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب حرکت به سمت بالا می‌باشد.

با توجه به نمودار، مشخص است که چترباز قبل از باز کردن چتر، به کمک سطح بدن خود بعد از مدتی به تندی حدی S_1 رسیده و با این تندی ادامه داده و سپس چتر خود را باز کرده است و در نهایت به تندی حدی S_2 رسیده و با همین تندی تا سطح زمین آمده است. در تندی حدی، وزن چترباز با مقاومت هوا متوازن می‌شود:

$$f_D = mg \Rightarrow S_1^2 = 900 \Rightarrow S_1 = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow S_1 + S_2 = 45 \frac{m}{s}$$

$$f'_D = mg \Rightarrow 4S_2^2 = 900 \Rightarrow S_2 = 15 \frac{m}{s}$$

وقتی تندی چترباز به $S = 30 \frac{m}{s}$ می‌رسد، در این تندی، چترباز، چتر خود را باز می‌کند و مقاومت هوا ۴ برابر می‌شود و شتاب، بیشینه می‌شود:

$$a_{\max} = \frac{f'_D - mg}{m} = \frac{4(30)^2 - 900}{90} = 30 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{net, max}} = ma_{\max} = 90 \times 30 = 2700 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

10 - گلوله‌ای کروی شکل به قطر 40 cm از ارتفاع مشخصی نسبت به سطح زمین از داخل یک بالن، به سمت پایین رها می‌کنیم. اگر بین نیروی مقاومت هوا و سرعت گلوله در رابطه $f_D = 0.6V^2$ برقرار باشد، سرعت حدی برخورد گلوله به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ و } \pi = 3 \text{ و } \rho = 1.5 \frac{gr}{cm^3})$$

$$8\sqrt{10} \quad (4)$$

$$4\sqrt{20} \quad (3)$$

$$20\sqrt{2} \quad (2)$$

$$8\sqrt{5} \quad (1)$$

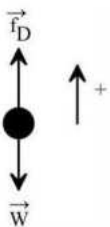
پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | ترکیب | ۱۰ | فصل اول دهم | سختی | سخت |

درسنامه سوال قبل رو کامل بخونید، یکی از درسنامه هایی هست که نیاز شما رو در این جور تست ها کاملاً برطرف می‌کنه...

ابتدا با کمک رابطه چگالی، جرم گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3 \quad d = 40 \text{ cm} \rightarrow r = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \rightarrow m = 1500 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.2)^3 = 48 \text{ kg}$$

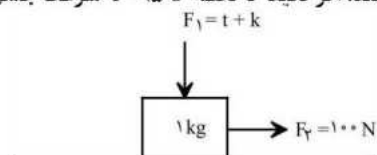


حال مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم. سپس با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت بالا و قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$f_D - mg = ma \xrightarrow{a=0} f_D = mg \rightarrow 0.6V^2 = 480 \rightarrow V^2 = 800 \Rightarrow V = 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

توجه کنید که وقتی اندازه نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن با یکدیگر برابر می‌شوند، در این لحظه شتاب حرکت صفر می‌شود و گلوله با تندی حدی مسیر حرکت را ادامه می‌دهد.

11- جسمی به جرم 1 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0/5$ مطابق شکل مقابل قرار دارد و بر آن نیروی قائم $F_1 = t + k$ نیوتون وارد می شود. جسم را در مبدأ زمان با نیروی افقی $F_2 = 100\text{ N}$ می کشیم و جسم در جهت نیرو حرکت می کند. اگر دقیقاً تا لحظه $t = 150\text{ s}$ سرعت جسم کاهش نیابد، مقدار k در SI کدام است؟



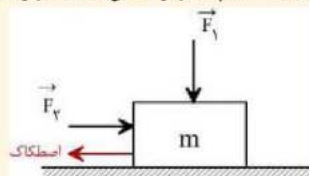
- (۱) ۱۵
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۵ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۱۵ | فصل یک دوازدهم | سه | سه |

درسنامه

(۱) فرض کنید مطابق شکل، یک نیروی قائم و یک نیروی افقی به یک جسم که روی سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد وارد می شود.



در این صورت نیروی عکس العمل عمودی سطح برابر است با:

$$N = mg + F_1$$

(۲) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s_{\max}} = \mu_s N = \mu_s (mg + F_1)$$

(۳) اگر نیروی افقی F_2 کوچکتر از $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم حرکت نمی کند.

$$F_2 < f_{s_{\max}} = F_2 < \mu_s (mg + F_1) \rightarrow \text{جسم حرکت نمی کند}$$

در این حالت اصطکاک و نیروی F_2 هم اندازه خواهند شد.

(۴) اگر نیروی F_2 هم اندازه $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم در آستانه حرکت قرار دارد و مقدار اصطکاک بیشینه است.

(۵) اگر اندازه F_2 بزرگتر از $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم حرکت می کند و اصطکاک آن از جنس جنبشی خواهد بود.

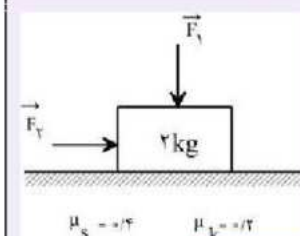
$$F_2 > f_{s_{\max}} = F_2 > \mu_s (mg + F_1) \rightarrow \text{جسم حرکت می کند}$$

در این حالت اصطکاک برابر است با:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (mg + F_1)$$

در ادامه یک مثال از این موضوع حل می کنیم.

مثال: در شکل مقابل اندازه نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به ترتیب برابر ۱۰ و ۱۴ نیوتون است. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.



۲۰۰۰۸۵۸۵

عدد ۲۰

گام اول: محاسبه $f_{s_{max}}$

$$f_{s_{max}} = \mu_s N = \mu_s (mg + F_1) = 0.4 \times (20 + 10) = 12N$$

گام دوم: چون نیروی $F_1 = 12N$ بزرگتر از $f_{s_{max}}$ است، جسم حرکت می‌کند و اصطکاک از نوع جنبشی است.

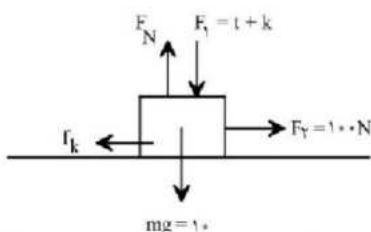
$$f_k = \mu_k N = 0.2 \times (20 + 10) = 6N$$

گام سوم: محاسبه شتاب حرکت

$$F_{net} = F_1 - f_k = 14 - 6 = 8N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow 8 = 2a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

جسم در جهت محور x حرکت می‌کند و تا زمانی که $F_1 \geq f_k$ باشد، سرعت جسم کاهش نمی‌یابد.



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 + mg \Rightarrow F_N = t + k + 10$$

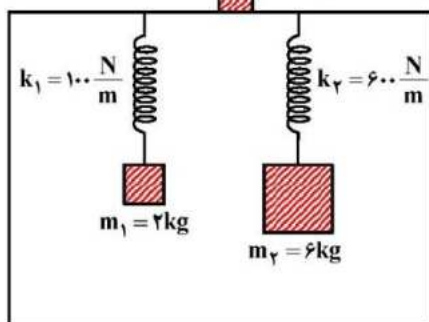
$$f_k = \mu_k F_N = \frac{1}{5}(t + k + 10)$$

$$F_2 \geq f_k \Rightarrow 100 \geq \frac{1}{5}(t + k + 10) \Rightarrow 190 - k \geq t \xrightarrow{t \leq 150s} 190 - k = 150 \Rightarrow k = 40$$

گروه آموزشی ماز

12- مطابق شکل، دو جسم توسط دو فنر از سقف آسانسوری ساکن آویخته شده و در حال تعادل اند. اگر آسانسور با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین

شروع به حرکت کند، تغییر طول فنر (۱)، سانتی متر از تغییر طول فنر (۲) است. $(g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) ۱۲ ، کمتر

(۲) ۱۲ ، بیشتر

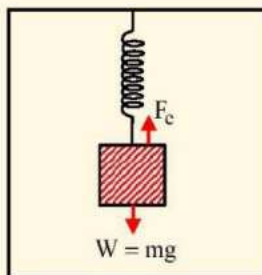
(۳) ۶ ، کمتر

(۴) ۶ ، بیشتر

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان متوسط |
|----------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه اول | ۴ | ۹ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | ۵ | ۵ | سه | متوسط |

(۱) شکل زیر نیروهای وارد بر جسمی که از یک فنر درون آسانسور آویخته شده است را نشان می‌دهد.



در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

(۲) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا است داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = F_e - mg \Rightarrow F_e = m(g + a) \\ F_{\text{net}} = ma \Rightarrow k\Delta L = m(g + a) \end{cases}$$

(۳) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = mg - F_e \Rightarrow F_e = m(g - a) \\ F_{\text{net}} = ma \Rightarrow k\Delta L = m(g - a) \end{cases}$$

(۴) بنابراین به طور خلاصه نیروی فنر برابر است با:

شتاب به سمت بالا
↑
 $F_e = m(g \pm a)$
↓
شتاب به سمت پایین

بچه‌ها حواستان باشد که a ، اندازه شتاب آسانسور است.

(۵) دقت کنید که در محاسبه نیروی فنر، جهت شتاب آسانسور اهمیت دارد و جهت حرکت آسانسور مهم نیست.

مطابق درسنامه فوق، چون شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است، نیروی فنر از رابطه $F = m(g - a)$ به دست می‌آید. در این صورت می‌توان نوشت:

$$(۱) \text{ نیروی فنر } : F_1 = m_1(g - a) = 2(10 - 4) = 12\text{N}$$

$$F_1 = k_1\Delta\ell_1 \rightarrow k_1\Delta\ell_1 = 12 \Rightarrow 100 \cdot \Delta\ell_1 = 12$$

$$\Rightarrow \Delta\ell_1 = 0.12\text{m} = 12\text{cm}$$

$$(۲) \text{ نیروی فنر } : F_2 = m_2(g - a) = 6(10 - 4) = 36\text{N}$$

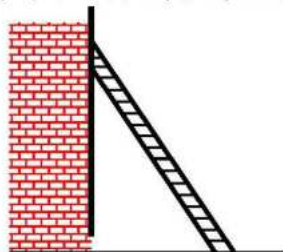
$$F_2 = k_2\Delta\ell_2 \rightarrow k_2\Delta\ell_2 = 36 \Rightarrow 600 \cdot \Delta\ell_2 = 36$$

$$\Rightarrow \Delta\ell_2 = 0.06\text{m} = 6\text{cm}$$

بنابراین تغییر طول فنر (۱)، ۶cm بیش‌تر از تغییر طول فنر (۲) است.

گروه آموزشی ماز

13 - مطابق شکل یک نردبان همگن به جرم 20kg به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است و در آستانه سر خوردن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی برابر 0.75 باشد و اندازه نیروی عکس‌العمل سطوح قائم و افقی به ترتیب R_1 و R_2 باشد، R_1 و R_2 از راست به چپ



چند نیوتون هستند؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

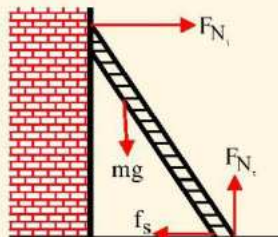
- (۱) ۱۵۰، ۲۵۰
(۲) ۲۵۰، ۱۵۰
(۳) ۲۰۰، ۲۵۰
(۴) ۲۰۰، ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|----------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه اول | ۴ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | متوسط |

در حل سؤالات مربوط به تعادل کافی است کاری کنیم که نیروهای افقی همدیگر را خنثی کنند و نیروهای عمودی هم اثر یکدیگر را خنثی کنند.

تعادل نردبان: نیروهای وارد بر نردبان مطابق شکل زیر هستند.



$$\begin{cases} \text{تعداد افقی: } F_{N_1} = f_s \\ \text{تعداد عمودی: } F_{N_1} = mg \end{cases}$$

در حالتی که نردبان در آستانه سر خوردن است، نیروی اصطکاک بیشینه است و داریم:

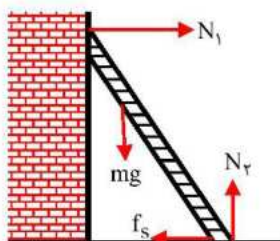
$$\begin{cases} \text{تعداد افقی: } F_{N_1} = f_{s_{\max}} = \mu_s F_{N_1} \\ \text{تعداد عمودی: } F_{N_1} = mg \end{cases} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s mg$$

مطابق در ستاره فوق می توان نوشت:

$$F_{N_1} = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_{N_1} = 0.75 \times 200 = 150 \text{ N}$$

$$F_{N_1} = f_{s_{\max}} = 150 \text{ N}$$



در نهایت عکس العمل سطوح برابر است با:

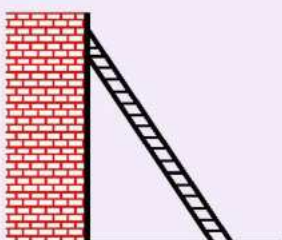
$$R_1 = F_{N_1} = 150 \text{ N}$$

$$R_2 = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_s^2} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250 \text{ N}$$

این سؤال براساس کنکور ریاضی سال ۹۸ طرح شده است. در ادامه تست کنکور را هم بررسی می کنیم.

(تست کنکور سراسری ریاضی ۹۸)

نردبانی همگن به جرم 40 kg مطابق شکل به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می کند، 300 N باشد،



نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می کند چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

$$500 \quad (2)$$

$$400 \quad (1)$$

$$250\sqrt{2} \quad (4)$$

$$600 \quad (3)$$

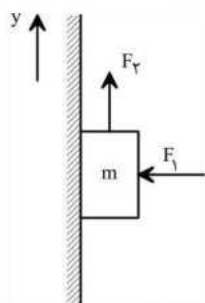
پاسخ: گزینه ۲

راه حل:

شبهه به پاسخ سؤال قبل داریم:

$$\begin{cases} F_{N_1} = mg = 40 \times 10 = 400 \text{ N} \\ f_s = F_{N_1} = 300 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R_2 = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_s^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز



۱۴- در شکل مقابل، جسمی به جرم $m = 500 \text{ g}$ تحت تأثیر دو نیروی افقی \vec{F}_1 و قائم \vec{F}_2 از حال سکون به سمت بالا شروع

به حرکت می کند و پس از جابه جایی 50 cm ، سرعت آن به $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رسد. در این لحظه، جهت نیروی F_3 عکس شده،

ضریب اصطکاک جنبشی سطح $\frac{3}{4}$ برابر شده و اندازه نیروی F_1 نیز دو برابر می شود و در نتیجه جسم پس از $6/25 \text{ cm}$

جابه جایی، می ایستد. اندازه نیروی \vec{F}_2 چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$10 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شفا | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۸ | ۸ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | فصل یک دوازدهم | <input checked="" type="checkbox"/> | سختی | سخت |

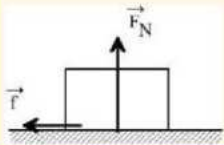
نکته: μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است و یکا ندارد.

$$\mu_s \geq \mu_k \xrightarrow{\times F_N \text{ در طرفین}} F_N \mu_s \geq F_N \mu_k \Rightarrow f_{s, \max} \geq f_k$$

نکته: همواره $f_{s, \max} \geq f_k$ است چرا؟

نیروی واکنش سطح

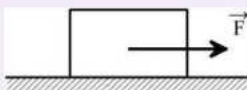
به برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود را نیروی واکنش سطح می‌گویند و با \vec{R} نمایش می‌دهیم. برای فهم بیشتر به شکل زیر توجه کنید:



$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

تمرین:

در شکل زیر، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ روی سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی $5 \cdot N$ به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با 25 N باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱۶/۶۶ (۲)

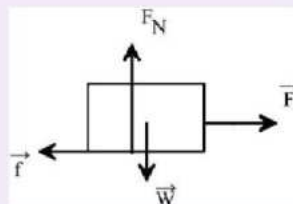
صفر (۱)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برآیند دو نیروی عمودی بر هم یکی نیروی عمودی سطح و دیگری اصطکاک است و داریم:

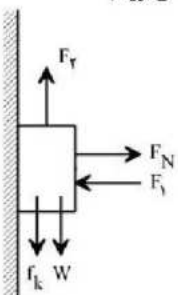
$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = 1/5 \times 10 = 15 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2} \rightarrow R^2 = f^2 + F_N^2 \rightarrow (25)^2 = f^2 + (15)^2 \rightarrow f^2 = 400 \rightarrow f = 20 \text{ N}$$

چون اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازه نیروی F است $(5 \cdot \text{N}) F > f (20 \cdot \text{N})$ بنابراین جسم با شتاب ثابت به طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}, x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \rightarrow 50 - 20 = \frac{m}{5} a \rightarrow a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جسم تحت تأثیر نیروی F_f به سمت بالا شروع به حرکت کرده است. به کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 4 - 0 = 2a \times 0.5 \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}, y} = ma \Rightarrow F_f - f_k - W = ma \Rightarrow F_f - f_k = W + ma$$

$$\xrightarrow{m=0.5 \text{ kg}} F_f - f_k = 5 + 2 \Rightarrow F_f - f_k = 7 \quad (1)$$

$$F_{\text{net}, x} = 0 \Rightarrow F_N = F_f \Rightarrow f_k = \mu_k F_f$$

در حالت دوم، جهت نیروی F_f عکس شده و ممکن است فکر کنید که جسم همین لحظه به سمت پایین برمی‌گردد! ولی حواستان باشد که در فیزیک،

تغییرات پهنوی نداریم. در این لحظه تندى جسم $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در جهت محور y است. پس باید جسم به صورت کندشونده، رو به بالا حرکت کند و بایستد:

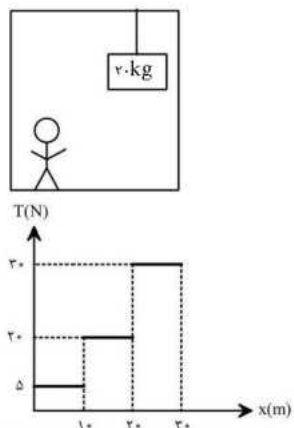
$$F'_Y = \tau F_Y, \mu'_k = \frac{\tau}{Y} \mu_k \xrightarrow{F'_N = F'_Y, f'_k = \mu'_k F'_N} f'_k = \frac{\tau}{Y} \mu_k \times \tau F_Y = \tau \mu_k F_Y = \tau f_k$$

$$F_{\text{net},y} = ma' \Rightarrow -f'_k - W - F_Y = ma' \Rightarrow -\tau f_k - \Delta - F_Y = -\Delta \times a' \quad (2)$$

$$V_Y^Y - V_Y^Y = \tau a' \Delta y' \Rightarrow 0 - 4 = \tau a' \times \frac{1}{16} \Rightarrow a' = -32 \xrightarrow{(2)} -\tau f_k - \Delta - F_Y = -16 \Rightarrow F_Y + \tau f_k = 11 \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(1), (4)} \begin{cases} F_Y - f_k = 7 \\ F_Y + \tau f_k = 11 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل طرفین}} \tau f_k = 4 \Rightarrow f_k = 1N \quad \text{و} \quad F_Y = 8N$$

گروه آموزشی ماز



15- در شکل مقابل، جسمی به جرم 20kg از سقف آسانسوری توسط نخ آویزان شده و شخصی به جرم 80kg درون آسانسور ایستاده است. اگر نیروی کشش نخ بر حسب مکان آسانسور به شکل زیر باشد، نیروی عمودی سطح که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، در 10 متر اول چند برابر این نیرو در 10 متر سوم است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{6}$

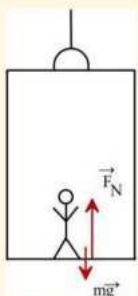
(۴) $\frac{1}{8}$

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سخت |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------------------------|----------------------|-----------|-----------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | <input checked="" type="checkbox"/> | فصل یک دوازدهم | سختی | سخت |

بررسی حرکت‌های مختلف آسانسور:

مطابق شکل فرض کنید شخصی به جرم درون یک آسانسور قرار دارد، حرکت‌های مختلفی که برای حرکت آسانسور وجود دارد، در جدول زیر بررسی می‌کنیم:



| جهت حرکت | حرکت با شتاب a | مراحل تحلیل | نتیجه نهایی |
|--------------------------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| رو به بالا \uparrow | تندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g+a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده } a > 0} F_N = m(g+a)$ | $F_N = m(g+a)$ $F_N > mg$ |
| رو به بالا \uparrow | کندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g+a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت کندشونده } a < 0} F_N = m(g-a)$ | $F_N = m(g-a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین \downarrow | تندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow mg - F_N = ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g-a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده } a > 0} F_N = m(g-a)$ | $F_N = m(g-a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین \downarrow | کندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow mg - F_N = ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g-a)$ $\xrightarrow{\text{حرکت کندشونده } a < 0} F_N = m(g+a)$ | $F_N = m(g+a)$ $F_N > mg$ |

نکته: هرگاه آسانسور با سرعت ثابت (بدون شتاب) حرکت کند، طبق قانون اول نیوتون داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

توجه: حواستان باشد وقتی آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دیگه برایش حرکت تندشونده و کندشونده بی معنی است چون شتاب ندارد.

نکته: وقتی کابل آسانسور پاره شود، آسانسور سقوط آزاد می‌کند و شتاب آن برابر g رو به پایین است. به عبارتی داریم:

$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g+a) \xrightarrow{a=-g} F_N = m(g-g) = 0$$

بنابراین نیروی عمودی سطح صفر است.

توجه: در همه حالت‌های گفته شده وقتی کابل آسانسور پاره شود، رابطه بالا صادق است.

نکته: اگر شخص درون آسانسور بر روی یک ترازو قرار داشته باشد، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد عکس‌العمل نیروی عمودی سطح است. طبق قانون سوم نیوتون هر علمی، عکس‌العملی دارد هم‌اندازه و هم‌راستا در مخالف جهت هم. به عبارتی داریم:

$$\vec{F}_N = -\vec{F}'_N = |\vec{F}_N| \text{ (عکس‌العمل)}$$

نیروی عمودی سطح = عددی که ترازو نشان می‌دهد

| حرکت آسانسور: | نیروی عمودی سطح: | نیروی که نیروسنج نشان می‌دهد: |
|-------------------------------|------------------|-------------------------------|
| سرعت ثابت | $F_N = mg$ | $F_N = F'_N = mg$ |
| وقتی کابل آسانسور پاره می‌شود | $F_N = 0$ | $F_N = F'_N = 0$ |

توجه: برای حالت‌هایی که حرکت آسانسور با شتاب هست، برای مشخص کردن نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد به جدول اولی مراجعه کنید.

تمرین:

شخصی به جرم 600 N درون آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد 480 N را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام

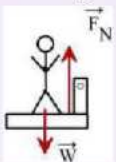
جهت است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ (سراسری ریاضی ۸۶ - خارج)

(۱) ۲، پایین (۲) ۲، بالا (۳) $\frac{1}{4}$ ، پایین (۴) $\frac{1}{4}$ ، بالا

پاسخ: گزینه ۱

جهت حرکت آسانسور را رو به بالا فرض می‌کنیم. چون وزن شخص 600 N است. جرم شخص برابر است با:

$$W = mg \Rightarrow 600 = m \times 10 \Rightarrow m = 60\text{ kg}$$



کلیه نیروهایی که به شخص داخل آسانسور وارد می‌شود رسم می‌کنیم و طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow 480 - 600 = 6a \Rightarrow -120 = 60a \Rightarrow a = -\frac{120}{60} = -2 \frac{m}{s^2}$$

چون جهت حرکت آسانسور را رو به بالا گرفتیم و شتاب منفی به دست آمد، این به این معناست که شتاب به سمت پایین است. در 10 متر اول، نیروی کشش طناب، کمتر از وزن جسم است پس جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است:

$$T = m(g - |a|) \Rightarrow 5 = 20(g - |a|) \Rightarrow g - |a| = \frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

در 10 متر سوم، نیروی کشش طناب، بیشتر از وزن جسم است پس جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است:

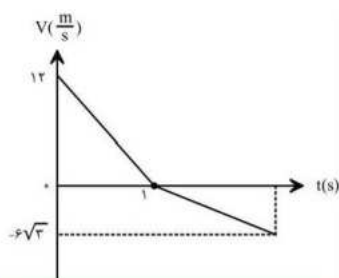
$$T' = m(g + |a'|) \Rightarrow 30 = 20(g + |a'|) \Rightarrow g + |a'| = \frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

نیروی عمودی سطح که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، همان وزن ظاهری شخص است:

$$\begin{aligned} F_N &= M(g - |a|) \Rightarrow \frac{F_N}{F'_N} = \frac{M(g - |a|)}{M(g + |a'|)} = \frac{g - |a|}{g + |a'|} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

16- جسمی به جرم 2 kg را در راستای قائم، از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر نمودار سرعت - زمان آن در کل مسیر، مطابق شکل مقابل باشد، اندازه مقاومت هوا در مسیر رفت، چند برابر اندازه آن در مسیر بازگشت است؟

(مقاومت هوای هر مسیر ثابت و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

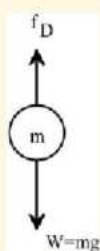
۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

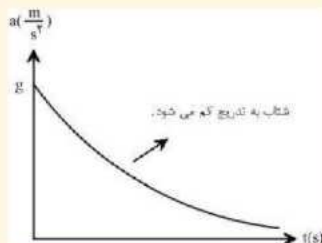
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | مقاومت هوا | و ترکیب | فصل یک دوازدهم | ☒ | سختی | میزان |

فرض کنید جسمی از حال سکون در هوا رها شود. نکات زیر در مورد حرکت آن دارای اهمیت است.

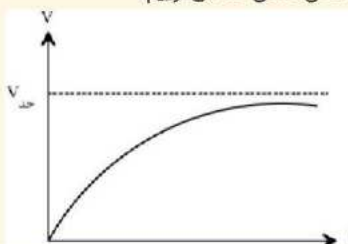
(۲) در سقوط جسم، دو نیرو به آن وارد می‌شوند. نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت، یعنی به سمت بالا به جسم وارد می‌شوند.



(۲) نیروی مقاومت هوا با تندی حرکت جسم متناسب است به گونه‌ای که هر چه تندی سقوط بیشتر می‌شود، این نیرو هم بزرگ‌تر می‌شود.
(۳) در ابتدا که جسم از حال سکون رها می‌شود، چون تندی آن کم است، نیروی مقاومت هوا ناچیز است و جسم با شتابی نزدیک به g سقوط می‌کند. به تدریج و با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوا هم بزرگ‌تر می‌شود و در نتیجه شتاب سقوط جسم کاهش می‌یابد. با توجه به این توضیحات نمودار شتاب - زمان حرکت به صورت مقابل خواهد بود.



(۳) در ابتدای حرکت، چون شتاب زیاد است، شیب نمودار سرعت - زمان هم زیاد خواهد بود. در نهایت با نزدیک شدن شتاب به صفر، نمودار سرعت - زمان تقریباً افقی می‌شود و تندی حرکت تقریباً ثابت می‌شود که به این تندی، تندی حد می‌گوییم.



(۴) در هر لحظه سقوط، مطابق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = mg - f_D \\ F_{\text{net}} = ma \end{cases} \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

اندازه جابه‌جایی در مسیر رفت با مسیر برگشت برابر است. اگر لحظه رسیدن گلوله به محل پرتاب را t فرض کنیم داریم:

سطح زیر نمودار از 1 s تا 2 s = سطح زیر نمودار از صفر تا 1 s

$$\frac{12 \times 1}{2} = \frac{(t-1) \times 6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 12 = (t-1)6\sqrt{3} \Rightarrow t-1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow t = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ s}$$

وقتی مقاومت هوا در مسیر رفت ثابت است، اندازه شتاب از رابطه $a_1 = g + \frac{f_D}{m}$ به دست می‌آید.

وقتی مقاومت هوا در مسیر برگشت ثابت است، اندازه شتاب از رابطه $a_2 = g - \frac{f'_D}{m}$ به دست می‌آید.

می‌دانیم که اندازه شیب نمودار سرعت - زمان برابر است با اندازه شتاب متحرک. پس:

در مسیر رفت:

$$12 \rightarrow 1 \text{ s} : \frac{12}{1} = g + \frac{f_D}{m} \Rightarrow 12 = 10 + \frac{f_D}{2} \Rightarrow f_D = 4 \text{ N}$$

در مسیر برگشت:

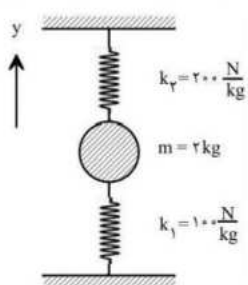
$$12 \rightarrow 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ s} : \frac{6\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = g - \frac{f'_D}{m} \Rightarrow 9 = 10 - \frac{f'_D}{2} \Rightarrow f'_D = 2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{f_D}{f'_D} = \frac{4}{2} = 2$$

گروه آموزشی ماز

17 - در شکل مقابل، جسم را طوری نگه داشته‌ایم که فنرها در طول عادی خود باشند. اگر جسم را به سمت بالا پرتاب کنیم، در لحظه‌ای که جسم 4 سانتی-

متر به سمت بالا جابه‌جا شده، بردار شتاب آن در SI کدام است؟ (از مقاومت هوا اِغماض کنید و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



1) $\vec{j} - 16$

2) $\vec{j} - 8$

3) $\vec{j} + 8$

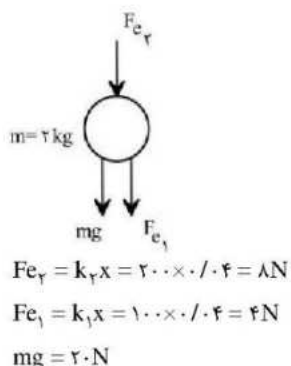
4) $\vec{j} + 16$

پاسخ: گزینه 1

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 8 | 8 | 5 | سوال | دوازدهم | فصل دو | و ترکیب | 2 | فصل سه فیزیک دهم | سختی | متوسط |

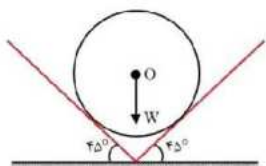
حتما درسنامه‌های سوالات قبل رو بخون ☺

دقت کنید که قبل از پرتاب شدن جسم به سمت بالا، فنرها در طول عادی خود هستند. وقتی جسم 4 سانتی‌متر به سمت بالا پرتاب می‌شود، فنر پایینی کشیده شده و فنر بالایی فشرده می‌شود. بنابراین اندازه و جهت نیروهای وارد شده بر جسم به شکل زیر می‌شود:



$$F_{\text{net},y} = ma_y \Rightarrow -mg - Fe_l - Fe_r = ma_y \Rightarrow -20 - 4 - 8 = 2a_y \Rightarrow a_y = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

18 - مطابق شکل، گره‌ای همگن به وزن W درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد و دیواره‌های (۱)، (۲)، به ترتیب نیروهای N_1 و N_2 را به گره وارد می‌کنند. چه تعداد از روابط زیر صحیح است؟



الف) $N_1 = N_2$ ب) $\frac{W}{N_1} = \sqrt{2}$ ج) $\frac{N_2}{W} = \sqrt{2}$

۲ (۲)
۴ (۴)
صفر

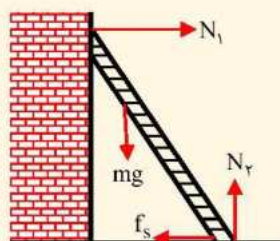
۳ (۱)
۱ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شفافه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------|--------|-------|
| درجه ۱۰ | ۱ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | | استاتی | متوسط |

در حل سؤالات مربوط به تعادل کافی است کاری کنیم که نیروهای افقی همدیگر را خنثی کنند و نیروهای عمودی هم اثر یکدیگر را خنثی کنند. در ادامه دو مسأله مهم تعادل را بررسی می‌کنیم.

(۱) تعادل نردبان: نیروهای وارد بر نردبان مطابق شکل زیر هستند. (دیوار قائم بدون اصطکاک است و ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان μ_s است.)

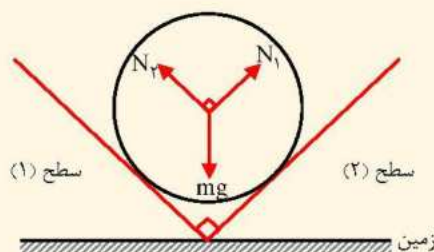


$$\begin{cases} \text{تعادل افقی: } N_1 = f_s \\ \text{تعادل عمودی: } N_2 = mg \end{cases}$$

در حالتی که نردبان در آستانه سر خوردن است، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است و داریم:

$$\begin{cases} \text{تعادل افقی: } N_1 = f_{s_{\max}} = \mu_s N_2 \\ \text{تعادل عمودی: } N_2 = mg \end{cases} \Rightarrow N_1 = \mu_s mg$$

(۲) تعادل جسم بین دو سطح: در شکل زیر نیروهای وارد بر جسم رسم شده‌اند. (اصطکاک سطوح ناچیز است.)

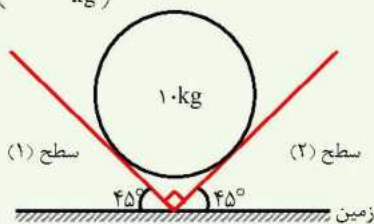


برای تعادل داشتن، کافی است برآیند N_1 و N_2 ، وزن جسم را خنثی کند، بنابراین داریم:

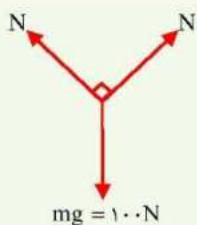
$$mg = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$$

مثال:

در شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 10 kg بین دو سطح بدون اصطکاک در تعادل است. نیروی عکس‌العمل عمودی هریک از سطوح چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



باتوجه به تقارن مسأله نیروی دو سطح باهم یکسان است و آن را N می‌نامیم. در این صورت داریم:

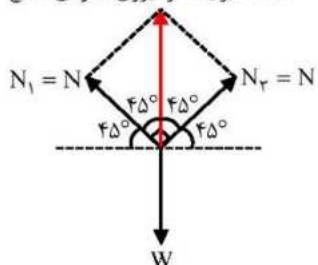


$$mg = \sqrt{N^2 + N^2} = N\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 100 = N\sqrt{2} \Rightarrow N = 50\sqrt{2} \text{ N}$$

بنابراین هریک از سطوح نیرویی به بزرگی $N = 50\sqrt{2} \text{ N}$ به جسم وارد می‌کنند.

مطابق درسنامه فوق، سه نیرو به صورت مقابل به جسم وارد می‌شوند. روابط زیر برای این شکل قابل اثبات است: $N\sqrt{2}$: برآیند دو نیروی عمودی سطح



(۱) باتوجه به تقارن مسأله دو نیروی N_1 و N_2 هم‌اندازه هستند.

$$N_1 = N_2 = N$$

(۲) جسم در تعادل است، بنابراین برآیند دو نیروی N برابر W است.

$$W = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \sqrt{N^2 + N^2} = N\sqrt{2} \Rightarrow \frac{W}{N_1} = \frac{W}{N_2} = \sqrt{2}$$

بنابراین روابط (الف) و (ب) صحیح است.

این سؤال براساس یکی از تست‌های کنکور خارج از کشور رشته ریاضی سال ۹۸ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

(تست کنکور ریاضی خارج از کشور سال ۹۸)

در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم 5 kg درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هریک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون را وارد می‌کند؟

$$\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

(۱) ۲۰

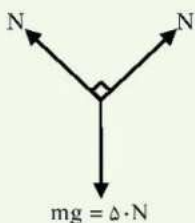
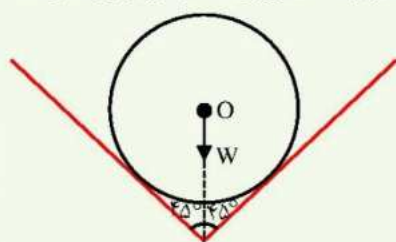
(۲) ۲۵

(۳) $25\sqrt{2}$

(۴) $50\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

سه نیرو مطابق شکل زیر به جسم وارد می‌شوند و می‌توان نوشت:



$$mg = \sqrt{N^2 + N^2} = N\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 50 = N\sqrt{2} \Rightarrow N = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

19 - از بالای ساختمانی به ارتفاع h به طور همزمان دو گلوله فلزی به جرم‌های m_1 و m_2 رها می‌کنیم. نیروی مقاومت هوا به گلوله‌های (۱) و (۲) به ترتیب برابر با ۸۸٪ و ۵۲٪ وزن جسم هر گلوله وارد می‌شود. سرعت گلوله (۲) در لحظه رسیدن به زمین چند برابر سرعت گلوله (۱) است؟ (نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود).

۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

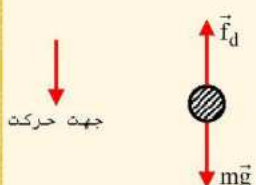
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز آزمون تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|--------------------|-------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۱۵ | فصل اول دوازدهم | سه | سه |

قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب نسبت مستقیم با نیروی خالص وارد بر جسم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد. به عبارتی دیگر:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m}$$

نکته: شتاب یک کمیت برداری است.

نیروی مقاومت شاره: وقتی جسمی را از ارتفاعی رها می‌کنیم علاوه بر نیروی وزن جسم، نیروی دیگری از طرف هوا به جسم (این نیرو به خاطر برخورد مولکول‌های هوا با جسم است). در خلاف جهت حرکت (این نیرو مثل نیروهای تلف‌کننده عمل می‌کند مثل اصطکاک) وارد می‌شود. (مطابق شکل)



به این نیرو، نیروی مقاومت شاره (نیروی مقاومت هوا) می‌گویند و با \vec{F}_d نمایش می‌دهند. توجه: برای این‌که بهتر با ویژگی‌های نیروی مقاومت شاره آشنا شویم و همچنین با مبحث نیرو شناوری از فیزیک دهم اشتباه نکنیم، به جدول زیر خوب توجه کنید:

| کمیت | عوامل مؤثر | نوع کمیت | جهت اعمال نیرو | محیط به وجود آورنده | توضیحات تکمیلی |
|-----------------------------------|---------------------------------------------|----------|----------------------------------|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| نیروی مقاومت شاره (\vec{F}_d) | ۱- تندى جسم ۲- ابعاد جسم ۳- چگالی هوا | برداری | همواره در خلاف جهت حرکت جسم است. | شاره (گاز یا مایع) | عوامل مؤثر بر نیروی مقاومت شاره (سه مورد ذکر شده) با نیروی مقاومت شاره رابطه مستقیم دارد. |
| نیروی شناوری (\vec{F}_b) | وزن شاره جابه‌جا شده | برداری | همواره روبه بالا است. | شاره (گاز یا مایع) | |

(برگرفته از مثال کتاب درسی)

چتربازی به جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. لحظه‌ای پس از باز شدن چتر، نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز به 1140 N می‌رسد. در این لحظه شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

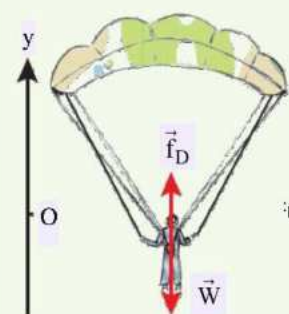
۹ (۲)

۱۸ (۴)

۳ (۱)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



مطابق شکل روبه‌رو، نیروی وزن به طرف پایین و نیروی مقاومت هوا به طرف بالا است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_D - W = ma \Rightarrow 1140 - 60 \times 10 = 60 \times a \Rightarrow a = \frac{540}{60} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

به هرکدام از گلوله‌ها دو نیرو، یکی نیروی وزن رو به پایین و دیگری نیروی مقاومت هوا رو به بالا وارد می‌شود. قانون دوم نیوتون را برای هر دو گلوله می‌نویسیم.

$$F = ma \Rightarrow \begin{cases} (1) : f_{D_1} - W_1 = m_1 a_1 \Rightarrow \cdot / \cdot \cdot \cdot m_1 g - m_1 g = m_1 a_1 \xrightarrow{\div m_1} \\ (2) : W_2 - f_{D_2} = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 g - \cdot / \cdot \cdot \cdot m_2 g = m_2 a_2 \xrightarrow{\div m_2} \end{cases}$$

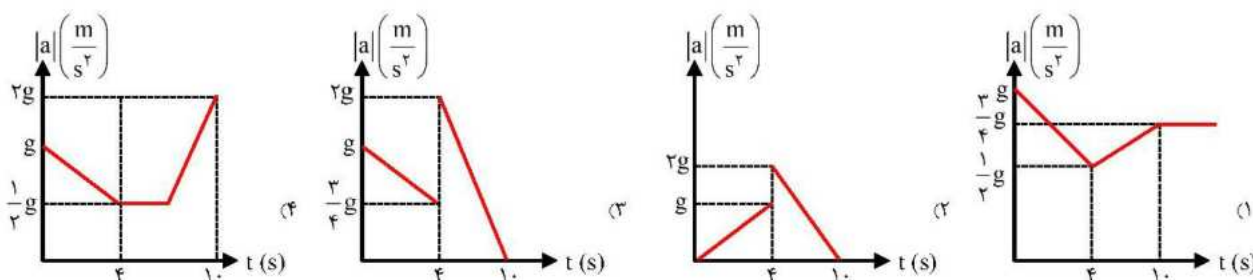
$$\begin{cases} -g + \cdot / \cdot \cdot \cdot g = a_1 \\ -g + \cdot / \cdot \cdot \cdot g = a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \cdot \cdot \cdot / \cdot \cdot \cdot g \\ a_2 = \cdot \cdot \cdot / \cdot \cdot \cdot g \end{cases}$$

حال طبق رابطه مستقل از زمان می توان نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_1=0} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\right) \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) = \left(\frac{\cdot / \cdot \cdot \cdot g}{\cdot \cdot \cdot / \cdot \cdot \cdot g}\right) = 4 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$$

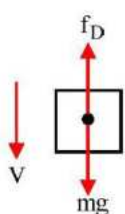
گروه آموزشی ماز

20 - چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع زیادی از سطح زمین قرار دارد، خود را رها می کند. پس از 4 ثانیه، اندازه مقاومت هوا $\frac{mg}{4}$ می شود. در این لحظه، ناگهان چتر، باز می شود و اندازه مقاومت هوا در این لحظه، برابر $3mg$ می شود. 6 ثانیه پس از این لحظه، چتر باز به تندی حدی می رسد و با همان تندی حدی، سقوط خود را ادامه می دهد. نمودار تقریبی اندازه شتاب بر حسب زمان، کدام است؟ (تغییرات اندازه مقاومت هوا، خطی است.)



پاسخ: گزینه 3

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناخته | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|--------|---------|-------------------|----------|-------------------|-------------------|-------|-------|
| درجه 10 | 6 | 6 | 5 | سوال | دوازدهم | نیروی مقاومت شاره | و ترکیب | فصل دوازدهم | □ | سهگنی | سطح |



در لحظه سقوط چتر باز، تندی اولیه صفر است، پس $f_D = 0$ و $|a| = g$ است.

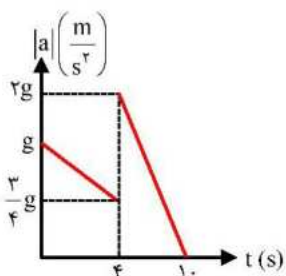
در لحظه $t = 4s$ ، اندازه مقاومت هوا $\frac{mg}{4}$ است، پس:

$$|a| = \frac{mg - \frac{mg}{4}}{m} = \frac{3}{4}g \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

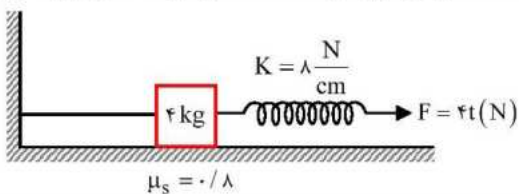
در لحظه $t = 4s$ ، ناگهان اندازه مقاومت هوا $3mg$ می شود پس:

$$|a| = \frac{3mg - mg}{m} = 2g \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

چون تغییرات اندازه مقاومت هوا خطی است، پس تغییرات اندازه شتاب هم خطی خواهد بود.



21- در شکل زیر، در مبدأ زمان، فنر دارای طول عادی بوده و طناب نیز با نیروی کشش صفر، به حالت افقی قرار دارد. اگر حداکثر نیروی کشش قابل تحمل طناب، 72 N باشد، در لحظه ثانیه، نیروی کشش طناب بیشینه شده و در این لحظه، افزایش طول فنر سانتی متر است. (از جرم فنر و طناب اغماض کنید.)

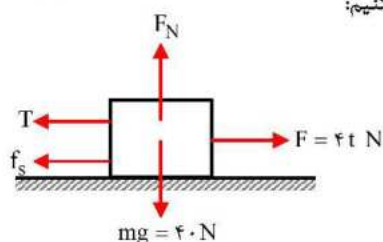


- (1) 9 و 18
(2) 9 و 18
(3) 26 و 13
(4) 13 و 26

پاسخ: گزینه 3

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه 10 | 10 | 9 | 5 | سوال | دوازدهم | نیروی کشش | و ترکیب | 24 | فصل یک دوازدهم | سختی | سطح |

چون جرم فنر ناچیز است پس نیروی فنر با $F = 4t$ برابر است. بهتر است، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنیم:



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg \Rightarrow F_N = 40\text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.8 \times 40 = 32\text{ N}$$

پس: ابتدا، نیروی اصطکاک ایستایی سعی می کند پا به پای نیروی $F = 4t$ افزایش یافته و آن را خنثی کند. اما وقتی نیروی اصطکاک ایستایی، بیشینه شد، نوبت نیروی کشش طناب می شود تا به داد $f_{s,\text{max}}$ برسد و دوتایی باهم نیروی $F = 4t$ را خنثی کنند. پس:

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow T_{\text{max}} + f_{s,\text{max}} = F \Rightarrow 72 + 32 = 4t \Rightarrow 104 = 4t \Rightarrow t = 26\text{ s}$$

$$F_{\text{spring}} = 4t \Rightarrow kx = 4t \Rightarrow 8x = 104 \Rightarrow x = 13\text{ cm}$$

اگر...

از چه لحظه ای به بعد نیروی کشش طناب بزرگتر از صفر می شود؟
پاسخ:

در لحظه ای که f_s بیشینه شود.

$$f_s = f_{s,\text{max}} = 32\text{ N} \Rightarrow 4t = 32 \Rightarrow t = 8\text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

22- به کمک نیروی ثابت و افقی F ، جسمی به جرم m را روی یک مسیر مستقیم به حرکت درمی آوریم. اگر اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، 2 برابر اندازه نیروی عمودی تکیه گاه باشد، زاویه ای که نیروی سطح با افق می سازد درجه و مقدار ضریب اصطکاک جنبشی است.

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ و } 60^\circ \text{ (4)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ و } 30^\circ \text{ (3)}$$

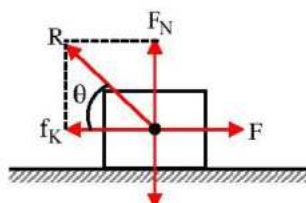
$$\sqrt{3} \text{ و } 30^\circ \text{ (2)}$$

$$\sqrt{3} \text{ و } 60^\circ \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه 2

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه 10 | 10 | 8 | 6 | سوال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | 24 | فصل یک دوازدهم | سختی | سطح |

وقتی جسم در حال حرکت است، نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است. می دانیم که اندازه نیروی سطح (R) از فیثاغورس نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک وارد بر جسم به دست می آید.

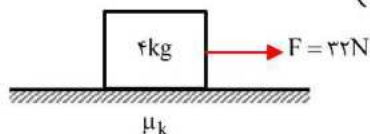


$$R = \sqrt{F_N^2 + f_K^2} \xrightarrow{f_K = \mu_K F_N} R = \sqrt{F_N^2 + \mu_K^2 F_N^2} = F_N \sqrt{1 + \mu_K^2} \xrightarrow{R = 2F_N} 2F_N = F_N \sqrt{1 + \mu_K^2} \Rightarrow 2 = \sqrt{1 + \mu_K^2} \Rightarrow \mu_K = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_K} = \frac{F_N}{\mu_K F_N} = \frac{1}{\mu_K} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

گروه آموزشی ماز

- 23- مطابق شکل جسمی به جرم 4 kg را به نخ بستیم و با نیروی ثابت و افقی 32 N روی سطح افقی می کشیم و از حال سکون به حرکت درمی آوریم. ۲ ثانیه پس از شروع حرکت، نخ پاره می شود و ۶ ثانیه پس از پاره شدن نخ، جسم به طور کامل متوقف می شود. به ترتیب از راست به چپ، ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح چقدر است و جسم در مجموع چند متر حرکت کرده است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



۴۸، ۰/۲ (۱)

۳۲، ۰/۲ (۲)

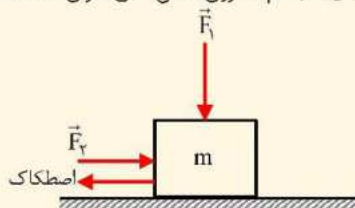
۴۸، ۰/۴ (۳)

۳۲، ۰/۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۱ | ۹ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | حرکت شناسی | حرکت شناسی | سه | سخت |

(۱) فرض کنید مطابق شکل، یک نیروی قائم و یک نیروی افقی به یک جسم که روی سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد وارد می شود.



در این صورت نیروی عکس العمل عمودی سطح برابر است با:

$$N = mg + F$$

(۲) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s_{\max}} = \mu_s N = \mu_s (mg + F)$$

(۳) اگر نیروی افقی \vec{F} کوچک تر از $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم حرکت نمی کند.

$$F < f_{s_{\max}} \Rightarrow F < \mu_s (mg + F) \Rightarrow \text{جسم حرکت نمی کند}$$

در این حالت اصطکاک و نیروی F هم اندازه خواهند شد.

(۴) اگر نیروی \vec{F} هم اندازه $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم در آستانه حرکت قرار دارد و مقدار اصطکاک بیشینه است.

(۵) اگر اندازه \vec{F} بزرگ تر از $f_{s_{\max}}$ باشد، جسم حرکت می کند و اصطکاک آن از جنس جنبشی خواهد بود.

$$F > f_{s_{\max}} \Rightarrow F > \mu_s (mg + F) \Rightarrow \text{جسم حرکت می کند}$$

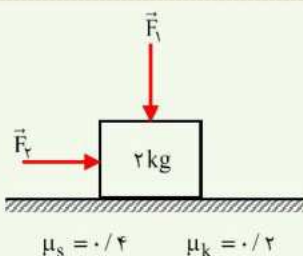
در این حالت اصطکاک برابر است با:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (mg + F)$$

در ادامه یک مثال از این موضوع حل می کنیم.

مثال:

در شکل زیر اندازه نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به ترتیب برابر ۱۰ و ۱۴ نیوتون است. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.



گام اول: محاسبه $f_{s_{max}}$:

$$f_{s_{max}} = \mu_s N = \mu_s (mg + F_1) = 0.4 \times (20 + 10) = 12 \text{ N}$$

گام دوم: چون نیروی $F_1 = 14 \text{ N}$ بزرگتر از $f_{s_{max}}$ است، جسم حرکت می‌کند و اصطکاک از نوع جنبشی است.

$$f_k = \mu_k N = 0.2 \times (20 + 10) = 6 \text{ N}$$

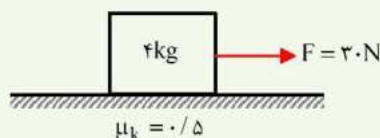
گام سوم: محاسبه شتاب حرکت

$$F_{net} = F_1 - f_k = 14 - 6 = 8 \text{ N}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow 8 = 2a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

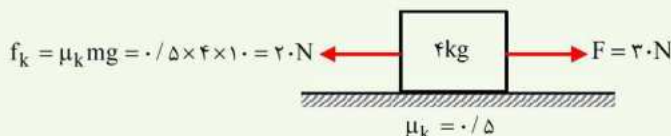
مثال:

مطابق شکل، جسمی به جرم 4 kg را با نخ سبک با نیروی 30 N در راستای افقی می‌کشیم تا از حال سکون به حرکت دربیاید. پس از 4 ثانیه نخ پاره می‌شود و جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک جنبشی به طور کامل متوقف می‌شود. جسم چند متر به صورت کندشونده حرکت کرده است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



پاسخ:

شکل زیر نیروهای وارد شده بر جسم را در 4 ثانیه اول، یعنی قبل از پاره شدن نخ نشان می‌دهد. باتوجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = F - f_k = 30 - 20 = 10 \text{ N}$$

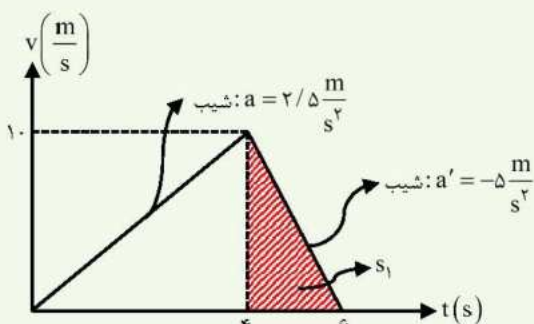
$$F_{net} = ma \Rightarrow 10 = 4a \Rightarrow a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین جسم به مدت 4 s با شتاب ثابت $a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ سرعت می‌گیرد تا سرعت آن به $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد و نخ پاره می‌شود. پس از پاره شدن نخ، فقط نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و داریم:

$$F'_{net} = -f_k = -\mu_k mg$$

$$F'_{net} = ma' \Rightarrow a' = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین نمودار سرعت - زمان حرکت به صورت زیر است.

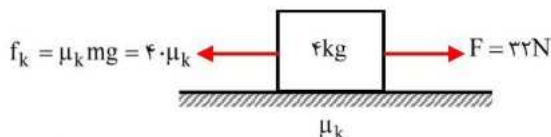


در بازه $4 \text{ s} < t < 6 \text{ s}$ ، حرکت کندشونده است و جابه‌جایی در این بازه برابر مساحت s_1 می‌باشد.

$$\Delta x = s_1 = \frac{10 \times 2}{2} = 10 \text{ m}$$

ابتدا شتاب حرکت جسم را قبل و بعد از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم.

قبل از پاره شدن نخ:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 32 - 4 \cdot \mu_k = 4a$$

$$\Rightarrow a = 8 - \mu_k$$

پس از پاره شدن نخ:

در این حالت فقط نیروی اصطکاک به جسم وارد می شود و داریم:

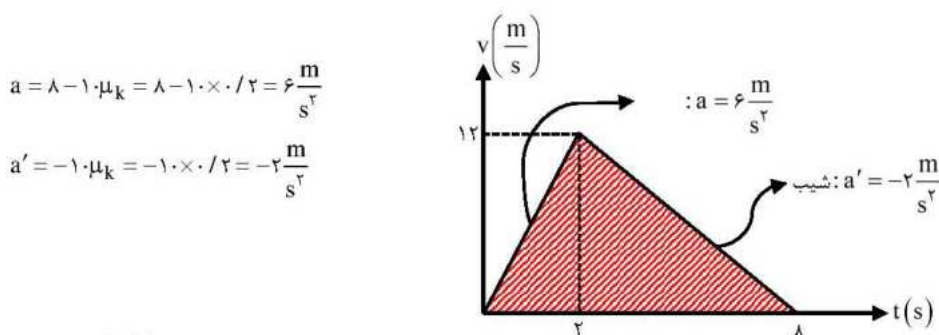
$$F'_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -f_k = ma' \Rightarrow a' = -\mu_k g \Rightarrow a' = -\mu_k \Rightarrow |a'| = \mu_k$$

در ادامه دقت کنید که چون زمان حرکت پس از پاره شدن نخ، ۳ برابر زمان قبل از پاره شدن نخ است، شتاب حرکت قبل از پاره شدن نخ، ۳ برابر شتاب پس از پاره شدن نخ می باشد (چرا؟)، بنابراین داریم:

$$\frac{a}{|a'|} = 3 \Rightarrow \frac{8 - \mu_k}{\mu_k} = 3$$

$$\Rightarrow 8 - \mu_k = 3 \cdot \mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

با دانستن μ_k ، می توانیم شتاب های a و a' را محاسبه کنیم و با رسم کردن نمودار سرعت - زمان، جابه جایی کل متحرک را به دست آوریم.



$$\Delta x = s = \frac{12 \times 2}{2} = 12 \text{ m}$$

اگر...

اگر می پرسیدیم که جابه جایی متحرک به صورت کندشونده، چند برابر جابه جایی به صورت تندشونده است، پاسخ چه بود؟

پاسخ:

سرعت متوسط در طول حرکت های کندشونده و تندشونده یکسان است (چرا؟)، بنابراین چون زمان حرکت کندشونده، (پس از پاره شدن نخ)، ۳ برابر زمان حرکت تندشونده (قبل از پاره شدن نخ) است، جابه جایی در حرکت کندشونده هم ۳ برابر جابه جایی در حرکت تندشونده، خواهد بود. دقت کنید که برای پاسخ دادن به این قسمت نیازی به حل کردن عددی سؤال نداریم.

این سؤال براساس یکی از تست های کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می کنیم.

(تست کنکور سراسری ریاضی سال ۱۴۰۰)

چوب مکعب شکلی به جرم 5 kg را به نخ بسته و با نیروی ثابت و افقی 15 N روی سطح افقی می کشیم و از حال سکون به حرکت درمی آوریم و بعد از ۲ ثانیه

$$\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۳ (۴)

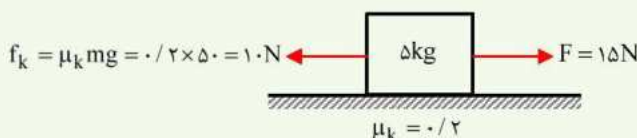
۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

قبل از پاره شدن نخ، شتاب جسم برابر است با:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 15 - 10 = \Delta a \Rightarrow a = \frac{m}{s}$$

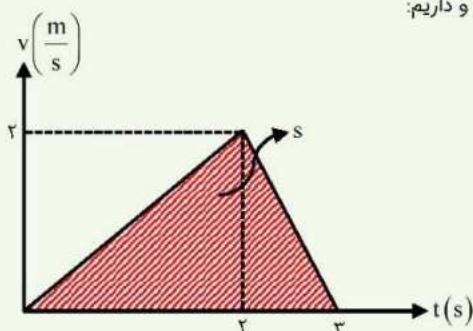
بنابراین در مدت ۲s، جسم با شتاب $a = \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند تا تندی آن به $\frac{m}{s}$ برسد و سپس نخ پاره می‌شود.

پس از پاره شدن نخ فقط نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و داریم:

$$F'_{\text{net}} = -f_k \Rightarrow -f_k = ma' \Rightarrow a' = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$

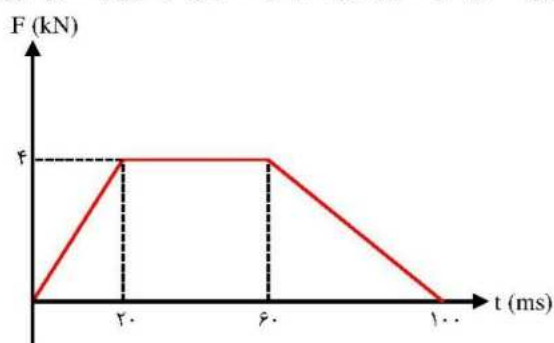
بنابراین نمودار سرعت - زمان مطابق شکل زیر است و داریم:

$$\Delta x = s = \frac{3 \times 2}{2} = 3m$$



گروه آموزشی ماز

24 - نمودار تغییرات نیروی خالص وارد بر یک جسم برحسب زمان مطابق شکل است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۵۰ میلی‌ثانیه اول چند نیوتون



است؟

۱) ۲/۴

۲) ۳/۲

۳) ۲۴۰۰

۴) ۳۲۰۰

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|-------------------|---------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۱ | ۵ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | 24 | حرکت شناسی | استثنای | ساده |

(۱) بردار تکانه یک جسم مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

\vec{p} : بردار تکانه با یکای $\text{kg} \cdot \frac{m}{s}$

m : جرم با یکای kg

\vec{v} : بردار سرعت با یکای $\frac{m}{s}$

(۲) انرژی جنبشی یک جسم را می‌توان برحسب تکانه آن نوشت:

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2}mv^2 \\ p = mv \end{cases} \Rightarrow k = \frac{1}{2m}(mv)^2 \Rightarrow k = \frac{p^2}{2m}$$

برای تمرین نشان بدهید که از رابطه $k = \frac{1}{2}pv$ هم می‌توان انرژی جنبشی را محاسبه کرد.

مثال:

الکترونی دارای انرژی جنبشی 18 eV است. تکانه آن چند واحد SI می‌باشد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\text{ kg}$)
 پاسخ:
 ابتدا انرژی جنبشی را برحسب ژول به دست می‌آوریم.

$$k = 18\text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19}\text{ J}}{1\text{ eV}} = 3 \times 10^{-18}\text{ J}$$

در ادامه با کمک رابطه $k = \frac{p^2}{2m}$ داریم:

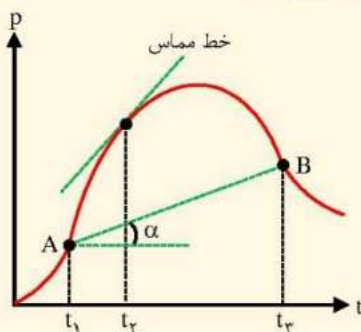
$$k = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 3 \times 10^{-18} = \frac{p^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}}$$

$$\Rightarrow p^2 = 5.4 \times 10^{-48} \Rightarrow p = 2.3 \times 10^{-24}\text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(۳) آهنگ تغییرات تکانه یک جسم در یک بازه زمانی برابر نیروی خالص متوسط وارد بر آن جسم در آن بازه زمانی می‌باشد.

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

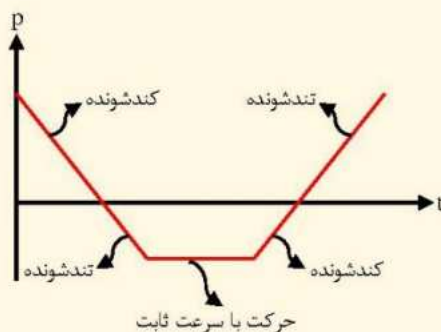
(۴) شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم می‌باشد.



نیروی خالص در لحظه t_2 = شیب خط مماس بر نمودار در t_2

نیروی خالص متوسط در بازه t_1 تا t_2 = شیب خط داخل نقاط A و B

(۵) هرگاه نمودار تکانه - زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت متحرک کندشونده است و هرگاه این نمودار از محور افقی دور شود، حرکت تندشونده خواهد بود. به نمودار زیر توجه کنید.



(۶) مساحت زیر نمودار نیروی خالص برحسب زمان برابر تغییرات تکانه جسم است.

برای حل کردن این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

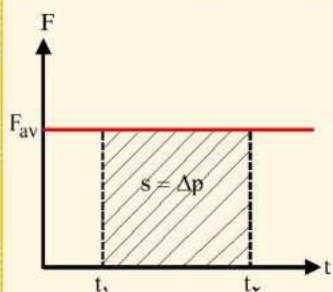
گام اول: با محاسبه مساحت زیر نمودار در مدت ۵۰ میلی ثانیه، تغییرات تکانه در این مدت به دست می‌آید.

نکته: در شرایط واقعی نیروی وارد بر یک جسم متغیر است و در این گونه موارد می‌توانیم نیروی خالص متوسط \vec{F}_{av} را به جای نیروی خالص \vec{F}_{net} در نظر بگیریم. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

نمودار نیرو - زمان

اگر یک نیروی ثابت \vec{F}_{av} در مدت زمان Δt به جسم وارد شود، نمودار آن به صورت روبه‌رو خواهد بود. در این حالت سطح زیر نمودار نیرو - زمان با محور زمان برابر با تغییرات تکانه $\Delta \vec{p}$ در همان بازه زمانی است.



(ریاضی - ۸۳)

جسمی به جرم 2 kg از حال سکون تحت تأثیر نیرویی که تغییرات آن با زمان به صورت شکل زیر است،

به حرکت درمی‌آید. تکانه آن در لحظه $t = 20\text{ s}$ چند $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است؟

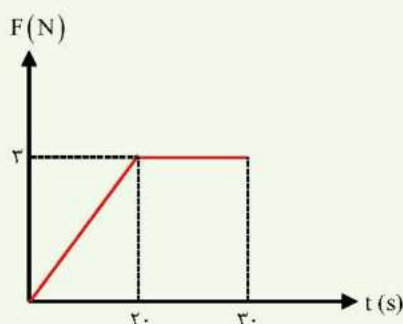
۲۰ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه است: $\Delta p = s$
بنابراین داریم:

$$\Delta p_{0 \rightarrow 20} = s = \frac{20 \times 3}{2} = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

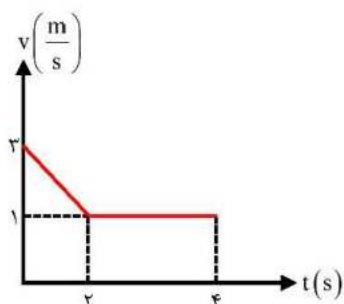
از طرفی باتوجه به این که جسم از حال سکون حرکت کرده پس تکانه اولیه جسم صفر است. حال داریم:

$$\Delta p_{0 \rightarrow 20} = p_{20} - p_0 \Rightarrow 30 = p_{20} - 0 \Rightarrow p_{20} = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

ابتدا با کمک رابطه $p = mv$ ، نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم:

$$v_0 = \frac{p_0}{m} = \frac{0}{2} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{و} \quad v_{20} = \frac{p_{20}}{m} = \frac{30}{2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نمودار سرعت - زمان جسم به صورت زیر درمی‌آید:



لحظه $t = 1\text{ s}$ بین دو لحظه صفر و $t = 2\text{ s}$ قرار دارد. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. چون نمودار $v-t$ داده شده بین دو لحظه صفر و $t = 2\text{ s}$ یک خط با شیب ثابت است، شتاب جسم در تمامی لحظه‌های مربوط به این بازه برابر شیب خط است. بنابراین داریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 0}{2 - 0} = 7.5 \Rightarrow a = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اگر...

اگر طراح می‌گفت اندازه تندی متوسط جسم در 4 s اول چند متر بر ثانیه است، جواب چه می‌شد؟

پس از رسم نمودار $v-t$ می‌توان بگوییم که مساحت سطح محصور در زیر نمودار $v-t$ با محور زمان برابر با مسافت طی شده متحرک می‌باشد. پس داریم:

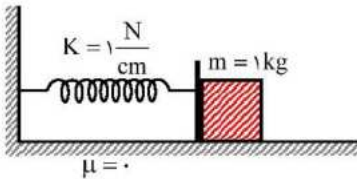
$$L = s_1 + s_2 = \frac{(3+15)}{2} \times 2 + 15 \times 1 = 6\text{ m}$$

و در نهایت به کمک تعریف تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\epsilon}{4} = 1/5 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

26- در شکل مقابل، سطح افقی بدون اصطکاک است. با اعمال نیرو به وزنه، فنر را به اندازه 5 cm فشرده کرده و از حال سکون رها می‌کنیم. 6 ثانیه طول می‌کشد تا فنر به طول عادی خود رسیده و وزنه از فنر جدا شده و با تندی ثابت به حرکت خود ادامه دهد. سرعت وزنه، هنگام جدا شدن از فنر چند متر بر ثانیه است؟

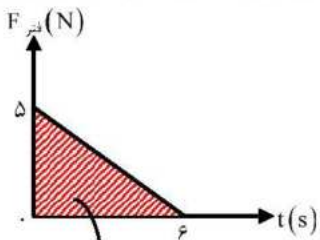


- (۱) ۳۰
(۲) ۲۵
(۳) ۲۰
(۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------------------------|-------------------|------|------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۵ | سوال | دوازدهم | نیروی فنر | پیش نیاز و ترکیب | <input checked="" type="checkbox"/> | فصل یک دوازدهم | سختی | متوسط |

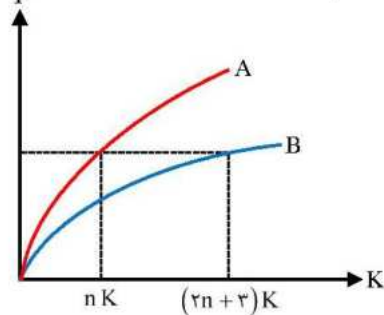
وقتی فنر به اندازه ΔL فشرده شده، نیروی $K\Delta L = 5 \text{ N}$ را به وزنه وارد می‌کند و هنگامی که فنر به طول عادی خود می‌رسد، نیروی فنر هم صفر می‌شود. از طرفی هم می‌دانیم که طبق قانون هوک، رابطه نیروی فنر، یک رابطه خطی است. پس داریم:



$$\Delta P = \text{سطح زیر نمودار} \Rightarrow \frac{6 \times 5}{2} = 1(V(6s) - V(0s)) \Rightarrow 15 = V(6s)$$

گروه آموزشی ماز

27- نمودار اندازه نگانه برحسب انرژی جنبشی برای دو جسم A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم جسم B، $\frac{1}{3}$ برابر جرم جسم A باشد، ضریب n کدام است؟



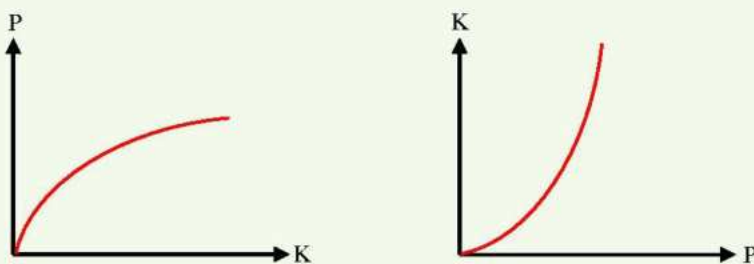
- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) ۳
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------------------------|------------------|-------------------------------------|-------------------|------|------------|
| درجه ۱۰ | ۳ | ۴ | ۴ | سوال | دوازدهم | رابطه نگانه و انرژی جنبشی | پیش نیاز و ترکیب | <input checked="" type="checkbox"/> | فصل ۱۳ دهم | سختی | متوسط |

☀ نکته: انرژی جنبشی جسمی به جرم m برحسب اندازهٔ تکانهٔ جسم از رابطهٔ $K = \frac{P^2}{2m}$ به دست می‌آید.

☀ نکته: اندازهٔ تکانهٔ جسمی به جرم m ، برحسب انرژی جنبشی جسم از رابطهٔ $P = \sqrt{2Km}$ به دست می‌آید.



روش اول

باتوجه به نمودار مشخص است که اگر $K_A = nK$ و $K_B = (2n+3)K$ باشد، اندازهٔ تکانهٔ دو جسم A و B باهم برابر می‌شود.

$$P_A = P_B \xrightarrow{P=\sqrt{2Km}} \sqrt{2K_A m_A} = \sqrt{2K_B m_B}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \cancel{K_A} m_A = \cancel{K_B} m_B \xrightarrow{m_B = \frac{1}{3}m_A} n \cancel{K} \times m_A = (2n+3) \cancel{K} \times \frac{1}{3} m_A \Rightarrow 2n = 2n+3 \Rightarrow n=3$$

روش دوم

$$K = \frac{P^2}{2m} \begin{cases} \rightarrow nK = \frac{P^2}{2m_A} \\ \rightarrow (2n+3)K = \frac{P^2}{2m_B} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین}} \frac{n}{2n+3} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{m_B = \frac{1}{3}m_A}$$

$$\frac{n}{2n+3} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2n = 2n+3 \Rightarrow n=3$$

گروه آموزشی ماز

28- دو سیاره فرضی به جرم‌های $m_1 = 4 \times 10^{10} \text{ kg}$ و $m_2 = 9 \times 10^{12} \text{ kg}$ در فاصلهٔ ۱۶۰ کیلومتری از هم قرار دارند. سفینه‌ای به جرم $m_3 = 2 \times 10^3 \text{ kg}$ را در چه فاصله‌ای برحسب کیلومتر از سیاره دوم قرار دهیم تا نیروی گرانشی برآیند وارد بر آن از طرف دوم، نیروی گرانشی وارد بر آن از دو سیاره، صفر باشد؟

۱۵۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۶۰ (۲)

۱۰ (۱)

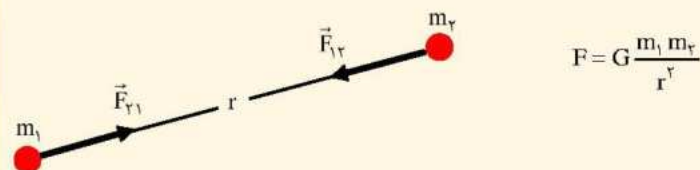
پاسخ: گزینه ۴

| مشاهده | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|--------------------|-------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | ۱۵ | سختی | متوسط |

نیروی گرانشی

قانون گرانش عمومی: نیروی گرانشی دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

مطابق شکل روبه‌رو، دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 که در فاصله‌ای r از یکدیگر هستند، اندازهٔ نیروی گرانشی میان دو ذره یعنی F از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



☀ نکته ۱

در این رابطه m_1 و m_2 جرم دو ذره برحسب kg، r فاصله دو ذره برحسب m، F نیروی گرانشی میان دو ذره برحسب N و G ثابت گرانش عمومی و برابر

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \text{ است.}$$

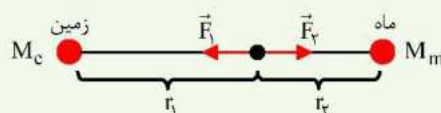
مطابق شکل فوق، نیروی گرانشی بین دو ذره جاذبه است و در امتداد خط واصل دو ذره وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون این دو یک جفت نیروی کنش - واکنش را تشکیل می‌دهند که:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}|$$

(برگرفته از تمرین کتاب درسی)

سفینه‌ای به جرم $3 \times 10^4 \text{ kg}$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. سفینه را به طور تقریبی در چه فاصله‌ای برحسب متر از زمین قرار دهیم تا نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی کنند؟ ($M_{\text{زمین}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ، $M_{\text{ماه}} = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$ و فاصله زمین تا ماه $3.84 \times 10^8 \text{ km}$)

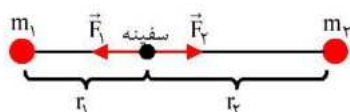
نیروی گرانشی همواره به صورت جاذبه است، پس مطابق شکل زیر باید سفینه بین ماه و زمین قرار داشته باشد که نیروهای گرانشی یکدیگر را خنثی کنند. از طرفی چون جرم ماه از زمین کم‌تر است پس سفینه در نزدیکی ماه قرار می‌گیرد. بنابراین داریم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \cancel{G} \frac{M_c m}{r_1^2} = \cancel{G} \frac{M_m m}{r_2^2} \Rightarrow \frac{m_c}{r_1^2} = \frac{M_m}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{5.98 \times 10^{24}}{r_1^2} = \frac{7.36 \times 10^{22}}{(3.84 \times 10^8 - r_1)^2} \Rightarrow r_1 \approx 3.46 \times 10^8 \text{ m}$$

نیروی گرانش همواره به صورت جاذبه است، پس مطابق شکل روبه‌رو باید سفینه بین دو سیاره قرار داشته باشد که نیروهای گرانشی یکدیگر را خنثی کنند. از طرفی چون جرم سیاره اول از سیاره دوم کم‌تر است، پس سفینه باید در نزدیکی سیاره اول قرار بگیرد. بنابراین داریم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \cancel{G} \frac{M_1 m}{r_1^2} = \cancel{G} \frac{M_2 m}{r_2^2} \Rightarrow \frac{M_1}{r_1^2} = \frac{M_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 10^{10}}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^{12}}{(160 - r_1)^2} \Rightarrow \frac{4}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^2}{(160 - r_1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \frac{2}{r_1} = \frac{30}{160 - r_1} \Rightarrow 15r_1 = 160 - r_1 \Rightarrow 16r_1 = 160 \Rightarrow r_1 = 10 \text{ km}$$

طراح از ما فاصله سفینه تا سیاره دوم را می‌خواهد که برابر است با:

$$r_2 = 150 \text{ km}$$

گروه آموزشی ماز

29- جدول زیر شعاع و چگالی دو سیاره A و B را نشان می‌دهد. اندازه شتاب گرانش در سطح سیاره A، چند برابر اندازه شتاب گرانش در سطح سیاره B است؟ (همه مقادیر جدول برحسب یکاهای SI هستند.)

| سیاره | شعاع | چگالی |
|-------|-------------------|-------|
| A | $3/2 \times 10^6$ | 5000 |
| B | $6/4 \times 10^6$ | 10000 |

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

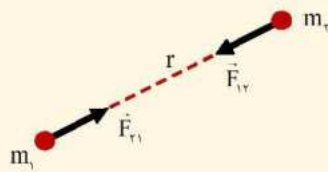
۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | معنایاتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۲ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | | | |

(۱) نیروی گرانش بین دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 که در فاصله r از هم قرار دارند برابر است با:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad F_{12} = F_{21} = F$$

نیروهای \vec{F}_{12} و \vec{F}_{21} کنش و واکنش هستند.

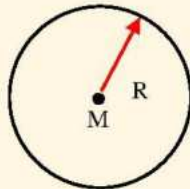
نیروی گرانش با یکای $F: N$

ثابت جهانی گرانش با یکای $G: \frac{N \cdot m^2}{kg}$

جرم دو جسم با یکای $m_1, m_2: kg$

فاصله دو جسم با یکای $r: m$

(۲) شتاب گرانش در سطح یک سیاره برابر است با:



$$g = G \frac{M}{R^2}$$

(۳) برای مقایسه شتاب گرانش در سطح دو سیاره به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

(۴) اگر چگالی و شعاع یک سیاره را داشتیم، می‌توانیم به صورت زیر شتاب گرانش را در سطح سیاره محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ M = \rho v = \rho \times \frac{4}{3} \pi R^3 \end{cases} \Rightarrow g = G \times \frac{\rho \times \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2}$$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi \rho G R$$

باتوجه به این‌که درباره شعاع و چگالی سیاره‌ها اطلاعات داریم، کافی است رابطه شتاب گرانش را برحسب شعاع و چگالی به دست آوریم.

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ M = \rho v = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \end{cases} \Rightarrow g = G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2}$$

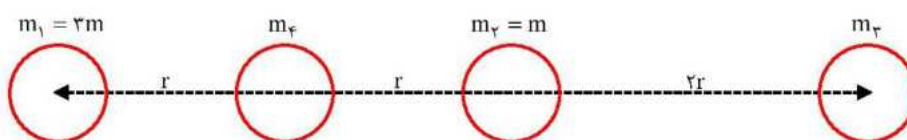
$$\Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi G \rho R \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{R_A}{R_B}$$

بنابراین طبق رابطه بالا می‌توانیم شتاب گرانش را در سطح دو سیاره A و B باهم مقایسه کنیم.

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{R_A}{R_B} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{5000}{10000} \times \frac{3/2 \times 10^6}{6/4 \times 10^6} = \frac{1}{4}$$

گروه آموزشی ماز

30 - در شکل زیر، فاصله بین مراکز هردو کره مجاور، نشان داده شده است. اگر برآیند نیروهای گرانشی وارد بر جرم m_2 صفر باشد، آن‌گاه جرم m_3 چند برابر جرم m_2 است؟

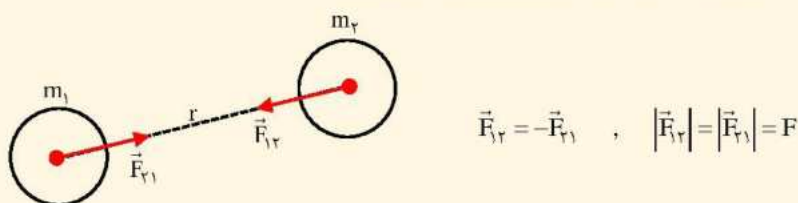


- (۱) ۱۸
(۲) ۱۶
(۳) ۱۲
(۴) ۸

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | مهران |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۸ | ۸ | ۳ | سوال | دوازدهم | نیروی گرانشی | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | سطح |

هر دو جسم دلخواه به جرم‌های m_1 و m_2 ، به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند. این نیرو در راستای خطی است که مراکز دو جسم را به هم وصل می‌کند و با حاصل ضرب جرم دو جسم رابطه مستقیم و با مجذور فاصله مراکز دو جسم رابطه وارون دارد.



باتوجه به شکل بالا، جرم m_1 ، جرم m_2 را با نیروی F_{12} به طرف خودش جذب می‌کند (کنش) و متقابلاً هم جرم m_2 ، جرم m_1 را با نیروی F_{21} به طرف خودش جذب می‌کند (واکنش). طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای F_{12} و F_{21} ، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند.

در این رابطه، G یک ضریب ثابت است که ثابت گرانش عمومی نامیده می‌شود.

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow$$

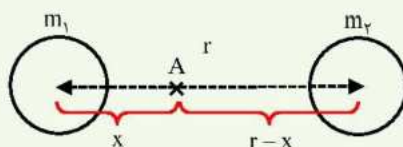
$$G = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \quad , \quad G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

نکته:

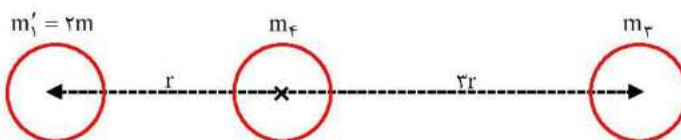
بر روی خط واصل دو جرم، بین دو جرم و نزدیک جرم کوچک‌تر، برآیند نیروهای گرانشی ناشی از دو جرم صفر می‌شود! یعنی اگر جرم m_3 را در نقطه A قرار دهیم، برآیند نیروهای گرانشی وارد بر آن از طرف m_1 و m_2 صفر می‌شود.

$$m_1 < m_2 :$$

$$\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{x}{r-x}$$



پس‌ها اگر $m_1 = m_2$ بود، آن‌گاه نیروی گرانشی وارد بر m_3 از طرف m_1 و m_2 خنثی می‌شوند. چون در این صورت، $m_1 = m_2$ و $r_1 = r_2$ می‌شد و نیروهای F_{13} و F_{23} هم‌اندازه و خلاف جهت هم به m_3 وارد می‌شوند پس می‌توان این ساده‌سازی را انجام داد:



برآیند نیروهای گرانشی وارد بر m_2 صفر است. از طرفی هم m_2 نزدیک m_1' است. پس داریم:

$$\sqrt{\frac{2m}{m_2}} = \frac{r}{2r} \Rightarrow \sqrt{\frac{2m}{m_2}} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{2m}{m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_2 = 18m$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{m_2}{m} = 18$$

گروه آموزشی ماز

31- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع h در نزدیکی سطح سیاره A رها می‌کنیم و پس از ۶ ثانیه به سطح سیاره می‌رسد. اگر چگالی متوسط سیاره B ، $4/5$ برابر چگالی متوسط سیاره A و نیز شعاع سیاره B ، ۲ برابر شعاع سیاره A باشد و این بار گلوله را از همان ارتفاع از بالای سطح سیاره B در شرایط خلأ رها کنیم، پس از چند ثانیه به سطح سیاره می‌رسد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شماره سوال | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان |
|------------|--------|----------|--------|------------|---------|-------------|----------|-------------------|-------------------|-----------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۵ | ۸ | ۶ | ۱ | دوازدهم | شتاب گرانشی | و ترکیب | فصل یک دوازدهم | فصل یک دوازدهم | سختی | سه |

در سیاره‌ای به جرم M و شعاع R ، شتاب گرانش سطح سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ به دست می‌آید. اگر چگالی متوسط سیاره را با ρ_{av} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$g = \frac{GM}{R^2} \xrightarrow[\text{حجم سیاره } V: M = \rho_{av} V]{\text{}} g = \frac{G \rho_{av} V}{R^2} \xrightarrow[V = \frac{4}{3} \pi R^3]{\text{}} g = \frac{G \rho_{av} \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2}$$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi G \rho_{av} R$$

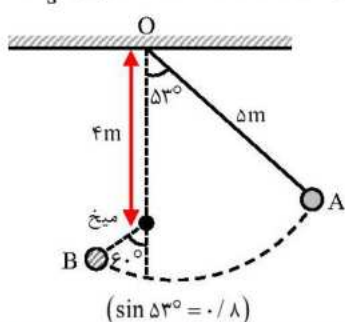
بچه‌ها در ارتفاع ناچیز از سطح سیاره (در مقایسه با شعاع سیاره)، شتاب گرانشی را ثابت و برابر با همان شتاب گرانشی سطح سیاره در نظر می‌گیریم.

ارتفاع سقوط در هر دو سیاره یکسان است و از طرفی $h = \frac{1}{2} g t^2$ پس:

$$\frac{1}{2} g_A t_A^2 = \frac{1}{2} g_B t_B^2 \Rightarrow \left(\frac{t_B}{t_A} \right)^2 = \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_{avA}}{\rho_{avB}} \times \frac{R_A}{R_B} \Rightarrow \left(\frac{t_B}{t_A} \right)^2 = \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{t_B}{t_A} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_B = \frac{1}{3} t_A$$

گروه آموزشی ماز

32- مطابق شکل، آونگی که جرم گلوله متصل به آن 2 kg است، در شرایط خلأ با تندی S_A از نقطه A پرتاب می‌شود و در مسیر خود به میخی که دقیقاً در زیر نقطه O است، برخورد می‌کند. اندازهٔ نکانتهٔ گلوله در نقطه B چند واحد SI است؟ (مجموع تندی گلولهٔ آونگ در نقاط A و B برابر $15 \frac{m}{s}$ است، $g = 10 \frac{N}{kg}$ و از کلیهٔ اصطکاک‌ها صرف‌نظر کنید).

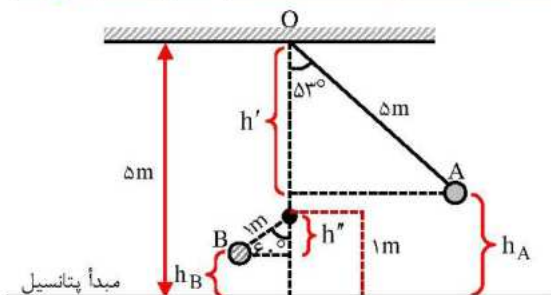


- (1) 8/5
(2) 17
(3) 6/5
(4) 13

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۹ | ۹ | ۱۰ | سوال | دوازدهم | نکانه | و ترکیب | کار و انرژی | فصل ۳ دهم | سطحی | سخت |

به راحتی، پایین‌ترین وضعیت گلولهٔ آونگ را مبدأ پتانسیل می‌گیریم.



$$h' = 5 \cos 30^\circ = 5 \times 0.866 = 4.33 \text{ m}$$

فاصلهٔ میخ تا نقطه O، ۴ متر است پس هنگامی که نخ آونگ به میخ برخورد می‌کند، یک متر آخر نخ آونگ مسیر را ادامه می‌دهد تا به نقطه B برسد.

$$h'' = 1 \times \cos 60^\circ = 0.5 \text{ m} \Rightarrow h_A = 5 - h' = 5 - 4.33 = 0.67 \text{ m}, \quad h_B = 1 - h'' = 0.5 \text{ m}$$

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} m S_A^2 + m g h_A = \frac{1}{2} \times 2 \times S_A^2 + 2 \times 10 \times 0.67 = S_A^2 + 13.4$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2} m S_B^2 + m g h_B = \frac{1}{2} \times 2 \times S_B^2 + 2 \times 10 \times 0.5 = S_B^2 + 10$$

$$\xrightarrow[\text{پایستگی انرژی مکانیکی}]{E_A = E_B} S_A^2 + 13.4 = S_B^2 + 10 \Rightarrow S_B^2 - S_A^2 = 3.4 \Rightarrow (S_B + S_A)(S_B - S_A) = 3.4 \xrightarrow{S_B + S_A = 15}$$

$$15(S_B - S_A) = 3.4 \Rightarrow S_B - S_A = 0.227 \Rightarrow \begin{cases} S_B + S_A = 15 \\ S_B - S_A = 0.227 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2S_B = 15.227 \Rightarrow S_B = 7.61 \frac{m}{s}$$

$$|P_B| = m |V_B| = m S_B = 2 \times 7.61 = 15.22 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

33- جسمی به جرم 2 kg تحت تأثیر همزمان سه نیروی $F_1 = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ، $F_2 = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ و $F_3 = 9\mathbf{i} + \mathbf{j}$ در دستگاه SI، از حال سکون شروع به

حرکت می‌کند. اگر سرعت جسم، در لحظه $t = 8\text{ s}$ ، برابر $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، مقادیر α کدام است؟

- (۱) ۶ و ۸- (۲) ۵ و ۳- (۳) ۶- و ۸- (۴) ۵- و ۳

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۵ | فصل اول دوازدهم | متوسط | متوسط |

درسنامه:

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\text{نیرو (N)} \rightarrow \vec{F}_{\text{net}} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \leftarrow \text{شتاب } \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

نکته: شتاب یک کمیت برداری است.

به مروی داشته باشیم بر قوانین نیوتون:

قانون اول نیوتن می‌گوید که به جسمی نیرو وارد نشد، وضعیت سابقش رو دو دستی می‌چسباید یعنی اگر ساکن باشه، ساکن می‌مونه و اگر در حال حرکت باشه، سرعتش ثابت می‌مونه

قانون دوم نیوتن می‌گوید که بر جسم نیرو وارد بشه، جسم شتابی در جهت نیرو می‌گیره که این شتاب با نیرو نسبت مستقیم و با جرم نسبت عکس داره:

$$\left(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}\right)$$

قانون سوم نیوتن می‌گوید هر کنشی، واکنشی داره که هم اندازه و در خلاف آن است

توجه کنید که در قانون دوم نیوتون باید از نیروی خالص یا برآیند نیروها استفاده کنیم:

$$F_{\text{net}} = F_1 + F_2 + \dots = ma$$

$$F - f_k = ma$$

برای مثال اگر نیروی F پیشران و نیروی f_k مانع حرکت باشد، خواهیم داشت:

مثال:

سه نیرو همزمان بر وزنه‌ای به جرم 5 kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها بر حسب نیوتون به صورت $\vec{F}_1 = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$ ، $\vec{F}_2 = 1\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ و $\vec{F}_3 = -1\mathbf{j}$ باشد، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۳)

$$10\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

$$5\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا اندازه نیروی برآیند وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2\mathbf{i} - 5\mathbf{j}) + (1\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) + (-1\mathbf{j}) = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5\text{ N}$$

و در نهایت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 5 \times a \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ابتدا به کمک معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = at \rightarrow 20 = a \times 8 \Rightarrow a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال به کمک قانون دوم نیوتون، F_{net} وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow F_{\text{net}} = ma = 2.5 \times 2 = 5\text{ N}$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

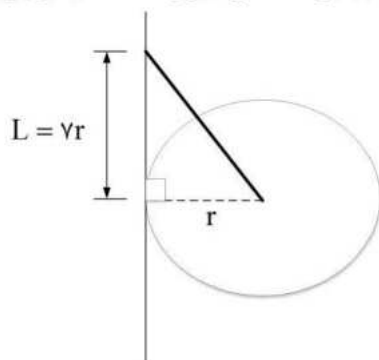
$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (-4\hat{i} + \alpha\hat{j}) + (-2\hat{i} - 2\hat{j}) + (9\hat{i} + \hat{j}) = 3\hat{i} + (\alpha - 1)\hat{j}$$

$$|F_{\text{net}}| = \sqrt{3^2 + (\alpha - 1)^2} \Rightarrow \sqrt{3^2 + (\alpha - 1)^2} = 5 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 9 + (\alpha - 1)^2 = 25$$

$$\rightarrow (\alpha - 1)^2 = 16 \rightarrow |\alpha - 1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 = +4 \Rightarrow \alpha = 5 \\ \alpha - 1 = -4 \Rightarrow \alpha = -3 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

34 - در شکل زیر، کره‌ای یکنواخت و همگن به شعاع r و جرم 10 kg توسط نخ‌ی با جرم ناچیز از دیوار قائم بدون اصطکاک‌ی آویزان است. اندازه نیرویی که از طرف کره به دیوار وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۷ (۱)

۱۴ (۲)

۳۲ (۳)

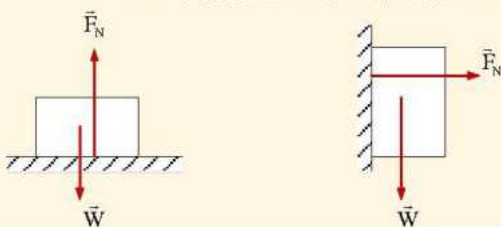
۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۹ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | سختی | متوسط |

درسنامه:

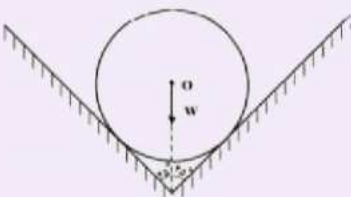
نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه): هنگامی که جسمی بر روی یک سطح (قائم، افقی و ...) قرار داشته باشد. از طرف سطح نیرویی عمود بر سطح به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه) می‌گویند و با \vec{F}_N نمایش می‌دهند. برای فهم بیشتر به شکل‌های زیر توجه کنید:



توجه: جهت نیروی عمودی سطح همواره از طرف سطح به طرف جسم می‌باشد.

مثال:

در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم 5 kg درون یک ناوۀ بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون وارد می‌کند؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۸)



۲۰ (۱)

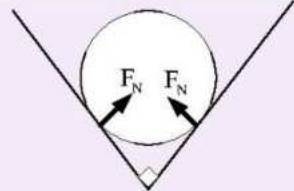
۲۵ (۲)

$25\sqrt{2}$ (۳)

$50\sqrt{2}$ (۴)

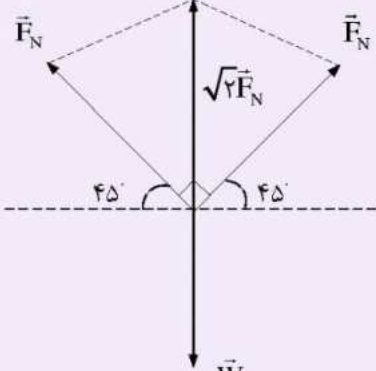
پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

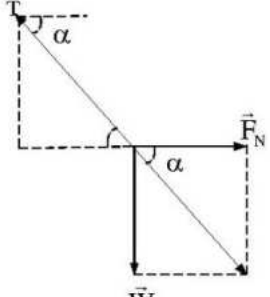


از طرفی با توجه به این که جسم در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین:

بخاطر تقارن موجود در شکل، نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر کره از طرف دیواره‌های ناوه، هم‌اندازه می‌شوند و چون بر هم عمودند پس برآیند نیروهای عمودی تکیه‌گاه برابر با $\sqrt{2}F_N$ می‌شود. حالا برای حفظ تعادل، باید $\sqrt{2}F_N$ و W همدیگر را خنثی کنند:

$$\sqrt{2}F_N = W \Rightarrow F_N = \frac{W}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} W = \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 50 \Rightarrow F_N = 25\sqrt{2} N$$


در قدم اول مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم. از طرفی با توجه به این که کره در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. بنابراین داریم:

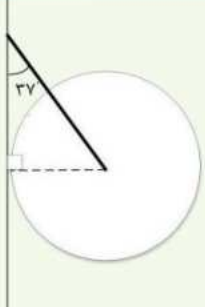


$$\tan \alpha = \frac{W}{F_N} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} \tan \alpha = \frac{L}{r} = \frac{vr}{r} = v \\ W = mg = 98 N \end{smallmatrix}]{\tan \alpha = \frac{L}{r} = \frac{vr}{r} = v} v = \frac{98}{F_N} \Rightarrow F_N = 14 N$$

طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که از طرف کره به دیوار وارد می‌شود با اندازه نیرویی که از طرف دیوار به کره وارد می‌شود، برابر است. پس داریم:

$$F'_N = F_N = 14 N$$

(برگرفته از کتاب فیزیک هالیدی)



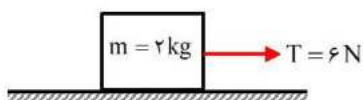
اگر طراح شکل مسئله را به صورت زیر می‌داد، جواب چه می‌شد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(به عنوان تمرین بیشتر خودتان حل کنید.)

جواب: $F_N = F'_N = 75 N$

35- جسمی به جرم 2 kg مطابق شکل بر روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 توسط نخ افقی و سبک، از حال سکون به حرکت درمی آید

و 4 ثانیه پس از شروع حرکت، نخ پاره می شود. بزرگی شتاب متوسط جسم بین دو لحظه $t_1 = 1\text{ s}$ و $t_2 = 5\text{ s}$ چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ $\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$



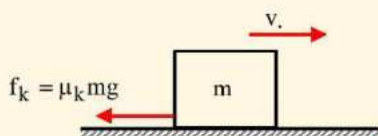
- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ 0.25
۴ 0.75

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | هیزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۶ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۵ | ۵ | سطحی | سطح |

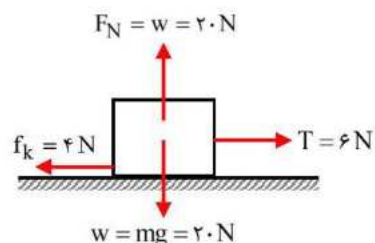
درسنامه:

به طور کلی، در سؤال هایی این گونه که جسم با دو شتاب حرکت می کند، شاید کوتاه ترین روش، استفاده از نمودار سرعت - زمان باشد. بدین ترتیب که بعد از پیدا کردن شتاب در رابطه اول، با حضور T و در مرحله دوم، بدون حضور T ، نمودار $v - t$ را رسم می کنیم. (دقت کنید که نقطه مشترک سؤال های ترکیبی حرکت شناسی و دینامیک، شتاب متحرک است.)
اما نکته ای که باید به آن اشاره کنیم، این است که اگر جسمی در امتداد یک سطح افقی پرتاب شود، تنها نیروی مؤثر وارد بر آن در امتداد سطح، نیروی اصطکاک بوده، لذا حرکتی کندشونده با شتاب $a = -\mu_k g$ خواهد داشت، زیرا:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

شتاب را در مرحله اول، با حضور T می یابیم. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = (0.2)(20) = 4\text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - f_k = ma$$

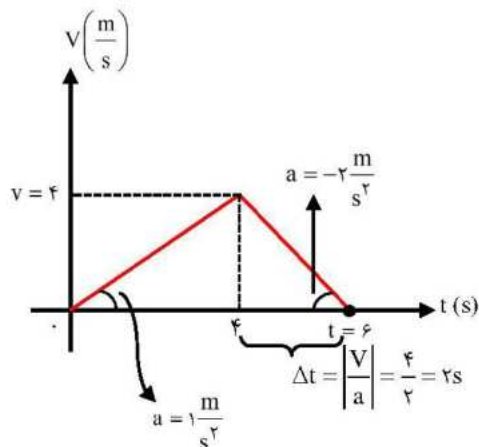
$$\Rightarrow 6 - 4 = 2a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

و در مرحله دوم که ریسمان پاره می شود، داریم:

$$a' = -\mu_k g = -(0.2)(10) \Rightarrow a' = -2 \frac{m}{s^2}$$

حال نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم. دقت کنید که مرحله اول حرکت، 4 ثانیه طول کشیده و سرعت جسم در پایان این 4 ثانیه به $4 \frac{m}{s}$ رسیده است.

(چرا؟)



$$0 \leq t \leq 4 \Rightarrow V = t \xrightarrow{t=1s} V' = 1 \frac{m}{s}$$

$$4 \leq t \leq 6 \Rightarrow V = -2(t-4) + 4 \xrightarrow{t=5s} V'' = 2 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-1}{5-1} = \frac{1}{4} = 0.25 \frac{m}{s^2}$$

حواستان باشد که قسمت دوم حرکت برای $4s \leq t$ است پس باید در معادلات قسمت دوم، به جای t ، $t-4$ قرار دهیم.

حال اگر در این سؤال کل جابه‌جایی جسم مطلوب بود، چه می‌کردید؟

پاسخ:

(از سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان استفاده می‌کردیم.)

یا اگر سرعت متوسط را می‌خواست، چه می‌کردید؟

و ...

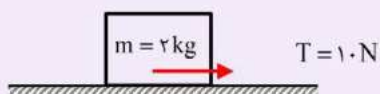
پاسخ:

دقت کنید که اگر سرعت متوسط مطلوب بود، ساده‌ترین راه این است که بیش‌ترین مقدار سرعت متحرک یعنی v_{max} را در کل جابه‌جایی بیابیم. سرعت متوسط، نصف

این مقدار است، یعنی $v_{av} = \frac{1}{2} v_{max}$ خواهد بود!!

مثال:

در شکل مقابل جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و بعد از ۵ ثانیه، نخ پاره می‌شود. سرعت متوسط متحرک در کل جابه‌جایی‌اش چند $\frac{m}{s}$ است؟

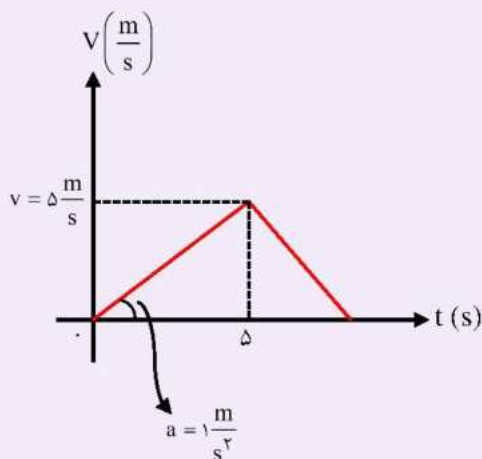


$$\mu_k = 0.4$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - \mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow 10 - (0.4)(20) = 2a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$V_{av} = \frac{1}{2} V_{max} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5 \frac{m}{s}$$



۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۱۰ (۳)

۴ (۴)

پاسخ:

گروه آموزشی ماز

36- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $500g$ توسط فنری با ثابت $4 \frac{N}{cm}$ بین دو دیواره قائم آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب ثابت $6 \frac{m}{s^2}$ به

سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار می‌گیرد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار قائم آسانسور و جسم

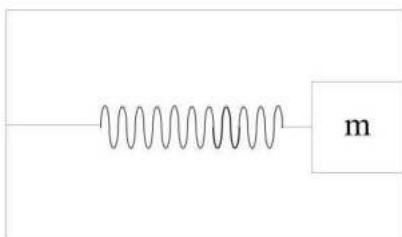
0.2 باشد، فنر چند سانتی‌متر فشرده شده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)



| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | سخت | سخت |

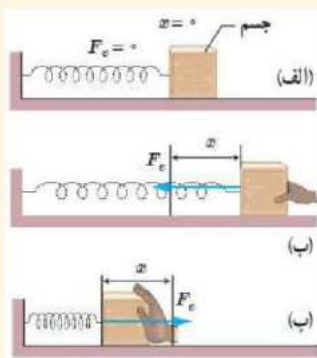
درسنامه:

بررسی حرکت‌های مختلف آسانسور:

مطابق شکل فرض کنید شخصی به جرم m درون یک آسانسور قرار دارد، حالت‌های مختلفی که برای حرکت آسانسور وجود دارد، در ادامه بررسی می‌کنیم:



نیروی کشسانی فنر: اگر به یک فنر نیرویی وارد کنیم تا از طول عادی کشیده یا فشرده شود، در فنر نیرویی ایجاد می‌شود که می‌خواهد فنر را به حالت عادی برگرداند؛ که به آن نیروی کشسانی فنر می‌گوییم. (مطابق شکل روبه‌رو)



نیروی کشسانی فنر از قانون هوک پیروی می‌کند و با اندازه تغییر طول آن (x) رابطه مستقیم دارد و اندازه آن از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$F_e = kx$$

نکته: در این رابطه x اندازه تغییر طول فنر بر حسب متر، F_e اندازه نیروی کشسانی فنر بر حسب نیوتون و k ثابت فنر بر حسب $\frac{N}{m}$ است.

مثال:

فتری با ثابت $50 \frac{N}{m}$ را به وزنه‌ای به جرم 5 kg بسته‌ایم و آن را با سرعت ثابت روی یک سطح افقی می‌کشیم. اگر فنر در حالت افقی بوده و 10 cm افزایش طول پیدا کرده باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) (سراسری - تجربی - ۸۵)

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

۰/۴ (۴)

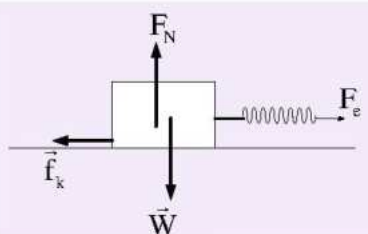
۰/۳ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل فرضی روبه‌رو و اینکه جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، و نیروهای وارد بر آن متوازی هستند. پس داریم:

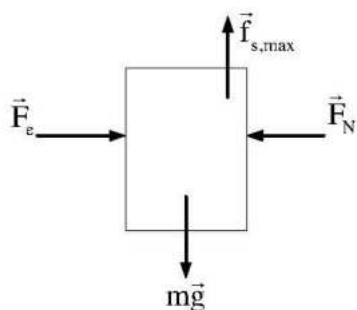


$$\sum F_{\text{nety}} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

$$\sum F_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow kx = \mu_k F_N$$

$$\frac{x = 10 \text{ cm} \rightarrow x = 0.1 \text{ m}}{50 \times 0.1 = \mu_k 50 \Rightarrow \mu_k = \frac{5}{50} = 0.1}$$

مطابق شکل روبه‌رو، در قدم اول نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



قانون دوم نیوتون را در راستای قائم برای جسم می‌نویسیم. بنابراین داریم:

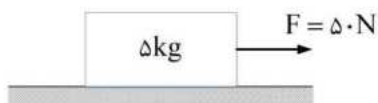
$$\sum F_{\text{nety}} = ma \Rightarrow f_{s,\text{max}} - mg = ma \Rightarrow f_{s,\text{max}} = m(g + a) \rightarrow \mu_s F_N = m(g + a) \Rightarrow 0.2 \times F_N = \frac{500}{1000} (10 + 6) \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

حال قانون اول نیوتون را در راستای افقی برای جسم می‌نویسیم. بنابراین داریم:

$$\sum F_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F_e - F_N = 0 \Rightarrow F_e = F_N = 40 \Rightarrow F_e = kx = 40 \Rightarrow 40 \times x = 40 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

37 - مطابق شکل زیر جسمی به جرم 5 kg از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظه $t = 0$ تحت تأثیر نیروی ثابت \vec{F} به حرکت درمی‌آید و بعد از 4 s نیروی \vec{F} قطع می‌شود. اگر اندازهٔ نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با $10\sqrt{29} \text{ N}$ باشد، چند ژول گرما در اثر اصطکاک، در کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ایستادن طی می‌کند، تولید می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- (۱) ۴۸۰
(۲) ۹۶۰
(۳) ۱۴۴۰
(۴) ۲۴۰۰

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهوم | معادلاتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|-------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|--------------------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۹ | ۱۰ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۱۵ | فصل اول دوازدهم فصل سوم دهم | سختی | سخت |

درسنامه:

نیروی اصطکاک:

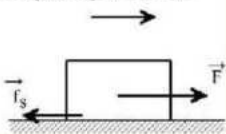
در اثر به حرکت درآوردن دو جسمی که با هم در تماس‌اند، نیروی بین سطوح آن‌ها ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم مخالفت می‌کند. به این نیرو، نیروی اصطکاک می‌گویند.

نکته: نیروی اصطکاک به شرایط فیزیکی سطح از نظر جنس سطح تماس، زبری و ناهمواری بستگی دارد.

نیروی اصطکاک ایستایی (\vec{f}_s) :

مطابق شکل اگر نیروی \vec{F} نتواند جسم را روی سطح بکشد نیرویی که اثر نیروی \vec{F} را خنثی می‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی است و با f_s نمایش می‌دهیم. نیروی اصطکاک ایستایی همواره با نیرویی که موازی سطح تماس بر جسم وارد می‌شود و قادر به حرکت جسم نیست، برابر است. بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی فرمول معینی ندارد.

جهت حرکت (حرکت با سرعت ثابت باشد)



$$\vec{F}_{\text{net},x} = ma = 0 \Rightarrow f_s = F$$

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_{s,\text{max}}$):

اگر مطابق شکل بالا، نیروی \vec{F} را افزایش دهیم، جسم در یک لحظه خاص در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و از آن لحظه به بعد جسم شروع به لغزیدن می‌کند. به اصطکاک یک لحظه قبل از حرکت را نیروی اصطکاک در آستانه حرکت می‌گویند و با $f_{s,\text{max}}$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

نکته: ضریب اصطکاک ایستایی است و یکا ندارد.

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_s$ است.

نیروی اصطکاک جنبشی (\vec{f}_k):

وقتی جسمی روی یک سطح در حال حرکت است (می‌لغزد)، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت (لغزش) به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و با \vec{f}_k نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

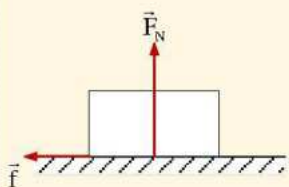
نکته: ضریب اصطکاک جنبشی است و یکا ندارد.

$$\mu_s \geq \mu_k \xrightarrow{\text{در طرفین}} F_N \mu_s \geq F_N \mu_k \Rightarrow f_{s,\text{max}} \geq f_k$$

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_k$ است چرا:

نیروی واکنش سطح:

به برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، نیروی واکنش سطح می‌گویند و با \vec{R} نمایش می‌دهیم. برای فهم بیشتر به شکل زیر توجه کنید:

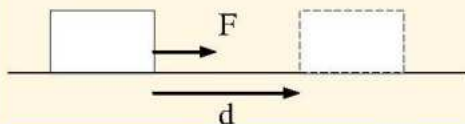


$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

کار انجام شده توسط نیروی ثابت:

مطابق شکل اگر نیروی F بر جسمی وارد شود و جسم در جهت نیرو به اندازه d جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط این نیرو برابر است با:

$$W = Fd$$



نکته:

نکته ۱: در این رابطه، کار بر حسب ژول (J)، نیرو بر حسب نیوتون (N) و جابه‌جایی بر حسب متر (m) است.

نکته ۲: کار کمیتی نرده‌ای است.

نکته ۳: یک ژول برابر است با یک نیوتون متر.

توجه: شود که، فرمول کار گفته شده ($W = Fd$) کامل نیست. چون اگر بر جسم نیرویی با زاویه θ وارد شود آن موقع کار انجام شده روی این جسم از رابطه

$$W = Fd \cos \theta$$

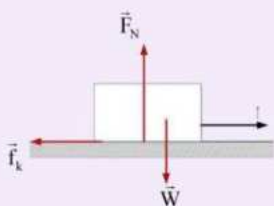
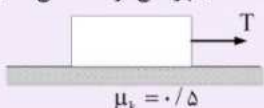
به دست می‌آید که در این فرمول θ زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است.

$$W_f = f_k \cdot d \cdot \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W_f = -f_k d$$

نکته: کار نیروی اصطکاک وارد بر یک جسم برابر است با:

مثال:

مطابق شکل زیر شخصی با نیروی افقی 550 N جعبه‌ای به جرم 10 kg را از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و پس از 4 s طناب پاره می‌شود. مسافتی که جعبه از شروع حرکت تا توقف طی می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) $2/2$
(۲) $2/4$
(۳) $4/2$
(۴) $4/4$

پاسخ: گزینه ۴

طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net},x} = ma_1 \Rightarrow T - f_k = ma_1 \rightarrow T - \mu_k F_N = ma_1 \xrightarrow{F_N = mg = 1000\text{ N}} 550 - 0.5 \times 1000 = 10 \cdot a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول: } \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_1 t = \frac{1}{2} \times (0.5) \times 4^2 = 4\text{ m}$$

$$\text{سرعت در انتهای ۴ ثانیه: } V_1 = a_1 t = 0.5 \times 4 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بعد از قطع نیروی افقی تنها نیروی افقی وارد بر جعبه نیروی اصطکاک جنبشی است و با توجه به این که اندازه نیروی اصطکاک تا توقف جسم تغییری نمی‌کند، می‌توان گفت:

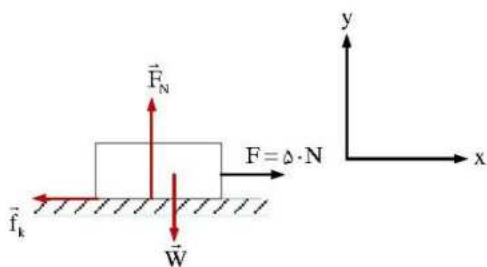
$$F_{\text{net},x} = ma_2 \Rightarrow -f_k = ma_2 \rightarrow -\mu_k F_N = ma_2 \rightarrow -0.5 \times 1000 = 10 \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V_f^2 - V_1^2 = 2a\Delta x_2 \rightarrow 0 - (2)^2 = 2 \times (-0.5)(\Delta x_2) \Rightarrow \Delta x_2 = 4\text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی کل جعبه برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 + 4 = 8\text{ m}$$

ابتدا مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود (R), برابر با اندازه برآیند نیروهای عمودی سطح و اصطکاک است. بنابراین داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 5 \times 10 = 50\text{ N}$$

$$R^2 = F_N^2 + f_k^2 \Rightarrow (10\sqrt{29})^2 = (50)^2 + f_k^2 \rightarrow 2900 = 2500 + f_k^2 \rightarrow f_k^2 = 400 \Rightarrow f_k = 20\text{ N}$$

بنابراین طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

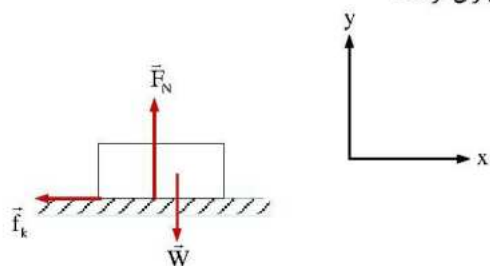
$$F_{\text{net},x} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1 \rightarrow 50 - 20 = 5a_1 \rightarrow 30 = 5a_1 \Rightarrow a_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال با توجه به اینکه جسم از حال سکون با شتاب $6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_1 t = \frac{1}{2} \times 6 \times (4)^2 = 48 \text{ m}$$

$$V_1 = a_1 t = 6 \times 4 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال وقتی نیروی F قطع می‌شود، جسم به دلیل نیروی اصطکاک حرکتش کند شده و در نهایت می‌ایستد. همچنین توجه کنید که تا موقعی که جسم در حال حرکت است، اندازه نیروی اصطکاک تغییری نمی‌کند. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو، می‌توان نوشت:



$$F_{\text{net},x} = ma_x \Rightarrow -f_k = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{-f_k}{m} = \frac{-20}{5} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال با توجه به این که سرعت جسم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر $V_1 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و شتاب آن پس از این لحظه برابر $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، با کمک معادله سرعت - جابه‌جایی می‌توان نوشت:

$$V_1^2 - V_2^2 = 2a_x \Delta x_x \xrightarrow{V_2=0} 0 - (24)^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x_x \Rightarrow \Delta x_x = 72 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی کل جسم برابر است با:

$$d = \Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_x = 48 + 72 = 120 \text{ m}$$

از طرفی در این جا کار نیروی اصطکاک به گرما تبدیل می‌شود، به عبارتی داریم:

$$Q = -W_f = -f_k d \cos 180^\circ = f_k d = 20 \times 120 = 2400 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

38- فرض کنید که یک چتر باز، در پرش آزاد خود به دو تندی حدی $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد و نیروی مقاوم هوا، بعد از باز شدن چتر، با تندی چتر باز متناسب باشد. در این صورت در لحظه‌ای که تندی چتر باز بعد از باز شدن چتر به $7/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد، بزرگی شتابش چند g است؟

$$\frac{11}{6} \text{ (4)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (3)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (2)}$$

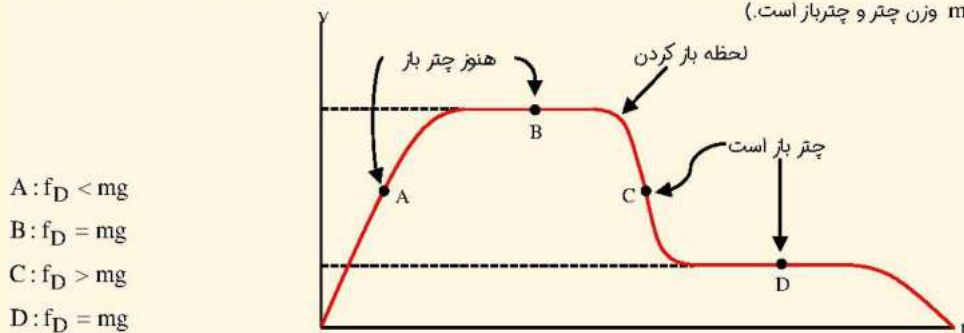
$$\frac{1}{2} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان دشواری |
|----------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|-------------------|-----------|--------------|
| درجه اول | ۷ | ۵ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | | |

درسنامه:

در یک پرش آزاد نمودار تغییر تندی بر حسب زمان برای چتر باز به صورت زیر است که در هر مرحله رابطه بین نیروی مقاوم هوا و وزن چتر و چتر باز به صورت زیر است. (f_D نیروی مقاوم هوا و mg وزن چتر و چتر باز است).



- A: $f_D < mg$
- B: $f_D = mg$
- C: $f_D > mg$
- D: $f_D = mg$

بدیهی است که بعد از پرش حرکتش تندشونده است تا به تندی حدی خود برسد و بعد از باز کردن چتر، حرکتش کندشونده شده تا به تندی حدی دوم برسد.

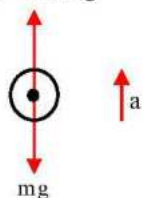
بعد از باز شدن چتر، f_D با V متناسب می‌شود و می‌توان فرض کرد $f_D = bV$ که b ضریب متناسب است.

$$V = \frac{m}{s} \rightarrow f_D = mg \Rightarrow b \times \Delta = mg \Rightarrow b = \frac{mg}{\Delta}$$

پس در لحظه مورد نظر داریم:

$$V = v / \Delta \rightarrow f_D = bV = \frac{mg}{\Delta} \times v / \Delta = v / \Delta mg$$

$$f_D = v / \Delta mg$$



$$F_{net} = ma \Rightarrow v / \Delta mg - mg = ma$$

$$a = \frac{1}{2} g$$

و در نهایت داریم:

اگر در سؤال ذکر شده بود، قبل از باز شدن چتر، آنگاه چگونه عمل می‌کردید؟

پاسخ:

در این صورت باید مقایسه انجام شده را نسبت به تندی حدی $\frac{m}{s}$ می‌سنجیدیم.

مثال:

در پرش آزاد یک چتر باز در هوا، اگر به دو تندی حدی $\frac{m}{s}$ و $\frac{m}{s}$ برسد، تندی متوسطش از لحظه رها شدن از حال سکون تا لحظه‌ای که چترش را باز می‌کند،

چند $\frac{m}{s}$ است؟

۴) نمی‌توان نظر قطعی داد.

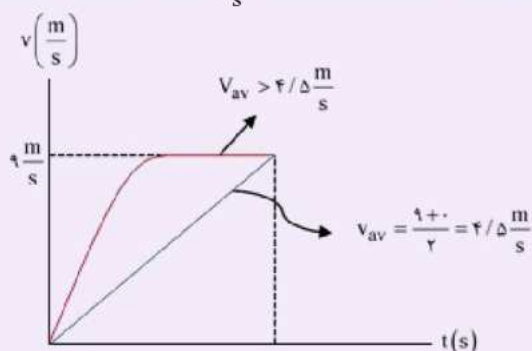
۳) $v_{av} < 4 / \Delta$

۲) $v_{av} > 4 / \Delta$

۱) $v_{av} = 4 / \Delta$

پاسخ: گزینه ۲

بدیهی است که باتوجه به نمودار داده شده به جابه‌جایی چتر باز در مدتی که تندی‌اش به $\frac{m}{s}$ می‌رسد، بیش‌تر از حالتی است که در خلأ حرکت کند. یعنی:



گروه آموزشی ماز

39- جسمی به جرم ۲۰۰ گرم روی محور xها در حال حرکت است و رابطه نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان در SI به صورت $F_{net} = -2t + 8$

است. اگر سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر با $-20 \frac{m}{s}$ باشد، تکانه جسم در لحظه $t = 6s$ چند $kg \frac{m}{s}$ است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|----------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه اول | ۹ | ۹ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۹ | فصل اول دوازدهم | سختی | سخت |

تکانه و قانون دوم نیوتون:

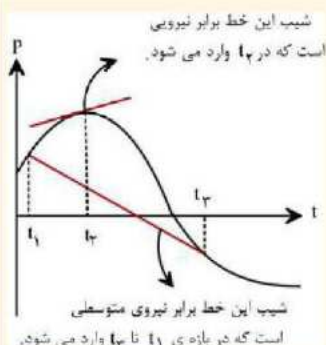
تکانه: حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه جسم می‌گوییم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{P} = m\vec{V} \rightarrow \left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}\right) \leftarrow \text{تکانه}$$

سرعت جسم $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
جرم جسم (kg)

نکته: تکانه یک کمیت برداری است.

(۱) شیب نمودار تکانه بر حسب زمان برابر نیروی خالص وارد شده بر جسم است. شیب خط مماس برابر نیروی لحظه‌ای و شیب خط واصل بین دو نقطه برابر نیروی متوسط وارد شده بر جسم است.



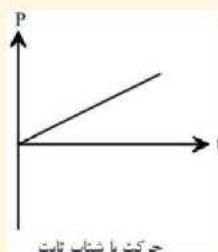
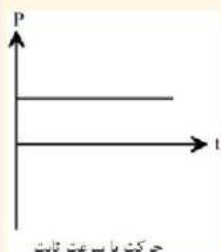
(۲) با توجه به نکته قبل و قانون دوم نیوتون، می‌توان با تقسیم شیب نمودار تکانه - زمان بر جرم، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط را محاسبه کرد.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\text{شیب نمودار تکانه-زمان}}{m}$$

(۳) با تقسیم مساحت زیر نمودار تکانه - زمان بر جرم جسم، می‌توان جابه‌جایی آن را در آن بازه بدست آورد.

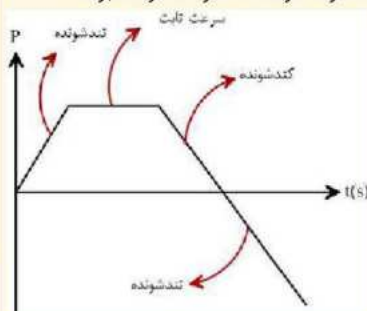
$$\Delta x = \frac{\text{مساحت زیر نمودار تکانه-زمان}}{m}$$

(۴) هنگامی که نمودار تکانه - زمان به شکل یک خط افقی است، جسم با سرعت ثابت در حرکت است و هنگامی که این نمودار به شکل یک خط با شیب ثابت است، جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند.



(۵) هنگامی که نمودار تکانه - زمان محور افقی را قطع می‌کند و تغییر علامت می‌دهد، جهت حرکت جسم عوض می‌شود.

(۶) اگر نمودار تکانه - زمان از محور افقی (محور زمان) دور شود، حرکت تندشونده است و اگر به محور افقی نزدیک شود، حرکت کندشونده خواهد بود.



یک تکنیک ساده برای اینکه نکات و فرمول‌های تکانه از یادمان نرود

اول بذارید یه سوال بپرسم: اگه شتاب رو داشته باشیم، چکار کنیم تا نیرو به دست بیاد؟

خب معلومه از رابطه $F = ma$ استفاده می‌کنیم. در واقع شتاب و نیرو عین هم هستن و فقط فرقشون اینه که نیرو، m برابر شتاب همین حرف رو الان برای تکانه میخام بزنم: ما اگر سرعت رو داشته باشیم، کافیه اونو در m ضرب کنیم تا تکانه بدست بیاد ($P = mv$)

پس نیازی نیست فرمول جدیدی یاد بگیریم یا احساس کنیم تکانه چیز جدیدی هست.
 ما از قبل میدونستیم که اگر از سرعت (v) مشتق بگیریم، شتاب (a) به دست میاد؛ پس الان می‌تونیم بگیم اگر از تکانه مشتق بگیریم، نیرو به دست میاد!!

قبلا این فرمول میدونستیم: $a = \frac{\Delta v}{t}$ ؛ پس الان می‌تونیم بگیم: $F = \frac{\Delta P}{t}$

جمع بندی

| چیزی که در مورد تکانه باید بدونیم | چیزی که از فصل ۱ یاد گرفتیم |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیرو است | شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است |
| اگر نمودار تکانه - زمان به صورت خط ثابت باشد، حرکت با سرعت ثابت است | اگر نمودار سرعت - زمان به صورت خط ثابت باشد، حرکت با سرعت ثابت است |
| اگر نمودار تکانه - زمان به صورت یک خط با شیب ثابت باشد، حرکت با شتاب ثابت است | اگر نمودار سرعت - زمان به صورت یک خط با شیب ثابت باشد، حرکت با شتاب ثابت است |
| مشتق معادله تکانه: معادله نیرو | مشتق معادله سرعت: معادله شتاب |
| $F_{av} = \frac{\Delta P}{t}$ | $a_{av} = \frac{\Delta v}{t}$ |
| اگر نمودار تکانه - زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت کند است | اگر نمودار سرعت - زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت کند شونده است |

مثال:

جسمی به جرم ۲ kg روی سطح افقی بدون اصطکاک با سرعت $5 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. اگر نیروی افقی $F = 3 N$ در جهت حرکت جسم به مدت ۴ s بر جسم وارد شود، در پایان این مدت، تکانهٔ جسم چند $\frac{kg \cdot m}{s}$ می‌شود؟ (سراسری-)

تجربی - ۹۹

۱۲ (۱)

۱۸ (۲)

۲۲ (۳)

۳۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

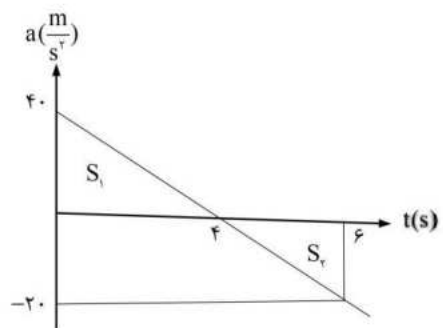
با کمک رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_f - P_i}{\Delta t} = \frac{P_f - mV_i}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{P_f - 2 \times 5}{4} \rightarrow 12 = P_f - 10 \Rightarrow P_f = 12 + 10 = 22 \frac{kg \cdot m}{s}$$

ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-2t + 4}{2} = -1 \cdot t + 2$$

حال نمودار شتاب - زمان جسم را مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم و با توجه به این که مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، می‌توان نوشت:



$$a(t) = -1 \cdot t + 2 \xrightarrow{t=6s} a(6) = -6 + 2 = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta V = S_1 + S_2 = \left(\frac{4 \times 4}{2} \right) - \left(\frac{4 \times (2.0)}{2} \right) = 8 - 4 = 4 \frac{m}{s}$$

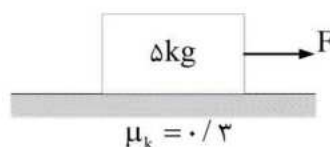
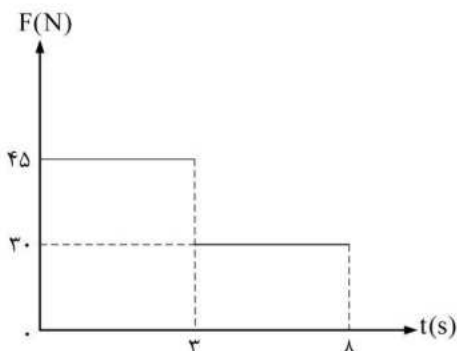
$$\Delta V = V_{t=6s} - V_{t=0} \rightarrow 4 = V_{t=6s} - (-2.0) \Rightarrow V_{t=6s} = 4 - 2.0 = 2 \frac{m}{s}$$

بنابراین تکانهٔ جسم در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

$$P_{t=6s} = mV_{t=6s} = \frac{2.0}{1.0} \times 4.0 = 8 \frac{kg \cdot m}{s}$$

40- جسمی به جرم Δk تحت تأثیر نیروی افقی F در زمان $t=0$ شروع به حرکت می‌کند. اگر نمودار F بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، سرعت

جسم در لحظه $t=5s$ ، چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10 \frac{m}{s^2}$)



- (1) 24
(2) 33
(3) 39
(4) 45

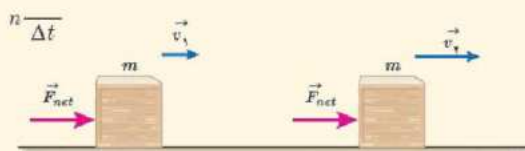
پاسخ: گزینه 1

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شأنه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میراث |
|---------|--------|----------|--------|------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 8 | 8 | 7 | سوال | دوازدهم | دینامیک | پیش نیاز و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | سخت |

درسنامه:

رابطه تکانه و نیرو:

فرض کنید سرعت جسمی به جرم m تحت تأثیر نیروی خالص ثابت \vec{F}_{net} در بازه زمانی Δt از \vec{v}_1 به \vec{v}_2 برسد. در این صورت قانون دوم نیوتون به صورت زیر درمی‌آید:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

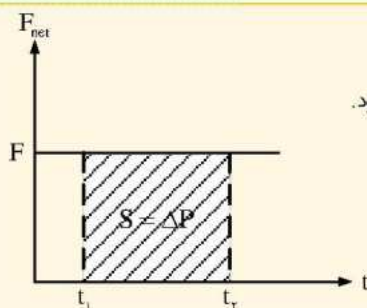
نکته: در شرایط واقعی نیروی وارد بر یک جسم متغیر است و در اینگونه موارد می‌توانیم نیروی خالص متوسط \vec{F}_{av} را به جای نیروی خالص \vec{F}_{net} در نظر بگیریم.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

درسنامه:

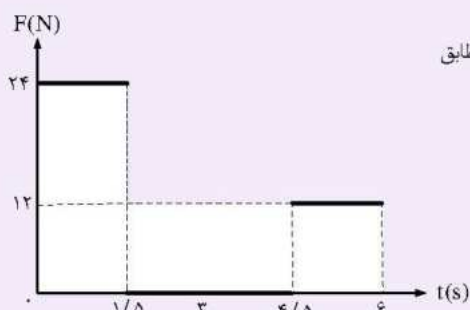
نمودار نیرو - زمان

اگر یک نیروی خالص و ثابت F در مدت زمان Δt به جسم وارد شود، نمودار آن به صورت روبه‌رو خواهد بود. در این حالت سطح زیر نمودار نیرو - زمان با محور زمان برابر با تغییرات تکانه $\Delta \vec{p}$ در همان بازه زمانی است.



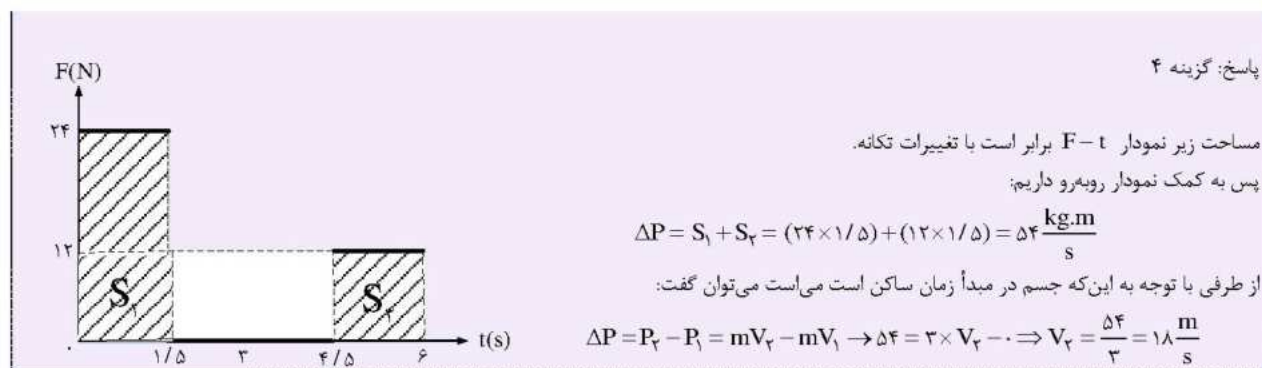
مثال:

نمودار نیرو - زمان جسمی به جرم $3kg$ که در مبدأ زمان از حال سکون شروع به حرکت کرده، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت این جسم در لحظه $t=6s$ چند متر بر ثانیه است؟ (تست کنکور)

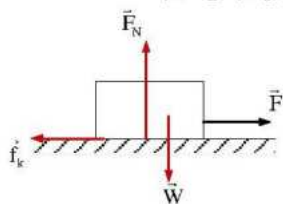


- (1) صفر
(2) 6
(3) 9
(4) 18

پاسخ: گزینه ۴

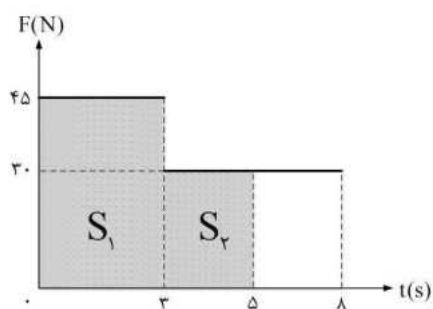


می‌دانیم که مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر با تغییرات تکانه است. در ابتدا برای حل سؤال، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow F_N = W = mg \\ f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.3 \times 5 \times 10 = 15 \text{ N} \end{cases}$$

با توجه به مساحت مشخص شده در نمودار روبه‌رو و این که در راستای افقی به جسم نیروهای F و f_k وارد می‌شود، می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} \Delta P &= S_1 + S_2 \rightarrow P_f - P_i = S_1 + S_2 \\ \Rightarrow mV_f &= (45 - 15) \times 3 + (30 - 15) \times 2 = 90 + 30 = 120 \Rightarrow mV_f = 120 \Rightarrow 5V_f = 120 \\ \Rightarrow V_f &= 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

بنابراین سرعت جسم در لحظه $t = 5 \text{ s}$ برابر $24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

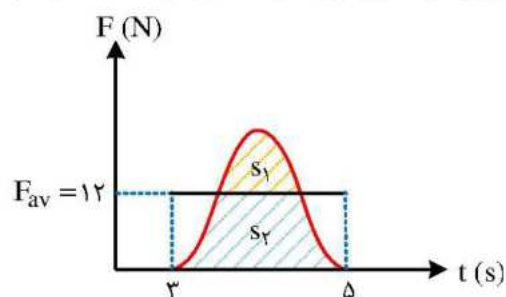
بچه‌ها حواستان باشد که نمودار بالا، مربوط به F_{net} نیست! و باید در هر مرحله، f_k را از F کم کنید.

توجه کنید که چون جسم تحت تأثیر نیروی F در زمان $t = 0$ تازه شروع به حرکت می‌کند، پس $P_i = mV_i = 0$ است.

☀ اگر طراح از ما تکانه را در لحظه $t = 8 \text{ s}$ بر حسب $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$ می‌خواست، جواب چه می‌شد؟ (به عنوان تمرین بیشتر خودت حل کن).

گروه آموزشی ماز

41- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی، مطابق شکل زیر است. اگر از لحظه ۳ s تا ۵ s، نیروی متوسط وارد بر جسم ۱۲ N بوده و مساحت ناحیه S_2 برابر ۱۴ واحد باشد، مساحت ناحیه S_1 چند واحد است؟

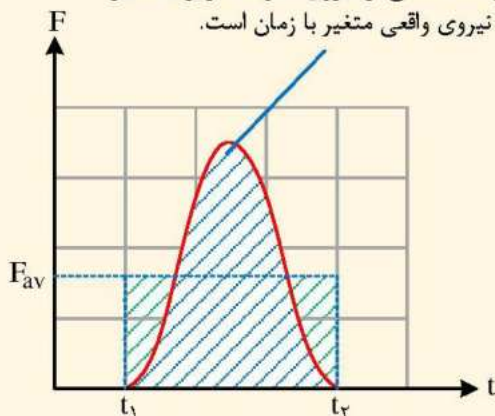


- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

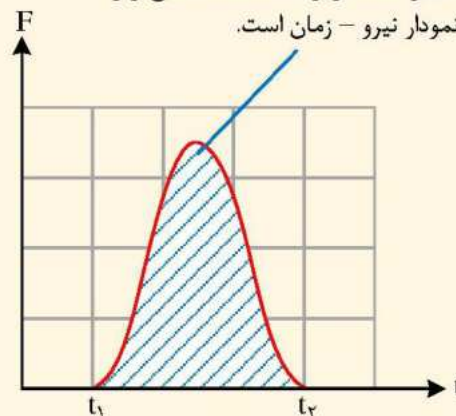
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|-------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۱ | ۸ | ۸ | ۵ | سوال | دوازدهم | تکانه | | | | | |

تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانه نیروی واقعی متغیر با زمان است.



(ب)

تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان است.



(الف)

(الف) نیروی خالص وارد بر یک جسم می‌تواند بر حسب زمان تغییر کند.

(ب) مقدار نیروی متوسط (F_{av}) (خط چین افقی) به گونه‌ای است که مساحت مستطیل ($F_{av}\Delta t$) برابر با مساحت سطح زیر منحنی شکل الف باشد.

باتوجه به درسنامه داریم: مقدار F_{av} باید طوری باشد که مساحت مستطیل ($F_{av}\Delta t$) برابر با مساحت زیر نمودار نیروی خالص - زمان باشد:

$$F_{av}\Delta t = s_1 + s_2 \Rightarrow 12(5-3) = s_1 + 14 \Rightarrow 24 = s_1 + 14 \Rightarrow s_1 = 10$$

گروه آموزشی ماز

42- در شکل زیر، گلوله‌ای توپر به جرم 2 kg توسط دو فنر سبک و مشابه که به کف ظرف متصل‌اند و ضریب سختی هر کدام $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ است، در تعادل

است. اگر نیروی شناوری وارد بر گلوله 25 N باشد، هر کدام از فنرها چند سانتی‌متر از وضعیت اولیه‌شان، تغییر طول داده‌اند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

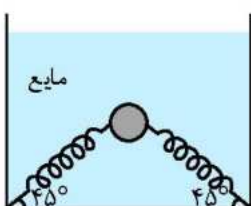
$$(\sqrt{2} = 1/4)$$

$$1/25 \quad (1)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$1/75 \quad (3)$$

$$2/4 \quad (4)$$

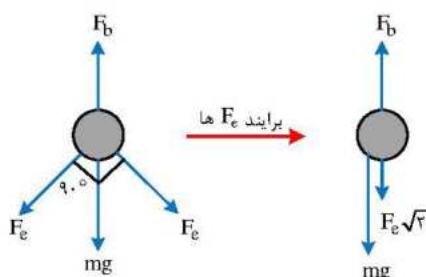


(چگالی جسم کم‌تر از چگالی شاره است.)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|----------|-------------------|-------------------|------|------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | تعادل | و ترکیب | فصل ۲ دهم | فصل یک دوازدهم | سختی | سخت |

باتوجه به تقارن موجود در شکل و این‌که فنرها مشابه‌اند، پس نیروی فنرها نیز باهم هم‌اندازه‌اند. می‌دانیم اگر جسمی داخل یک شاره باشد، از طرف شاره، نیرویی عمودی و به سمت بالا به جسم وارد می‌شود که نیروی شناوری (F_b) نامیده می‌شود. حالا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و تعادل جسم را بررسی می‌کنیم:



در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.

$$\underbrace{F_{\text{net},y}}_{\text{شرط تعادل}} = 0 \Rightarrow F_e \sqrt{r} + mg = F_b \Rightarrow F_e = \frac{F_b - mg}{\sqrt{r}}$$

$$\Rightarrow F_e = \frac{25 - 20}{\sqrt{r}} = \frac{5\sqrt{r}}{r} \xrightarrow{\sqrt{r}=1/4} F_e = \frac{5 \times 1/4}{r} = 5 \times 0.7 = 3.5 \text{ N}$$

$$F_e = kx \Rightarrow 3.5 = 200x \Rightarrow x = \frac{3.5}{200} \text{ m} = \frac{3.5}{2} \text{ cm} = 1.75 \text{ cm}$$

اندازه جابه جایی فنر از طول اولیه

گروه آموزشی ماز

43 - چگالی سیاره A، 20 درصد کم تر از چگالی سیاره B است و جرم سیاره A، 6/4 برابر جرم سیاره B است. اگر شتاب گرانشی در سطح سیاره A، 5 واحد SI باشد، وزن یک جسم 8 کیلوگرمی بر روی سیاره B، چند نیوتون است؟

25 (4)

20 (3)

15 (2)

10 (1)

پاسخ: گزینه 4

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میران |
|----------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از 1 تا 3 | 8 | 9 | 8 | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | 9 | فصل اول دهم | سختی | متوسط |

درسنامه:

چگالی: به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده در دمایی معین، چگالی آن ماده گفته می شود؛ و از رابطه زیر به دست می آید:

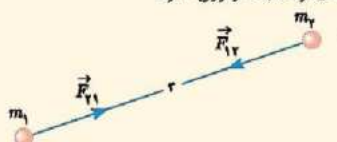
$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{جرم (kg)} \quad \leftarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{حجم (m}^3\text{)}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{نکته: حجم کره ای به شعاع r برابر است با:}$$

درسنامه:

نیروی گرانشی:

قانون گرانش عمومی: نیروی گرانشی دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.



مطابق شکل روبه رو، بین دو ذره به جرم های m_1 و m_2 که در فاصله r از یکدیگر هستند، اندازه نیروی گرانشی میان دو ذره یعنی F از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

نکته:

نکته 1: در این رابطه m_1 و m_2 جرم دو ذره بر حسب kg، r فاصله دو ذره بر حسب m، F نیروی گرانشی میان دو ذره بر حسب N و G ثابت گرانش عمومی و برابر

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2} \quad \text{است.}$$

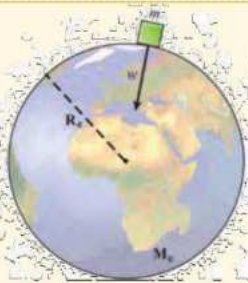
نکته 2: مطابق شکل فوق، نیروی گرانشی بین دو ذره جاذبه است و در امتداد خط واصل دو ذره وارد می شود. طبق قانون سوم نیوتون این دو یک جفت نیروی کنش - واکنش را تشکیل می دهند که:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21} = F$$

درسنامه:

وزن و نیروی گرانشی:

وزن یک جسم روی زمین برابر با نیروی گرانشی است که زمین بر جسم وارد می کند. (مطابق شکل زیر)



اگر جرم جسم را با m ، جرم زمین را با M_e و شعاع زمین را با R_e نمایش دهیم، وزن جسم روی سطح زمین از رابطه زیر به دست می آید:

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد 20 را به سامانه 0008585 ارسال کنید.

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

نکته:

نکته ۱: وزن یک جسم در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$W = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} = G \frac{M_e m}{r^2}$$

نکته ۲: شتاب گرانشی با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد.

مثال:

فرض کنید سیاره‌ای باشد که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم کره زمین باشد. شتاب گرانشی در سطح آن سیاره، چند برابر شتاب گرانشی در سطح کره زمین خواهد شد؟ (سراسری - ریاضی - ۹۶)

$$\frac{1}{4} \quad (۱) \qquad \frac{1}{2} \quad (۲) \qquad ۱ \quad (۳) \qquad ۲ \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

شتاب گرانشی از رابطه $g = \frac{GM}{r^2}$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{M_{\text{سیاره}}}{M_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{\frac{1}{2}} \right)^2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

ابتدا به کمک رابطه چگالی، نسبت حجم و سپس شعاع دو سیاره را محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{\rho_B}{\rho_A} \xrightarrow{\rho_A = \frac{1}{100} \rho_B} \frac{V_A}{V_B} = \frac{6/4 m_B}{m_B} \times \frac{\rho_B}{\frac{1}{100} \rho_B} = 6/4 \times \frac{100}{1} = 15$$

$$\xrightarrow{V = \frac{4}{3} \pi R^3} \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^3 \Rightarrow 15 = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^3 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 15^{1/3}$$

حال به کمک رابطه $g = \frac{GM}{r^2}$ ، نسبت شتاب گرانش در سطح دو سیاره را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2 = 6/4 \times \left(\frac{1}{15^{1/3}} \right)^2 = \frac{6/4}{15^{2/3}} = 1/6 = \frac{1}{6}$$

سپس شتاب گرانش را در سطح سیاره B را به دست می‌آوریم:

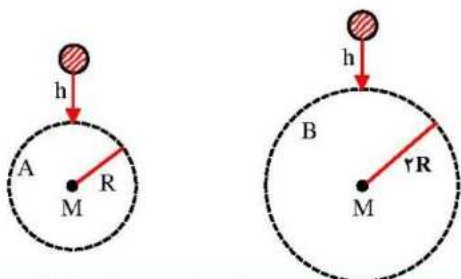
$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{g_B} = \frac{1}{6} \Rightarrow g_B = \frac{30}{1} \frac{m}{s^2}$$

و در نهایت با کمک رابطه $W = mg$ ، وزن جسم ۸ کیلوگرمی را بر روی سیاره B محاسبه می‌کنیم:

$$W = mg_B = 8 \times \frac{30}{1} = 240 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

44- مطابق شکل، جسمی به جرم m را از ارتفاع یکسان و خیلی نزدیک به سطح دو سیاره A و B با جرم‌های یکسان، از حال سکون رها می‌کنیم. اگر تندی برخورد جسم به سطح سیاره A برابر v باشد، تندی برخورد آن به سطح سیاره B چند برابر v است؟ (در سطح سیاره‌ها از هوا خبری نیست).



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|-------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۵ | ۵ | سطحی | متوسط |

درسنامه:

به‌طور کلی نیروی گرانشی در سطح یک سیاره که اصطلاحاً به آن نیروی وزن اجسام در سطح سیاره می‌گوییم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

که در آن m جرم اجسام روی سطح سیاره، M جرم سیاره و R شعاع سیاره و G ثابت جهانی گرانشی است. بدیهی است که اگر شتاب گرانش در سطح سیاره را با g نمایش دهیم داریم:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

حال اگر از سطح سیاره بالاتر روییم، نیروی وزن به دلیل کاهش شتاب گرانشی، کاهش می‌یابد، زیرا:

$$F' = \frac{GMm}{r^2} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

بدیهی است که در مقایسه شتاب گرانش دو سیاره در سطح آن‌ها داریم:

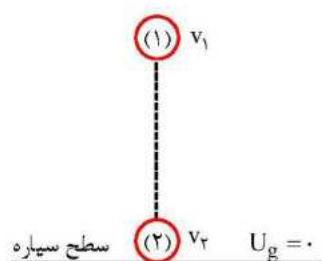
$$\frac{g'}{g} = \frac{M'}{M} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2$$

(M جرم سیاره‌ها و R شعاع سیاره‌ها است.)

در ابتدا شتاب گرانش در سطح سیاره‌ها را مقایسه می‌کنیم.

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{M_B}{M_A}\right) \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 = (1) \left(\frac{R}{2R}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

می‌دانیم که در نزدیکی سطح سیاره، می‌توان شتاب گرانش را برابر با شتاب گرانش در سطح سیاره گرفت. حال با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2gh$$

بالا پایین
↓ ↓
 v_1 v_2

در این جا که $v_1 = v_2 = 0$ است، داریم:

$$v_{\text{پایین}} = \sqrt{2gh} \quad (\text{بر خورد به سطح سیاره})$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A} \times \frac{h_B}{h_A}} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 1} = \frac{1}{2}$$

اگر در سؤال به جای جرم سیاره‌ها، چگالی آن‌ها را می‌داد، باید چه می‌کردیم؟

پاسخ:

در این صورت داریم:

$$M = \rho v = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{R_A}{R_B}$$

45- گلوله‌ای به جرم 1kg از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی متوسط مقاومت هوا در زمان بالا رفتن 6N و در زمان پایین آمدن 5N باشد، زمان بالا رفتن گلوله چند برابر زمان پایین آمدن آن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

3/2 (4)

5/16 (3)

√15/2 (2)

√5/4 (1)

پاسخ: گزینه «1»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از 10 | 9 | 9 | 9 | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | | سختی | سخت |

درسنامه:

هرگاه بر جسم نیروی خالص وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\text{نیرو (N)} \rightarrow \vec{F}_{\text{net}} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \left(\frac{m}{s^2} \right) \leftarrow \text{شتاب}$$

$$\text{جرم (kg)} \rightarrow m$$

نکته: شتاب یک کمیت برداری است.

یه مروری داشته باشیم بر قوانین نیوتون:

قانون اول نیوتون می‌گوید اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، وضعیت سابقش رو دو دستی می‌چسبه! یعنی اگر ساکن باشه، ساکن می‌مونه و اگر در حال حرکت باشه، سرعتش ثابت می‌مونه

قانون دوم نیوتون می‌گوید اگر بر جسم نیرو وارد بشه، جسم شتابی در جهت نیرو می‌گیره که این شتاب با نیرو نسبت مستقیم و با جرم نسبت عکس داره:

$$\left(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \right)$$

قانون سوم نیوتون می‌گوید هر کنشی، واکنشی داره که هم اندازه و در خلاف آن است

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = m\vec{a}$$

$$F - f_k = ma$$

توجه کنید که در قانون دوم نیوتون باید از نیروی خالص یا برآیند نیروها استفاده کنیم:

برای مثال اگر نیروی F پیشران و نیروی f_k مانع حرکت باشد، خواهیم داشت:

مثال:

سه نیرو همزمان بر وزنه‌ای به جرم Δkg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها بر حسب نیوتون به صورت $\vec{F}_1 = 2.0\vec{i} - 5.0\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 1.0\vec{i} + 2.0\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = -1.0\vec{j}$ باشد، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۳)

(۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) ۱۰ (۴) $10\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا اندازه نیروی برآیند وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2.0\vec{i} - 5.0\vec{j}) + (1.0\vec{i} + 2.0\vec{j}) + (-1.0\vec{j}) = 3.0\vec{i} - 4.0\vec{j}$$

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(3.0)^2 + (-4.0)^2} = 5.0 \text{ N}$$

و در نهایت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5.0 = \Delta \times a \Rightarrow a = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام اول: حالتی را در نظر می‌گیریم که گلوله مطابق شکل (الف) در راستای قائم به طرف بالا در حرکت است و نیروی مقاومت هوا رو به پایین به آن وارد می‌شود. در این حالت، شتاب گلوله برابر است با:

$$a_1 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{-f_1 - mg}{m} = \frac{-6 - 1 \times 10}{1} = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

رابطه جابه‌جایی و سرعت نهایی به شکل مقابل است:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_1 t_1$$

اگر زمان بالا رفتن گلوله را با t_1 نشان دهیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} \times (-16) \times t_1^2 + 0 = 8t_1^2$$

گام دوم: شکل (ب) مسیر حرکت گلوله را در زمان سقوط نشان می‌دهد. نیروی مقاومت هوا (\vec{F}_2) در خلاف جهت حرکت گلوله و رو به بالاست. شتاب سقوط گلوله برابر است با:

$$a_2 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{mg - f_2}{m} = \frac{1 \times 10 - 6}{1} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

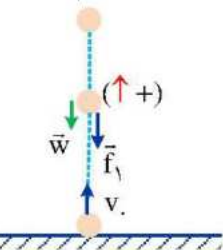
رابطه جابه‌جایی - زمان را برای گلوله می‌نویسیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2$$

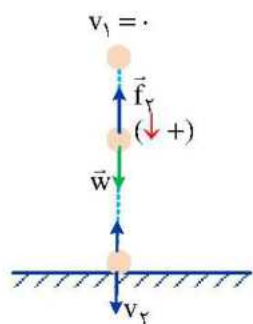
$$\Delta y = \frac{1}{2} \times 4 t_2^2 + 0 = 2 t_2^2$$

گام چهارم: از روابط به دست آمده در گام‌های اول و دوم نتیجه می‌گیریم:

$$8t_1^2 = \frac{4}{2} t_2^2 \rightarrow \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{4}{16} \rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{4}}{4}$$



(الف)



(ب)

گروه آموزشی ماز

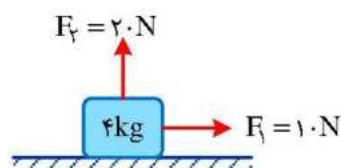
46 - در شکل روبرو، نیروی افقی \vec{F}_1 و نیروی قائم \vec{F}_2 به جسمی وارد می‌شوند. و جسم با تندی ثابت $1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی حرکت می‌کند. اگر نیروی \vec{F}_2 قطع شود، چه اتفاقی برای جسم می‌افتد؟

(۱) پس از طی مسافت 2.0 m متوقف می‌شود.

(۲) پس از طی مسافت 5.0 m متوقف می‌شود.

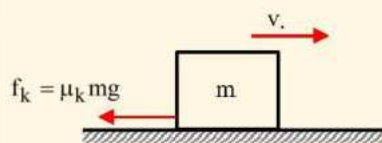
(۳) با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(۴) با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.



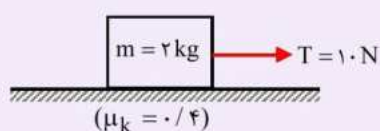
| موضوع | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسایی | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|---------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۹ | ۹ | ۱۰ | سوال | دوازدهم | دینامیک | ترکیب | ۵ | ۵ | سه | سه |

به طور کلی، در سؤال‌هایی این گونه که جسم با دو شتاب حرکت می‌کند، شاید کوتاه‌ترین روش، استفاده از نمودار سرعت - زمان باشد. بدین ترتیب که بعد از پیدا کردن شتاب در رابطه اول، با حضور T و در مرحله دوم، بدون حضور T ، نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. (دقت کنید که نقطه مشترک سؤال‌هایی ترکیبی حرکت‌شناسی و دینامیک، شتاب متحرک است.)
اما نکته‌ای که باید به آن اشاره کنیم، این است که اگر جسمی در امتداد یک سطح افقی پرتاب شود، تنها نیروی مؤثر وارد بر آن در امتداد سطح، نیروی اصطکاک بوده، لذا حرکتی کندشونده با شتاب $a = -\mu_k g$ خواهد داشت، زیرا:

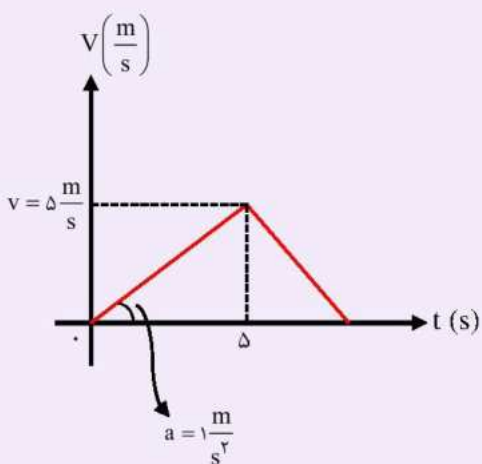


$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow \boxed{a = -\mu_k g}$$

در شکل مقابل جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و بعد از ۵ ثانیه، نخ پاره می‌شود. سرعت متوسط متحرک در کل جابجه جایی‌اش چند $\frac{m}{s}$ است؟



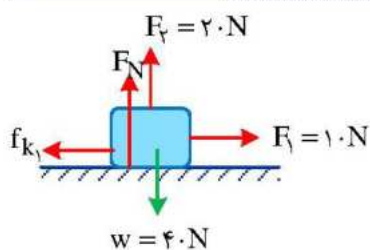
- ۵ (۱)
۲/۵ (۲)
۱۰ (۳)
۴ (۴)
پاسخ:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - \mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow 10 - (0.4)(20) = 2a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$V_{\text{av}} = \frac{1}{2} V_{\text{max}} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5 \frac{m}{s}$$



گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون جسم در امتداد قائم شتاب ندارد، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر است.

$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F_{N_1} + F_T - W = 0 \rightarrow F_{N_1} + 20 - 40 = 0 \rightarrow F_{N_1} = 20 \text{ N}$$

گام دوم: بعد از حذف نیروی F_T ، نیروی عمودی تکیه‌گاه با نیروی وزن جسم موازنه می‌شود:

$$F_{N_2} = W = 40 \text{ N}$$

گام سوم: در ابتدا که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروهای افقی وارد بر جسم یکدیگر را خنثی می‌کنند:

$$F_{\text{net},x} = 0 \rightarrow F_f - f_{k_i} = 0 \rightarrow f_{k_i} = F_f = 10 \text{ N}$$

f_k با F_N نسبت مستقیم دارد و با ۲ برابر شدن f_k ، F_N هم دو برابر می‌شود.

$$f_k = \mu_k F_N \rightarrow \frac{f_{k_r}}{f_{k_i}} = \frac{F_{N_r}}{F_{N_i}} \rightarrow \frac{f_{k_r}}{10} = \frac{40}{20} \rightarrow f_{k_r} = 20 \text{ N}$$

گام چهارم: پس با حذف F_f ، نیروی مقاوم f_k بزرگتر از نیروی محرک F_f می‌شود و حرکت جسم به تدریج کند و در نهایت متوقف می‌شود. شتاب حرکت جسم در این حالت برابر است با:

$$a = \frac{F_f - f_{k_r}}{m} = \frac{10 - 20}{4} = \frac{-10}{4} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مسافت توقف را با استفاده از رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0^2 - 10^2 = 2 \times (-2.5) \times \Delta x \rightarrow -100 = -5\Delta x \rightarrow \Delta x = 20 \text{ m}$$

پرسش: اگر نیروی \vec{F}_f رو به پایین باشد، جوابتان چیست؟

پاسخ: در این حالت باید جهت \vec{F}_f را در شکل رسم شده برعکس کنید و بنویسید:

$$F_{N_i} - W - F_f = 0 \rightarrow F_{N_i} = W + F_f = 60 \text{ N}$$

$$\frac{f_{k_r}}{f_{k_i}} = \frac{F_{N_r}}{F_{N_i}} \rightarrow \frac{f_{k_r}}{10} = \frac{40}{60} \rightarrow f_{k_r} = \frac{20}{3} \text{ N}$$

چون $F_f > f_k$ است، جسم در جهت نیروی \vec{F}_f شتاب می‌گیرد.

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F_f - f_{k_r} = ma \rightarrow 10 - \frac{20}{3} = 4a \rightarrow a = \frac{5}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

www.biomaze.ir

47- جسمی به جرم 1200 g با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند 12 N باشد، جسم پس از چند ثانیه متوقف می‌شود؟

$$\frac{5}{3} \text{ (4)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (3)}$$

$$2 \text{ (2)}$$

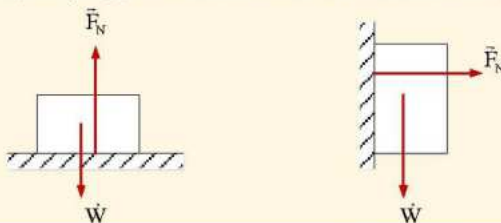
$$2/4 \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه «۱»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|--------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۹ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | 2 | سخت |

درسنامه:

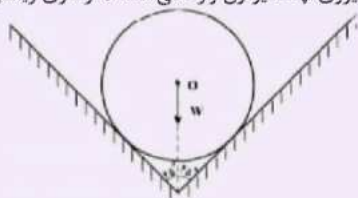
نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه): هنگامی که جسمی بر روی یک سطح (قائم، افقی و ...) قرار داشته باشد. از طرف سطح نیرویی عمود بر سطح به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه) می‌گویند و با \vec{F}_N نمایش می‌دهند. برای فهم بیشتر به شکل‌های زیر توجه کنید:



توجه: جهت نیروی عمودی سطح همواره از طرف سطح به طرف جسم می‌باشد.

مثال:

در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم 5 kg درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون وارد می‌کند؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۸)



(۱) ۲۰

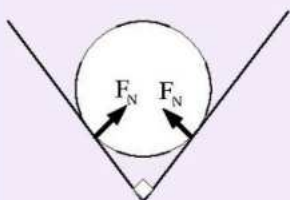
(۲) ۲۵

(۳) $25\sqrt{2}$

(۴) $5\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

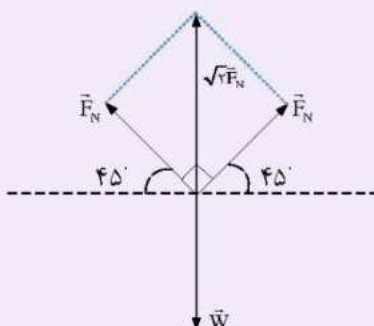
ابتدا مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



از طرفی با توجه به این‌که جسم در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین:

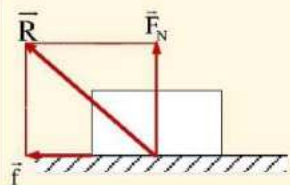
بخاطر تقارن موجود در شکل، نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر کره از طرف دیواره‌های ناوه، هم‌اندازه می‌شوند و چون بر هم عمودند پس برآیند نیروهای عمودی تکیه‌گاه برابر با $\sqrt{2}F_N$ می‌شود. حالا برای حفظ تعادل، باید $\sqrt{2}F_N$ و w همدیگر را خنثی کنند:

$$\sqrt{2}F_N = w \Rightarrow F_N = \frac{w}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} w = \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 50 \Rightarrow F_N = 25\sqrt{2}\text{ N}$$



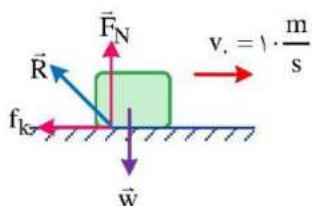
نیروی واکنش سطح

به برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود نیروی واکنش سطح می‌گویند و با \vec{R} نمایش می‌دهیم. برای فهم بیشتر به شکل زیر توجه کنید:



$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

جرم جسم $m = 1/2\text{ kg}$ است. چون جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه با وزن جسم موازنه می‌شود.



$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F_N - w = 0 \rightarrow F_N = w = mg = (1/2 \times 10) = 10\text{ N}$$

گام دوم: نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R) برآیند دو نیروی عمود بر هم اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه است.

$$R^y = F_N^y + f_k^y \rightarrow 13^y = 12^y + f_k^y \rightarrow f_k^y = 25 \rightarrow f_k = 25N$$

گام سوم: تنها نیرویی که به جسم در راستای حرکت وارد می‌شود نیروی اصطکاک است که در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود.

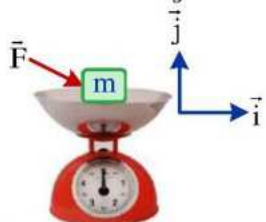
$$F_{\text{net},x} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -25 = 1/2a \rightarrow a = \frac{-25}{1/2} \frac{m}{s^2}$$

گام چهارم: سرعت جسم در لحظه توقف صفر می‌شود ($v=0$) بنابراین، زمان توقف جسم برابر است با:

$$v = at + v_i \rightarrow 0 = -\frac{25}{1/2}t + 10 \rightarrow \frac{25}{1/2}t = 10 \rightarrow t = 2/5s$$

گروه آموزشی ماز

48- در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m روی صفحه توزین نیروسنجی قرار دارد و توسط نیروی $\vec{F} = (4N)\vec{i} - (2N)\vec{j}$ با شتاب $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ روی صفحه حرکت



می‌کند. نیروسنج چند نیوتن را نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از اصطکاک صفحه توزین با جسم صرف‌نظر می‌شود)

۶۲

۲ (۱)

۴۲ (۴)

۳۸ (۳)

پاسخ: گزینه «۴»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | دینامیک | ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سفتی | ساده |

گام اول: شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد. نیروی $F_x = 4N$ باعث می‌شود جسم در راستای افقی شتاب بگیرد.

$$F_y = 2N$$

$$F_x = ma \rightarrow 4 = m \times 1 \rightarrow m = 4kg \rightarrow w = mg = 4 \times 10 = 40N$$



گام دوم: از این که جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند نتیجه می‌گیریم نیروهای وارد بر جسم در این راستا یکدیگر را خنثی می‌کنند.

$$F_N - F_y - W = 0$$

$$F_N - 2 - 40 = 0 \rightarrow F_N = 42N$$

واکنش F_N از طرف جسم به صفحه وارد می‌شود که اندازه این نیرو در صفحه دیده می‌شود.

$$F_N' = F_N = 42N$$

پرسش: اگر $\vec{F} = (4N)\vec{i} + (2N)\vec{j}$ بود، جوابتان به این تست چه بود؟

پاسخ: در این صورت $F_y = 2N$ به سمت بالا بود:

$$F_N + F_y - W = 0$$

$$F_N + 2 - 40 = 0 \rightarrow F_N = 38N$$

www.biomaze.ir

49- کتاب با نیروی افقی F_1 ساکن است، با نیروی افقی F_2 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و نیروی افقی F_3 با سرعت ثابت به طرف

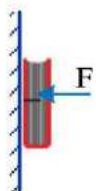
پایین می‌آید. نیروی اصطکاک در این سه حالت به ترتیب f_1 ، f_2 و f_3 است. کدام گزینه درست است؟ ($\mu_s > \mu_k$)

$$f_3 > f_1 > f_2 \text{ و } F_1 \geq F_2 > F_3 \quad (2)$$

$$f_3 = f_2 = f_1 \text{ و } F_2 > F_1, F_1 \geq F_3 \quad (4)$$

$$f_2 > f_1 > f_3 \text{ و } F_1 < F_2 < F_3 \quad (1)$$

$$f_3 > f_1 = f_2 \text{ و } F_2 < F_1 < F_3 \quad (3)$$



| مشخصه | مفهومی | معماری | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|--------|--------|-------|---------|---------|----------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۷ | ۷ | ۷ | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | متوسط |

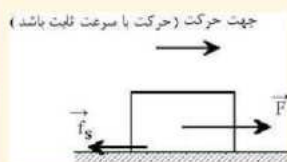
نیروی اصطکاک

در اثر به حرکت درآوردن دو جسمی که با هم در تماس اند، نیرویی بین سطوح آنها ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم مخالفت می‌کند. به این نیرو، نیروی اصطکاک می‌گویند.

نکته: نیروی اصطکاک به شرایط فیزیکی سطح از نظر جنس سطح تماس، زبری و ناهمواری بستگی دارد.

نیروی اصطکاک ایستایی (\vec{f}_s)

مطابق شکل اگر نیروی \vec{F} نتواند جسم را روی سطح بکشد نیرویی که اثر نیروی \vec{F} را خنثی می‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی است و با f_s نمایش می‌دهیم. نیروی اصطکاک ایستایی همواره با نیرویی که موازی سطح تماس بر جسم وارد می‌شود و قادر به حرکت جسم نیست، برابر است. بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی فرمول معینی ندارد.



$$\vec{F}_{\text{net},x} = ma = 0 \Rightarrow f_s = F$$

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,\text{max}}$)

اگر مطابق شکل بالا، نیروی \vec{F} را افزایش دهیم، جسم در یک لحظه خاص در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و از آن لحظه به بعد جسم شروع به لغزیدن می‌کند. به اصطکاک یک لحظه قبل از حرکت را نیروی اصطکاک در آستانه حرکت می‌گویند و با $f_{s,\text{max}}$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

نکته: μ_s ضریب اصطکاک ایستایی است و یکا ندارد.

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_s$ است.

نیروی اصطکاک جنبشی (\vec{f}_k)

وقتی جسمی روی یک سطح در حال حرکت است (می‌لغزد)، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت (لغزش) به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و با \vec{f}_k نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

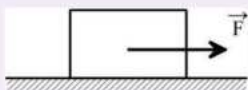
نکته: μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است و یکا ندارد.

$$\mu_s \geq \mu_k \xrightarrow{\times F_N \text{ در طرفین}} F_N \mu_s \geq F_N \mu_k \Rightarrow f_{s,\text{max}} \geq f_k$$

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_k$ است چرا

مثال:

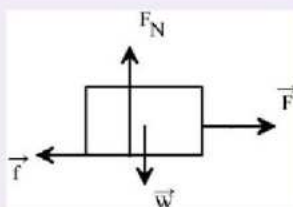
در شکل زیر، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ روی سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی 50 N به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با 25 N باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) صفر
(۲) ۱۶/۶۶
(۳) ۲۰
(۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برآیند دو نیروی عمودی بر هم یکی نیروی عمودی سطح و دیگری اصطکاک است و داریم:

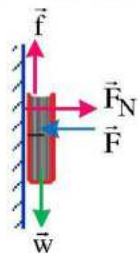
$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = 1/5 \times 10 = 15 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2} \Rightarrow R^2 = f^2 + F_N^2 \rightarrow (25)^2 = f^2 + (15)^2 \rightarrow f^2 = 400 \rightarrow f = 20 \text{ N}$$

چون اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازه نیروی $F = 50 \text{ N} > f = 20 \text{ N}$ بنابراین جسم با شتاب ثابت به طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \rightarrow 50 - 20 = \frac{m}{5} a \rightarrow a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام اول: نیروهای وارد بر کتاب به شکل مقابل‌اند. در ابتدا که کتاب ساکن است نیروی اصطکاک آن، با دیوار از نوع ایستایی و هم اندازه با نیروی وزن کتاب است.



$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow f_s - w = 0 \rightarrow f_s = w \xrightarrow{(f_s - f_1)} f_1 = w$$

$$f_s < f_{s \text{ max}} \rightarrow f_1 \leq \mu_s F_N \xrightarrow{(F_N - F_1)} f_1 \leq \mu_s F_1 \rightarrow F_1 \geq \frac{f_1}{\mu_s} \Rightarrow F_1 \geq \frac{W}{\mu_s}$$

گام دوم: در حالت دوم که کتاب در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، باز هم کتاب ساکن است و نیروی اصطکاک با دیوار بیشینه است: $f_1 = f_{s \text{ max}} = w$

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \rightarrow f_1 = \mu_s F_1 \rightarrow F_1 = \frac{f_1}{\mu_s} \Rightarrow F_1 = \frac{W}{\mu_s}$$

گام سوم: در صورتی که نیروی افقی F_1 به کتاب وارد شود، کتاب با سرعت ثابت حرکت می‌کند. از نظر دینامیکی هیچ فرقی بین جسم ساکن و جسمی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند وجود ندارد. باز هم برآیند نیروهای وارد بر چنین جسمی صفر است، البته در این حالت، اصطکاک کتاب با دیواره از نوع جنبشی است:

$$f_1 = f_k = w$$

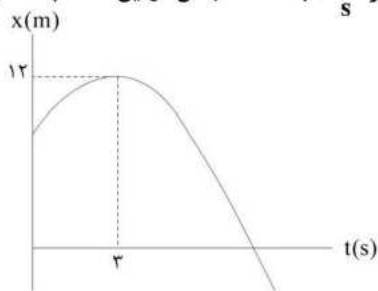
$$f_k = \mu_k F_N \rightarrow f_1 = \mu_k F_1 \rightarrow F_1 = \frac{f_1}{\mu_k} \Rightarrow F_1 = \frac{W}{\mu_k}$$

گام چهارم: نوبت مقایسه است! در هر سه حالت کتاب تعادل دارد و نیروی اصطکاک هم‌اندازه با وزن کتاب است یعنی $f_1 = f_2 = f_3$. با توجه به این که $\mu_k > \mu_s$ است، نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} F_1 \geq \frac{W}{\mu_s} \\ F_2 = \frac{W}{\mu_s} \Rightarrow F_1 \geq F_2, F_2 > F_3 \\ F_3 = \frac{W}{\mu_k} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

50- نمودار مکان- زمان متحرکی بخشی از سهمی به شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظه 6 s برابر $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، شتاب آن در این لحظه چند متر



بر مربع ثانیه است؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۵ (۴)

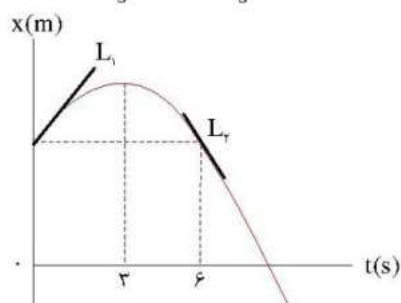
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۵ | ۶ | سوال | دوازدهم | معادله مکان-زمان | | ۲ | ۳ | سختی | ساده |

گام اول: از تقارن سهمی کمک بگیرید! شیب خطوط مماس بر نمودار در لحظه‌هایی که به یک فاصله از رأس قرار دارند، هم‌اندازه و قرینه‌اند. لحظه‌های ۶s و ۰ هر دو ۳s از رأس (لحظه ۳s) فاصله دارند. پس شیب خطوط مماس بر نمودار در این دو لحظه هم‌اندازه‌اند؛ فیزیکش یعنی سرعت متحرک در این دو لحظه هم‌اندازه و قرینه‌اند:

$$v_{t=6s} = -v_0$$

$$v_{t=6s} = -v_0 \rightarrow v_0 = 3 \frac{m}{s}$$

دقت کنید شیب نمودار در لحظه ۶s منفی است؛ پس:



گام دوم: چون نمودار x-t متحرک به شکل سهمی است، شتاب متحرک آن ثابت و برابر شتاب متوسط آن در هر بازه زمانی دلخواه است. پس یک کاری کنیم! شتاب متوسط را در ۶s اول حرکت حساب کنیم؛ شتاب متحرک در هر لحظه (از جمله لحظه ۶s) همین مقدار است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t=6s} - v_0}{\Delta t} = \frac{-3 - 3}{6} = \frac{-6}{6} = -1 \frac{m}{s^2}$$

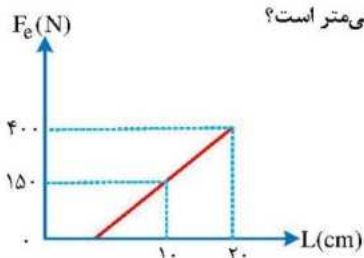
اگر طراح مکان اولیه را از شما می‌خواست، چه طور حساب می‌کردید؟ جابه‌جایی متحرک را در ۳ ثانیه اول با Δx نشان می‌دهیم.

$$\Delta x_{(0,3s)} = \left(\frac{v_{t=3s} + v_0}{2} \right) \Delta t$$

در لحظه $t = 3s$ شیب خط مماس بر نمودار x-t، یعنی سرعت متحرک، صفر است.

$$x_{t=3s} - x_0 = \left(\frac{0 + 3}{2} \right) \times 3 \rightarrow 12 - x_0 = 4.5 \rightarrow x_0 = 12 - 4.5 = 7.5m$$

51 - نمودار نیرویی کشسانی یک فنر بر حسب طول آن مطابق شکل مقابل است. طول طبیعی فنر چند سانتی‌متر است؟



۵ (۲)

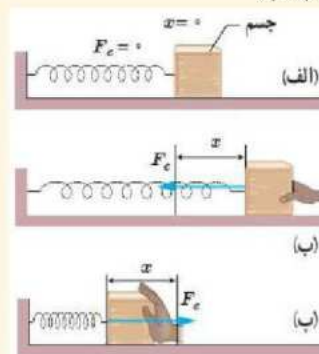
۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی کشسانی فنر | | ۲ | ۳ | سختی | متوسط |

نیروی کشسانی فنر: اگر به یک فنر نیرویی وارد کنیم تا از طول عادی کشیده یا فشرده شود، در فنر نیرویی ایجاد می‌شود که می‌خواهد فنر را به حالت عادی برگرداند؛ که به آن نیروی کشسانی فنر می‌گوییم. (مطابق شکل روبه‌رو)



نیروی کشسانی فنر از قانون هوک پیروی می‌کند و با اندازه تغییر طول آن (x) رابطه مستقیم دارد و اندازه آن از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

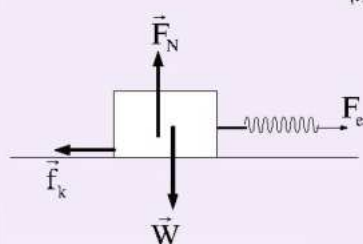
$$F_e = kx$$

نکته: در این رابطه x اندازه تغییر طول فنر بر حسب متر، F_e اندازه نیروی کشسانی فنر بر حسب نیوتون و k ثابت فنر بر حسب $\frac{N}{m}$ است.

(سراسری - تجربی - ۸۵)

فنری با ثابت $50 \frac{N}{m}$ را به وزنه‌ای به جرم 50 kg بسته‌ایم و آن را با سرعت ثابت روی یک سطح افقی می‌کشیم. اگر فنر در حالت افقی بوده و 10 cm افزایش طول پیدا کرده باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- پاسخ: گزینه ۱
- با توجه به شکل فرضی روبه‌رو و اینکه جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. پس داریم:

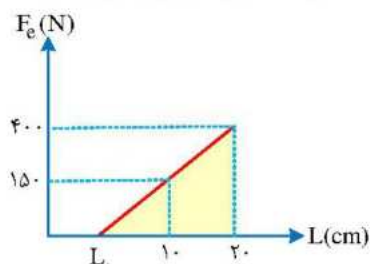


$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$$

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow kx = \mu_k F_N$$

$$\xrightarrow{x=10 \text{ cm} \Rightarrow x=0.1 \text{ m}} 50 \times 0.1 = \mu_k 500 \Rightarrow \mu_k = \frac{5}{50} = 0.1$$

در حالتی که فنر طول طبیعی‌اش را دارد، نیروی کشسانی فنر صفر است. پس محل تقاطع نمودار با محور L (که $F_e = 0$ است) بیانگر طول طبیعی فنر است. با استفاده از نسبت تشابه مثلث‌های ناحیه رنگی را پیدا داریم:



$$\frac{400}{150} = \frac{20 - L_0}{10 - L_0} \rightarrow 4(10 - L_0) = 15(20 - L_0) \rightarrow 40 - 4L_0 = 300 - 15L_0 \rightarrow 11L_0 = 260 \rightarrow L_0 = 23.6 \text{ cm}$$

پرسش: اگر طراح ثابت فنر را می‌خواست چه جوابی می‌دادید؟

شیب نمودار $F_e - x$ بیانگر ثابت فنر است:

$$F_e = k\Delta L = k(L - L_0) = kL - kL_0$$

$$\text{شیب نمودار} = \frac{400 - 150}{20 - 10} \rightarrow k = \frac{250}{10} = 25 \frac{N}{cm}$$

اتفاقاً بعد از این که k را حساب کردید می‌توانید L_0 را هم حساب کنید.

$$F_e = k\Delta L \rightarrow 150 = 25 \times (10 - L_0) \rightarrow 6 = 10 - L_0 \rightarrow L_0 = 4 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

52- وزنه‌ای به جرم 3 kg را به انتهای فنر سبکی که از سقف آسانسور آویزان است، وصل می‌کنیم. آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در پایان حرکت خود را با شتاب ثابت $\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کند کرده و در نهایت متوقف می‌شود. اگر کمترین و بیشترین فاصله وزنه از کف آسانسور به ترتیب 8 cm و 10 cm باشد، ثابت فنر چند نیوتن بر متر است؟ $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

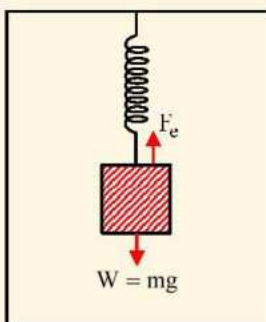
۳۶ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه «۳»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | | | ۵ | |

(۱) شکل زیر نیروهای وارد بر جسمی که از یک فنر درون آسانسور آویخته شده است را نشان می‌دهد.



(۲) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا است داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = F_e - mg \Rightarrow F_e = m(g + a) \\ F_e = k\Delta L \Rightarrow k\Delta L = m(g + a) \end{cases}$$

(۳) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = mg - F_e \Rightarrow F_e = m(g - a) \\ F_e = k\Delta L \Rightarrow k\Delta L = m(g - a) \end{cases}$$

(۴) بنابراین به طور خلاصه نیروی فنر برابر است با:

$$F_e = m(g \pm a)$$

شتاب به سمت بالا

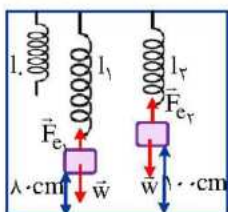
شتاب به سمت پایین

بچه‌ها حواستان باشد که a ، اندازه شتاب آسانسور است.

(۵) دقت کنید که در محاسبه نیروی فنر، جهت شتاب آسانسور اهمیت دارد و جهت حرکت آسانسور مهم نیست.

در شکل روبه‌رو، طول اولیه فنر با l_1 ، طول آن را در حالتی که با شتاب $a_1 = \frac{2}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت بالا می‌رود با l_1 و طول آن را در حالتی که حرکت خود را با

شتاب $a_2 = \frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ را کند می‌کند با l_2 نشان می‌دهیم. جهت رو به بالا را مثبت انتخاب می‌کنیم و قانون دوم نیوتن را در دو حالت می‌نویسیم:



$$F_{e_l} - w = ma_l \rightarrow k(l_1 - l_1) - 3 \times 10 = 3 \times 2 \rightarrow kl_1 - kl_1 = 36 \quad (I)$$

$$F_{e_r} - w = ma_r \rightarrow k(l_r - l_1) - 3 \times 10 = 3 \times (-4) \rightarrow kl_r - kl_1 = 18 \quad (II)$$

$$(I) - (II) : (kl_1 - kl_1) - (kl_r - kl_1) = 36 - 18 \rightarrow k(l_1 - l_r) = 18$$

$$l_1 - l_r = 100 - 80 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \rightarrow k \times 0.2 = 18 \rightarrow k = 90 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

روش حرفه‌ای: تفاضل برآیند نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت با ΔF_{net} نشان می‌دهیم.

$$F_{\text{net}} = ma$$

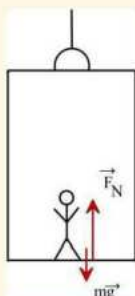
$$\Delta F_{\text{net}} = m \Delta a \rightarrow F_{e_l} - F_{e_r} = m \Delta a \rightarrow k \underbrace{(d_l - d_r)}_{l_1 - l_r} = m(a_l - a_r) \rightarrow k \times (100 - 80) = 3 \times [2 - (-4)]$$

$$\rightarrow 0.2k = 18 \rightarrow k = 90 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

جمع بندی آسانسور

بررسی حرکت‌های مختلف آسانسور:

مطابق شکل فرض کنید شخصی به جرم درون یک آسانسور قرار دارد، حرکت‌های مختلفی که برای حرکت آسانسور وجود دارد، در جدول زیر بررسی می‌کنیم:



بچه‌ها در این جدول a بزرگی شتاب است.

| جهت حرکت | حرکت با شتاب \vec{a} | مراحل تحلیل | نتیجه نهایی |
|-----------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| رو به بالا \uparrow | تندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g + a)$ $\rightarrow F_N = m(g + a)$ | $F_N = m(g + a)$ $F_N > mg$ |
| رو به بالا \uparrow | کندشونده | $F_{\text{net},y} = -ma \rightarrow F_N - mg = -ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g - a)$ | $F_N = m(g - a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین \downarrow | تندشونده | $F_{\text{net},y} = -ma \rightarrow mg - F_N = -ma \rightarrow F_N = mg - ma \rightarrow F_N = m(g - a)$ | $F_N = m(g - a)$ $F_N < mg$ |
| رو به پایین \downarrow | کندشونده | $F_{\text{net},y} = ma \rightarrow mg - F_N = ma \rightarrow F_N = mg + ma \rightarrow F_N = m(g + a)$ | $F_N = m(g + a)$ $F_N > mg$ |

☀ نکته: هرگاه آسانسور با سرعت ثابت (بدون شتاب) حرکت کند، طبق قانون اول نیوتون داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

☀ نکته: حواستان باشد وقتی آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دیگه براش حرکت تندشونده و کندشونده بی معنی است چون شتاب ندارد.

☀ نکته: وقتی کابل آسانسور پاره شود، آسانسور سقوط آزاد می‌کند و شتاب آن برابر g رو به پایین است. به عبارتی داریم:

$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow F_N - mg = -ma \Rightarrow F_N = mg - ma = m(g - a) \xrightarrow{a=g} F_N = m(g - g) = 0$$

بنابراین نیروی عمودی سطح صفر است.

☀ توجه: در همه حالت‌های گفته شده وقتی کابل آسانسور پاره شود، رابطه بالا صادق است.

نکته: اگر شخص درون آسانسور بر روی یک ترازو قرار داشته باشد، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد عکس‌العمل نیروی عمودی سطح است. طبق قانون سوم نیوتون هر علمی، عکس‌العملی دارد هم‌اندازه و هم‌راستا در مخالف جهت هم. به عبارتی داریم:

$$(\text{عکس‌العمل}) \vec{F}_N = -\vec{F}_N' (\text{عمل})$$

نیروی عمودی سطح = عددی که ترازو نشان می‌دهد

| | | |
|--------------------------------|------------------|--------------------------------|
| حرکت آسانسور: | نیروی عمودی سطح: | نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد: |
| سرعت ثابت | $F_N = mg$ | $F_N = F'_N = mg$ |
| وقتی کابیل آسانسور پاره می‌شود | $F_N = 0$ | $F_N = F'_N = 0$ |

توجه: برای حالت‌هایی که حرکت آسانسور با شتاب هست، برای مشخص کردن نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد به جدول اولی مراجعه کنید.

(سراسری ریاضی ۸۶ - خارج):

شخصی به جرم 600 N درون آسانسوری، روی یک ترازوی فتری ایستاده است و ترازو عدد 480 N را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام

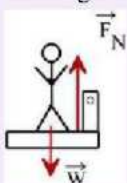
جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۲، پایین (۲) ۲، بالا (۳) $\frac{1}{2}$ ، پایین (۴) $\frac{1}{4}$ ، بالا

پاسخ: گزینه ۱

جهت حرکت آسانسور را رو به بالا فرض می‌کنیم. چون وزن شخص 600 N است. جرم شخص برابر است با:

$$W = mg \Rightarrow 600 = m \times 10 \Rightarrow m = 60\text{ kg}$$



کلیه نیروهایی که به شخص داخل آسانسور وارد می‌شود رسم می‌کنیم و طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow 480 - 600 = 60a \Rightarrow -120 = 60a \Rightarrow a = -\frac{120}{60} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

www.biomaze.ir

53- معادله سرعت-زمان جسمی به جرم 2 kg در SI به صورت $v = t^2 - 4t - 5$ است. بزرگی نیروی متوسط وارد بر جسم از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت

حرکت جسم تغییر می‌کند، چند نیوتن است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه «۲»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | تکانه | و ترکیب | ۵ | ۵ | سه | متوسط |

درسنامه:

تکانه و قانون دوم نیوتون

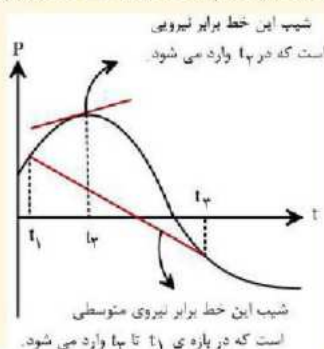
تکانه: حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه جسم می‌گوییم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}\right) \leftarrow \vec{P} = m\vec{V} \rightarrow \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \text{ سرعت جسم}$$

جرم جسم (kg)

نکته: تکانه یک کمیت برداری است.

(۱) شیب نمودار تکانه بر حسب زمان برابر نیروی خالص وارد شده بر جسم است. شیب خط مماس برابر نیروی لحظه‌ای و شیب خط واصل بین دو نقطه برابر نیروی متوسط وارد شده بر جسم



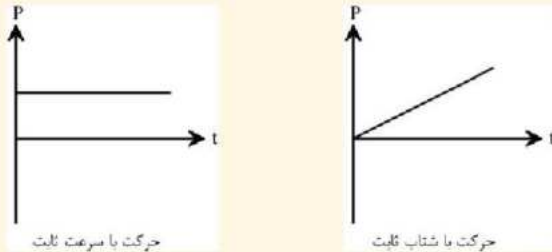
(۲) با توجه به نکته قبل و قانون دوم نیوتون، می‌توان با تقسیم شیب نمودار تکانه - زمان بر جرم، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط را محاسبه کرد.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\text{شیب نمودار تکانه-زمان}}{m}$$

(۳) با تقسیم مساحت زیر نمودار تکانه - زمان بر جرم جسم، می‌توان جابه‌جایی آن را در آن بازه بدست آورد.

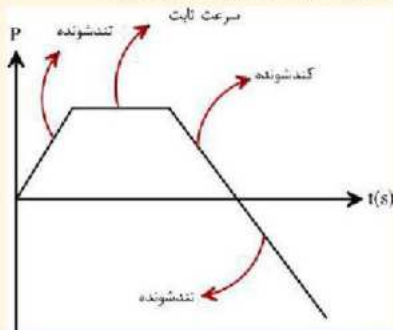
$$\Delta x = \frac{\text{مساحت زیر نمودار تکانه-زمان}}{m}$$

(۴) هنگامی که نمودار تکانه - زمان به شکل یک خط افقی است، جسم با سرعت ثابت در حرکت است و هنگامی که این نمودار به شکل یک خط با شیب ثابت است، جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند.



(۵) هنگامی که نمودار تکانه - زمان محور افقی را قطع می‌کند و تغییر علامت می‌دهد، جهت حرکت جسم عوض می‌شود.

(۶) اگر نمودار تکانه - زمان از محور افقی (محور زمان) دور شود، حرکت تندشونده است و اگر به محور افقی نزدیک شود، حرکت کندشونده خواهد بود.



یک تکنیک ساده برای اینکه نکات و فرمول‌های تکانه از یادمان نرود

اول بزرگید به سوال بپرسم: اگر شتاب رو داشته باشیم، چکار کنیم تا نیرو به دست بیاد؟

خب معلومه از رابطه $F = ma$ استفاده می‌کنیم. در واقع شتاب و نیرو عین هم هستن و فقط فرقشون اینه که نیرو، m برابر شتابه

همین حرف رو الان برای تکانه می‌خام بزنم: ما اگر سرعت رو داشته باشیم، کافیست اونو در m ضرب کنیم تا تکانه بدست بیاد ($P = mv$)

پس نیازی نیست فرمول جدیدی یاد بگیریم یا احساس کنیم تکانه چیز جدیدی هست.

ما از قبل میدونستیم که اگر از سرعت (v) مشتق بگیریم، شتاب (a) به دست میاد؛ پس الان می‌تونیم بگیم اگر از تکانه مشتق بگیریم، نیرو به دست میاد!!

قبلا این فرمول میدونستیم: $a = \frac{\Delta v}{t}$ ؛ پس الان می‌تونیم بگیم: $F = \frac{\Delta P}{t}$

جمع‌بندی:

| چیزی که در مورد تکانه باید بدونیم | چیزی که از فصل ۱ یاد گرفتیم |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیرو است | شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است |
| اگر نمودار تکانه - زمان به صورت خط ثابت باشد، حرکت با سرعت ثابت است | اگر نمودار سرعت - زمان به صورت خط ثابت باشد، حرکت با سرعت ثابت است |
| اگر نمودار تکانه - زمان به صورت یک خط با شیب ثابت باشد، حرکت با شتاب ثابت است | اگر نمودار سرعت - زمان به صورت یک خط با شیب ثابت باشد، حرکت با شتاب ثابت است |
| مشتق معادله تکانه برحسب زمان: معادله نیرو | مشتق معادله سرعت نسبت به زمان: معادله شتاب |
| $F_{av} = \frac{\Delta P}{t}$ | $a_{av} = \frac{\Delta v}{t}$ |
| اگر نمودار تکانه - زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت کند شونده است | اگر نمودار سرعت - زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت کند شونده است |

📌 (سراسری - تجربی - ۹۹):

جسمی به جرم 2 kg روی سطح افقی بدون اصطکاک با سرعت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت است. اگر نیروی افقی $F = 3\text{ N}$ در جهت حرکت جسم به مدت 4 s بر جسم وارد شود، در پایان این مدت، تکانهٔ جسم چند $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$ می‌شود؟

۳۸ (۴)

۲۲ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

با کمک رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_f - P_i}{\Delta t} = \frac{P_f - mV_i}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{P_f - 2 \times 5}{4} \Rightarrow 12 = P_f - 10 \Rightarrow P_f = 12 + 10 = 22 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

جهت حرکت جسم در لحظه‌ای تغییر می‌کند که سرعت آن صفر و سپس تغییر علامت دهد. این لحظه را حساب می‌کنیم.

$$v = t^2 - 4t - 5 = 0 \Rightarrow (t - 5)(t + 1) = 0 \Rightarrow (t = 5\text{ s} \checkmark, t = -1\text{ s} \times)$$

نیروی متوسط وارد بر جسم از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t}$$

$$F_{av} = \frac{m(v - v_i)}{t - t_i} = \frac{2 \times [0 - (-5)]}{5 - 0} = \frac{2 \times 5}{5} = 2\text{ N}$$

پرسش: اگر از شما بپرسند نیروی متوسط وارد بر جسم در t ثانیهٔ اول صفر است، t چند ثانیه است؟ چه جوابی می‌دهید؟

پاسخ: در صورتی که $F_{av} = 0$ می‌شود که $\Delta v = 0$ شود، یعنی $v = v_i = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ شود.

$$v = t^2 - 4t - 5 = -5 \Rightarrow t^2 - 4t = 0 \Rightarrow t(t - 4) = 0 \Rightarrow (t = 0\text{ s} \times, t = 4\text{ s})$$

گروه آموزشی ماز

54- تندی متحرک A، $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کمتر از متحرک B و جرم آن 10 kg بیشتر از متحرک B است. اگر انرژی جنبشی متحرک A، ۲۵ درصد کمتر از متحرک B و تکانهٔ آن‌ها با هم برابر باشد، تکانهٔ آن‌ها چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۶۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

📌 پاسخ: گزینه «۴»

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۸ | ۶ | سوال | دوازدهم | تکانه | | | ۱ | متوسط | |

$$v_A = v_B - 5, m_A = m_B + 10, P_A = P_B$$

انرژی جنبشی A، ۲۵ درصد کمتر از انرژی جنبشی B است. پس:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{3}{4} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{P_f}{P_i = P_e} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{m_B}{m_B + 10} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4m_B = 3m_B + 30 \Rightarrow m_B = 30\text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_B = 30\text{ kg}$$

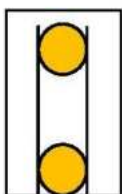
$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{3}{4} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{P_f}{P_i = P_e} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v_B - 5}{v_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4v_B - 20 = 3v_B \Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow P_B = m_B v_B = 30 \times 20 = 600 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow P_B = m_B v_B = 30 \times 20 = 600 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

55- در شکل مقابل، دو گلوله مشابه، با بارهای الکتریکی هم‌نام، داخل یک لوله شیشه‌ای، در یک آسانسور ساکن به حالت تعادل قرار دارند. اگر آسانسور با

شتابی به بزرگی $\frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده و رو به بالا شروع به حرکت کند، مربع فاصله میان گلوله‌ها پس از تعادل مجدد، چند درصد و چگونه تغییر

می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و اصطکاک تمامی سطوح ناچیز است.)



(۱) ۶۲/۵- کاهش

(۲) ۶۲/۵- افزایش

(۳) ۳۷/۵- افزایش

(۴) ۳۷/۵- کاهش

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه از ۱۰ | ۱۰ | ۹ | ۹ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | | | سه | سه |

در حالت اول که آسانسور ساکن است و گلوله‌ها در حال تعادل‌اند، فرض کنیم فاصله میان گلوله‌ها r باشد. پس تحلیل نیروهای وارد بر گلوله بالایی را انجام می‌دهیم:



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_e = mg$$

در حالت دوم که آسانسور با شتابی به بزرگی $\frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، چون جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است، پس برآیند نیروهای

وارد بر هر کدام از گلوله‌ها نیز به سمت بالا است. باز هم تحلیل نیروهای وارد بر گلوله بالایی را انجام می‌دهیم:



$$F_{\text{net},y} = ma_y \Rightarrow F'_e - mg = ma_y \Rightarrow F'_e = m(g + a_y)$$

$$\Rightarrow \frac{F'_e}{F_e} = \frac{mg}{m(g + a_y)} \quad F_e = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \text{ثابت اند } q_1 \text{ و } q_2 \quad \Rightarrow \frac{r'^2}{r^2} = \frac{g}{g + a_y} = \frac{10}{10 + 6}$$

$$\Rightarrow \frac{r'^2}{r^2} = \frac{5}{8} \quad \text{درصد تغییرات مربع فاصله‌ها} \quad \Rightarrow \frac{r'^2 - r^2}{r^2} \times 100 = \frac{5 - 8}{8} \times 100 = -\frac{300}{8} = -37.5\%$$

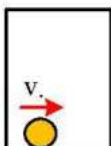
پس مربع فاصله میان گلوله‌ها، پس از تعادل مجدد، ۳۷/۵ درصد کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

56- در شکل زیر، آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی $\frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده رو به بالا در حرکت است. گلوله‌ای را با تندی v به صورت افقی بر روی کف

آسانسور پرتاب می‌کنیم و گلوله پس از جابه‌جایی معینی، متوقف می‌شود. اگر آسانسور با همان بزرگی شتاب قبلی، به صورت کندشونده رو به بالا در حرکت باشد و دوباره گلوله را به صورت افقی بر کف آسانسور پرتاب کنیم، باید تندی اولیه گلوله نسبت به حالت اول، چند برابر شود تا مسافتی که گلوله

طی می‌کند تا متوقف شود، برابر با حالت اول باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و آسانسور به اندازه کافی عریض است.)



(۱) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

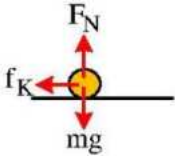
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه از ۱۰ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۰ | سوال | دوازدهم | دینامیک | و ترکیب | حرکت شناسی | حرکت شناسی | سه | سه |

در حالت اول که آسانسور تندشونده رو به بالا در حرکت است، جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است:



$$F_{\text{net},y} = ma_y \Rightarrow F_N - mg = ma_y \Rightarrow F_N = m(g + a_y) \quad (1)$$

$$F_{\text{net},x} = ma_x \Rightarrow -f_K = ma_x \Rightarrow -\mu_K F_N = ma_x$$

$$\xrightarrow{(1)} -\mu_K m(g + a_y) = ma_x \Rightarrow a_x = -\mu_K(g + a_y)$$

$$v^r - v_i^r = \overset{v=0}{a_x} \Delta x \rightarrow -v_i^r = -\mu_K(g + a_y) \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_i^r}{\mu_K(g + a_y)}$$

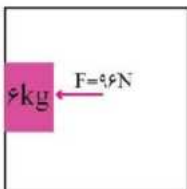
$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_i^r}{\mu_K(10 + 5)} = \frac{v_i^r}{\mu_K(15)}$$

دقیقاً همین تحلیل را برای حالت دوم داریم. ولی حواستان باشد که در حالت دوم، حرکت آسانسور کندشونده رو به بالا است و $a_y = -5 \frac{m}{s}$

$$\Delta x' = \frac{v_i^r}{\mu_K(10 - 5)} = \frac{v_i^r}{\mu_K(5)}$$

$$\Delta x' = \Delta x \Rightarrow \frac{v_i^r}{\mu_K(5)} = \frac{v_i^r}{\mu_K(15)} \Rightarrow v_i^r = \frac{v_i^r}{3} \Rightarrow \frac{v_i^r}{v_i} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

57- در شکل مقابل آسانسور با شتاب ثابت $a = 2 \frac{m}{s^2}$ کندشونده بالا می‌رود اگر جعبه در آستانه حرکت باشد، μ_s کدام است؟



- (1) $\frac{1}{4}$
(2) $\frac{1}{3}$
(3) $\frac{1}{2}$
(4) $\frac{3}{10}$

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۶ | سوال | دوازدهم | لهروی اصطکاک | ترکیب | ☒ | ☒ | سختی | متوسط |

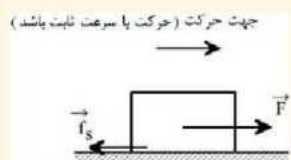
نیروی اصطکاک

در اثر به حرکت درآوردن دو جسمی که با هم در تماس اند، نیرویی بین سطوح آن‌ها ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم مخالفت می‌کند. به این نیرو، نیروی اصطکاک می‌گویند.

نکته: نیروی اصطکاک به شرایط فیزیکی سطح از نظر جنس سطح تماس، زبری و ناهمواری بستگی دارد.

نیروی اصطکاک ایستایی (\vec{f}_s)

مطابق شکل اگر نیروی \vec{F} نتواند جسم را روی سطح بکشد نیرویی که اثر نیروی \vec{F} را خنثی می‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی است و با f_s نمایش می‌دهیم. نیروی اصطکاک ایستایی همواره با نیرویی که موازی سطح تماس بر جسم وارد می‌شود و قادر به حرکت جسم نیست، برابر است. بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی فرمول معینی ندارد.



$$\vec{F}_{\text{net},x} = ma = 0 \Rightarrow f_s = F$$

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_{s,\text{max}}$)

اگر مطابق شکل بالا، نیروی \vec{F} را افزایش دهیم، جسم در یک لحظه خاص در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و از آن لحظه به بعد جسم شروع به لغزیدن می‌کند. به اصطکاک یک لحظه قبل از حرکت را نیروی اصطکاک در آستانه حرکت می‌گویند و با $f_{s,\text{max}}$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

نکته: μ_s ضریب اصطکاک ایستایی است و یکا ندارد.

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_s$ است.

نیروی اصطکاک جنبشی (\vec{f}_k)

وقتی جسمی روی یک سطح در حال حرکت است (می‌لغزد)، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت (لغزش) به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و با f_k نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

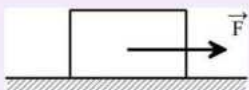
نکته: μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است و یکا ندارد.

$$\mu_s \geq \mu_k \xrightarrow{\times F_N \text{ در طرفین}} F_N \mu_s \geq F_N \mu_k \Rightarrow f_{s,\text{max}} \geq f_k$$

نکته: همواره $f_{s,\text{max}} \geq f_k$ است چرا!

مثال

در شکل زیر، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ روی سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی 50 N به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با 25 N باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱۶/۶۶ (۲)

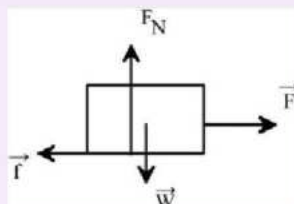
صفر (۱)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برآیند دو نیروی عمودی بر هم یکی نیروی عمودی سطح و دیگری اصطکاک است و داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = 1/5 \times 10 = 15 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2} \Rightarrow R^2 = f^2 + F_N^2 \rightarrow (25)^2 = f^2 + (15)^2 \rightarrow f^2 = 400 \rightarrow f = 20 \text{ N}$$

چون اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازه نیروی F است $F = 50\text{ N} > f = 20\text{ N}$ بنابراین جسم با شتاب ثابت به طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم: $F_{\text{net}} = ma$

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \rightarrow 50 - 20 = \frac{3}{2}a \rightarrow a = 20 \cdot \frac{m}{3}$$

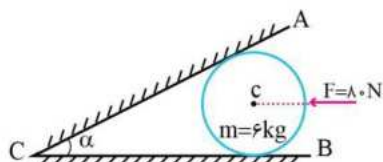
نمودار نیروها را رسم می‌کنیم (جهت مثبت بالا فرض می‌شود \uparrow)

$$\begin{aligned} \uparrow f_{s,\text{max}} - mg &= ma \\ \mu_s(96) - 60 &= 6(-2) \\ \mu_s &= \frac{48}{96} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$


گروه آموزشی ماز

58- در شکل مقابل هر دو دیواره صیقلی هستند بر آیند نیروی دیواره‌ها بر کره چند نیوتون است؟

- (۱) ۱۴۰
(۲) ۶۰
(۳) ۸۰
(۴) ۱۰۰

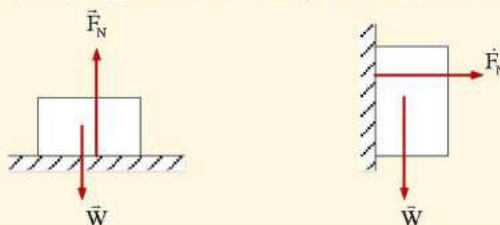


پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------------|----------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۳ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی عمودی سطح | و ترکیب | ۲ | ۲ | ۲ | متوسط |

درسنامه:

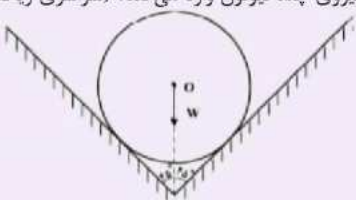
نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه): هنگامی که جسمی بر روی یک سطح (قائم، افقی و ...) قرار داشته باشد. از طرف سطح نیرویی عمود بر سطح به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی عمودی سطح (نیروی تکیه‌گاه) می‌گویند و با \vec{F}_N نمایش می‌دهند. برای فهم بیشتر به شکل‌های زیر توجه کنید:



توجه: جهت نیروی عمودی سطح همواره از طرف سطح به طرف جسم می‌باشد.

مثال:

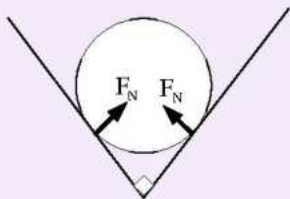
در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم 5 kg درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون وارد می‌کند؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۸)



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) $25\sqrt{2}$
(۴) $50\sqrt{2}$

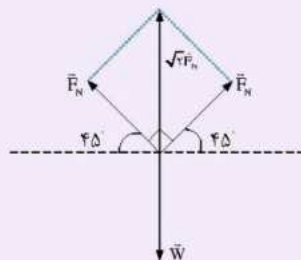
پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مطابق شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



از طرفی با توجه به این که جسم در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین: بخاطر تقارن موجود در شکل، نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر کره از طرف دیواره‌های ناوه، هم‌اندازه می‌شوند و چون بر هم عمودند پس برآیند نیروهای عمودی تکیه‌گاه برابر با $\sqrt{2}\vec{F}_N$ می‌شود. حالا برای حفظ تعادل، باید $\sqrt{2}\vec{F}_N$ و W همدیگر را خنثی کنند:

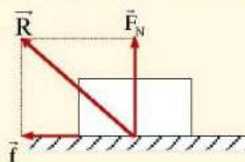
$$\sqrt{2}\vec{F}_N = W \Rightarrow F_N = \frac{W}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} W = \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 50 \Rightarrow F_N = 25\sqrt{2} N$$



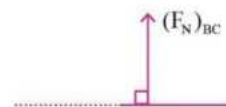
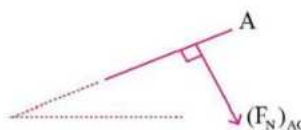
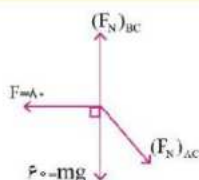
نیروی واکنش سطح

به برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود نیروی واکنش سطح می‌گویند و با \vec{R} نمایش می‌دهیم. برای فهم بیشتر به شکل زیر توجه کنید:

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

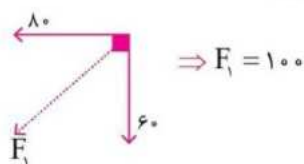


نمودار نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم:



چون دیواره‌ها صیقلی هستند، فقط نیروی عمودی بر کره وارد می‌کنند:

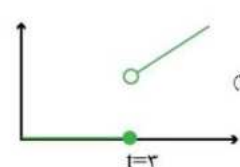
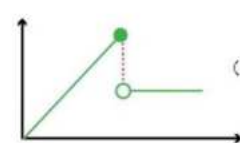
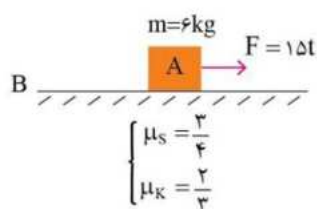
$$\vec{F} + \vec{F}_g + (\vec{F}_N)_{BC} + (\vec{F}_N)_{AC} = 0$$



$$\rightarrow F_y = |R_y| = \sqrt{60^2 + 10^2} = 100 N$$

www.biomaze.ir

59- در شکل مقابل، نمودار شتاب بر حسب زمان کدام است؟

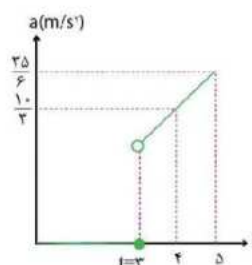
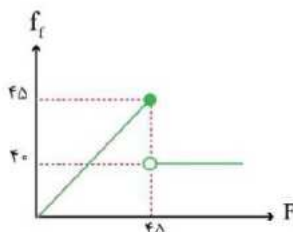


پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------------|------------------|-------------------|----------------------|---------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | نمودار شتاب - زمان | پیش نیاز و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | استحالی | متوسط |

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_N = \frac{2}{3} \times 60 = 40$$

$$f_k = \mu_k F_N = \frac{2}{3} \times 60 = 40$$



دقت کنید گزینه ۱ برای نمودار اصطکاک بر حسب F درست است.

60- دو گلوله، مطابق شکل مقابل به دو انتهای فنرهای مشابهی با ثابت $200 \frac{N}{m}$ وصلند. به هریک از گلوله‌ها بار یکسان $+10 \mu C$ می‌دهیم. دو گلوله در فاصله

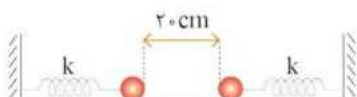
چند سانتی‌متری از یکدیگر به حال تعادل قرار می‌گیرند؟ $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ و اصطکاک گلوله‌ها با سطح افقی ناچیز است.

۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

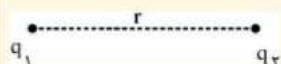
۶۰ (۴)



پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------|------------------|-------------------|----------------------|---------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | قانون کولن | قانون کولن | ۱۵ | قانون کولن | استحالی | متوسط |

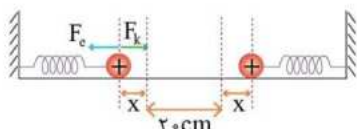
مطابق قانون کولن، اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند برابر است:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

k ثابت کولن است که یکای آن $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$ است.

دو گلوله با نیروهای الکتریکی هم‌اندازه F_e یکدیگر را دفع می‌کنند. هر یک از فترها فشرده می‌شود و نیروی کشسانی F_k را به گلوله متصل به خود وارد می‌کند.



$$F_{net} = 0$$

$$F_e - F_k = 0 \Rightarrow F_e = F_k$$

در حال تعادل برآیند نیروهای وارد بر هر گلوله صفر می‌شود:

ثابت فنر را با k' و ثابت کولن را با k نشان می‌دهیم:

$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k' x \quad r = 20 + 2x \Rightarrow \frac{9 \times 10^{-10} \times 10^{-10}}{(20 + 2x)^2} = 2x \Rightarrow 4500 = x(20 + 2x)^2 \Rightarrow 4500 = 4x(10 + x)^2$$

$$\Rightarrow 45 \times 25 = x(10 + x)^2 \quad \frac{45 \times 25 = 5 \times 9 \times 25}{5 \times 9 \times 25 = 5(15)^2} \Rightarrow 5(15)^2 = x(10 + x)^2 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

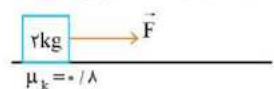
راستی بچه‌ها چون نیروی کولن کنش واکنش است و نیز فترها مشابه هستند. پس کافی بود یکی از گلوله‌ها را تحلیل کنیم.

$$r = 20 + 2x = 20 + 2 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

www.biomaze.ir

61- در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم 2 kg روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی 0.08 ، توسط نیروی افقی \vec{F} ، از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. 9 s پس از شروع حرکت، نیروی \vec{F} در خلاف جهت اولیه به جسم وارد می‌شود. مسافتی که جسم از لحظه شروع حرکت تا

لحظه توقف طی می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$$\mu_k = 0.08$$

$$180 \quad (4)$$

$$162 \quad (3)$$

$$99 \quad (2)$$

$$90 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

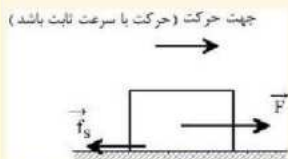
| مشخصه | مفهومی | معماری | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان سخت |
|---------|--------|--------|--------|-------|---------|--------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-----------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی اصطکاک | نیروی اصطکاک | | | سختی | سخت |

در اثر به حرکت درآوردن دو جسمی که با هم در تماس‌اند، نیرویی بین سطوح آن‌ها ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم مخالفت می‌کند. به این نیرو، نیروی اصطکاک می‌گویند.

نکته: نیروی اصطکاک به شرایط فیزیکی سطح از نظر جنس سطح تماس، زبری و ناهمواری بستگی دارد.

نیروی اصطکاک ایستایی (\vec{f}_s)

مطابق شکل اگر نیروی \vec{F} نتواند جسم را روی سطح بکشد نیرویی که اثر نیروی \vec{F} را خنثی می‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی است و با f_s نمایش می‌دهیم. نیروی اصطکاک ایستایی همواره با نیرویی که موازی سطح تماس بر جسم وارد می‌شود و قادر به حرکت جسم نیست، برابر است. بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی فرمول معینی ندارد.



$$\vec{F}_{net,x} = ma = 0 \Rightarrow f_s = F$$

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_{s,max}$)

اگر مطابق شکل بالا، نیروی \vec{F} را افزایش دهیم، جسم در یک لحظه خاص در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و از آن لحظه به بعد جسم شروع به لغزیدن می‌کند. به اصطکاک یک لحظه قبل از حرکت را نیروی اصطکاک در آستانه حرکت می‌گویند و با $f_{s,max}$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

نکته: μ_s ضریب اصطکاک ایستایی است و یکا ندارد.

نکته: همواره $f_{s,max} \geq f_s$ است.

نیروی اصطکاک جنبشی (\vec{f}_k)

وقتی جسمی روی یک سطح در حال حرکت است (می‌لغزد)، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت (لغزش) به جسم وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و با \vec{f}_k نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

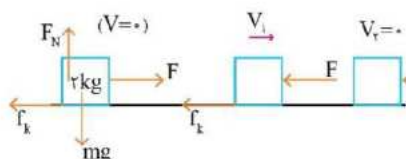
نکته: μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است و یکا ندارد.

$$\mu_s \geq \mu_k \xrightarrow{\times F_N \text{ در طرفین}} F_N \mu_s \geq F_N \mu_k \Rightarrow f_{s, \max} \geq f_k$$

نکته: همواره $f_{s, \max} \geq f_k$ است چرا!

گام اول: نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی را حساب می‌کنیم:

جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند و برآیند نیروهای وارد بر جسم در این راستا صفر است:



$$F_{\text{net}, y} = 0$$

$$F_N - mg = 0 \rightarrow F_N - 2 \times 10 = 0 \rightarrow F_N = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.8 \times 20 = 16 \text{ N}$$

گام دوم: بزرگی نیروی \vec{F} را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}, x} = ma_1$$

$$F - f_k = ma_1 \rightarrow F - 16 = 2 \times 2 \rightarrow F = 20 \text{ N}$$

گام سوم: سرعت جسم را در لحظه $t_1 = 9 \text{ s}$ با V_1 نشان می‌دهیم:

$$V_1 = at_1 + V_0 = 2 \times 9 + 0 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام چهارم: حالا شتاب متحرک را در لحظه‌ای که جهت \vec{F} تغییر می‌کند، حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}, x} = ma_2$$

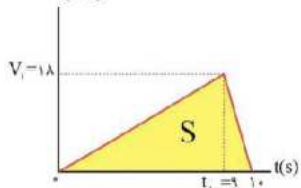
$$-F - f_k = ma_2 \rightarrow -20 - 16 = 2a_2 \rightarrow a_2 = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب متحرک $-18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، یعنی سرعت متحرک در هر ثانیه $-18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تغییر می‌کند و واضح است 1 s پس از لحظه

$t_1 = 9 \text{ s}$ سرعت متحرک از $V_1 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $V_2 = 0$ می‌رسد. با این حساب، نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق

شکل رسم می‌شود. مساحت رنگ شده بیانگر جابه‌جایی متحرک تا لحظه توقف است.

$v(\text{m/s})$



$$\Delta x = S = \frac{18 \times 10}{2} = 90 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

62- اگر مقداری از جرم کره ماه به کره زمین منتقل شود، در همان فاصله قبلی بزرگی نیروی گرانشی بین زمین و ماه چگونه تغییر می‌کند؟ (جرم ماه کمتر از

جرم زمین است.)

(۱) افزایش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) تغییر نمی‌کند.

(۴) با توجه به مقدار جرم منتقل شده، هر یک از سه گزینه قبلی ممکن است.

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------------|----------|--------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه ۱۸ | ۶ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی گرانشی زمین | و ترکیب | | | سهگنی | متوسط |

اگر جرم زمین و ماه را به ترتیب با M_e و M_m نشان دهیم، اندازه نیروی گرانشی بین آن‌ها برابر خواهد بود با:

$$F = G \frac{M_e M_m}{r^2}$$

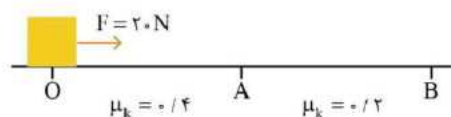
فرض می‌کنیم جرم منتقل شده از ماه به زمین m باشد. در این صورت جرم ماه به $M_m - m$ و جرم زمین $M_e + m$ می‌رسد. اندازه نیروی گرانشی بین

دو کره را در این حالت با F' نشان می‌دهیم.

$$F' = G \frac{(M_e + m)(M_m - m)}{r^2} = G \frac{M_e M_m - m(M_e - M_m + m)}{r^2} \quad (M_e > M_m) \rightarrow$$

$$F' < G \frac{M_e M_m}{r^2} \rightarrow F' < F$$

63- جسمی به جرم 2 kg در نقطه O به حال سکون قرار دارد. این جسم مطابق شکل زیر، در مبدأ زمان تحت تأثیر نیروی ثابت و افقی F از نقطه O شروع به حرکت می‌کند. اگر فاصله OA برابر 175 متر باشد، نیروی F چند ثانیه پس از شروع حرکت باید قطع شود تا کل جابه‌جایی جسم 200 m شود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- (1) 10
(2) 6
(3) 4
(4) 5

پاسخ: گزینه 4

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 10 | 10 | 10 | سوال | دوازدهم | دینامیک | حرکت و ترکیب | حرکت شناسی | 10 | سختی | میزان |

نیروی اصطکاک جنبشی: وقتی جسمی روی سطح می‌لغزد از طرف سطح بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود که موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش جسم است. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی با اندازه نیروی عمودی سطح متناسب است. پس اگر $F_{\text{محرک}} > f_{s_{\text{max}}}$ شود، جسم شروع به حرکت می‌کند و $f = f_k$ می‌شود.

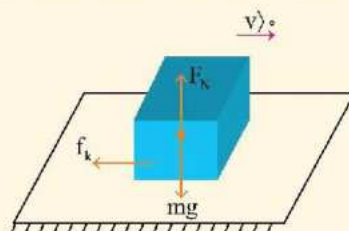
$$f_k = \mu_k F_N$$

μ_k ضریب اصطکاک جنبشی نام دارد که بدون واحد است و به عامل‌هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آن‌ها و ... بستگی دارد.

$$\mu_k < \mu_s \rightarrow f_k < f_{s_{\text{max}}} \quad \text{معمولاً}$$

پس وقتی جسم شروع به حرکت کرد، هر طور که حرکت کند (سرعت ثابت یا شتاب ثابت یا ...) دارای اصطکاک جنبشی خواهد بود.

پرتاب جسم روی سطح افقی: برخلاف انرژی، نیرو در یک جسم ذخیره نمی‌شود. نیرویی که برای پرتاب جسم صرف می‌شود، سرعت اولیه V را به آن می‌دهد و نباید پس از پرتاب، این نیرو را لحاظ کرد. وقتی جسمی با سرعت V روی یک سطح افقی پرتاب می‌شود، تنها نیروی افقی اصطکاک جنبشی است که تماس بر سطح و در خلاف جهت حرکت جسم بر جسم اثر می‌کند و حرکت آن را با شتاب ثابت کند می‌کند و جسم پس از مدتی می‌ایستد.



$$F_N = mg \quad (1)$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow -f_k = ma \xrightarrow{(1)} -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g \rightarrow \text{شتاب توقف}$$

چون \vec{F}_{net} ثابت است پس $a = a_{av}$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \xrightarrow{\text{اگر } m \text{ ثابت باشد}} \vec{F}_{net} = \frac{\Delta(m\vec{V})}{\Delta t}$$

حاصل ضرب جرم جسم (m) در سرعت جسم (\vec{V})، تکانه جسم نامیده می‌شود و با \vec{P} نشان داده می‌شود:

$$\vec{P} = m\vec{V}$$

تکانه کمیتی برداری است و جهت تکانه همان جهت سرعت است. یکای SI تکانه، $\frac{kgm}{s}$ است.

به تکانه، اندازه حرکت نیز گفته می‌شود.

قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه برای نیروی خالص ثابت:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

یعنی نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانه آن جسم تقسیم بر مدت زمان تغییر است.

این که در بخش دوم مسأله که جهت نیروی F_f از حالت افقی به حالت قائم تغییر کرده و در نتیجه آن جسم پس از مدتی متوقف شده، می‌توان فهمید که سطح دارای اصطکاک است. از طرفی هم چون جسم در جهت محور x شروع به حرکت کرده، پس در بخش دوم که حرکت کندشونده شده، باید شتاب، $-\frac{1}{2}$ برابر شتاب قبلی شود. تحلیل بخش اول:

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_N = mg \rightarrow F_N = 20 \cdot N \rightarrow f_k = \mu_k F_N = 20 \mu_k$$

$$a_1 = \frac{F_1 + F_f - f_k}{m} = \frac{10 + 20 - 20 \mu_k}{2} = 15 - 10 \mu_k \rightarrow a_1 = 15 - 10 \mu_k$$

تحلیل بخش دوم: نیروی F_f در جهت عمودی و رو به پایین اثر می‌کند:

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_N = mg + F_f = 20 + 20 \rightarrow F_N = 40 \cdot N \rightarrow f_k = \mu_k F_N = 40 \mu_k$$

$$a_2 = \frac{F_2 - f_k}{m} = \frac{10 - 40 \mu_k}{2} = 5 - 20 \mu_k \xrightarrow{a_2 = -\frac{1}{2} a_1} 5 - 20 \mu_k = -\frac{1}{2} (15 - 10 \mu_k) \rightarrow$$

$$10 - 40 \mu_k = -15 + 10 \mu_k \rightarrow 50 \mu_k = 25 \rightarrow \mu_k = \frac{25}{50} = 0.5 \rightarrow a_1 = 10 \frac{m}{s^2}, a_2 = -5 \frac{m}{s^2}$$

در ۴ ثانیه اول حرکت، در هر ثانیه، $10 \frac{m}{s}$ به سرعت جسم افزوده می‌شود پس در لحظه $t_1 = 3s$ ، سرعت جسم از صفر به $30 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

پس در لحظه $V = 40 \frac{m}{s}$ ، $t = 4s$ می‌شود و از این به بعد در هر ثانیه $5 \frac{m}{s}$ از سرعت جسم کم می‌شود. از ۴s تا ۸s، می‌شود ۴s پس $20 \frac{m}{s}$ از سرعت جسم کم می‌شود:

$$t_2 = 8s \rightarrow V_2 = 40 - 20 = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta P = m(V_2 - V_1) = 2(20 - 30) = -20 \frac{kgm}{s} \rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-20}{8-3} = \frac{-20}{5} = -4 N$$

www.biomaze.ir

65- شعاع دو سیاره فرضی A و B با یکدیگر برابر بوده و چگالی سیاره A، دو برابر چگالی سیاره B است. اگر شتاب گرانشی سیاره B در SI برابر ۳ و نیز مقاومت هوای دو سیاره A و B به ترتیب برابر ۴N و ۱N باشد و جسمی به جرم ۱kg را یک بار از ارتفاع h بالای سطح سیاره A و یک بار هم از ارتفاع ۲h بالای سطح سیاره B رها کنیم، مدت زمانی که طول می‌کشد تا جسم به سطح سیاره A برسد، چند برابر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا جسم به سطح سیاره B برسد؟ (اثر تغییر ارتفاع بر شتاب گرانشی سطح هر دو سیاره را نادیده بگیرید)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه از ۱۰ | ۹ | ۱۰ | ۱۰ | سوال | دوازدهم | دینامیک | | ۱۵ | حرکت شناسی | سه | سه |

نکته) در سطح هر سیاره‌ای داریم:

$$g_x = G \frac{M_x}{R_x^2} = G \frac{\rho_x V_x}{R_x^2} = G \frac{\rho_x \frac{4}{3} \pi R_x^3}{R_x^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho_x R_x$$

مقایسه g : دو سیاره بر حسب چگالی‌شان $\frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \cdot \frac{R_A}{R_B}$

شتاب گرانش در سطح یک سیاره به شعاع R و جرم M از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ به دست می‌آید. از طرفی هم طبق رابطه $M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$ داریم:

$$g = \frac{4}{3} \pi G \rho R$$

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{R_A}{R_B} \rightarrow \frac{g_A}{g_B} = 2 \times 1 \rightarrow g_A = 2 \frac{m}{s^2}$$

وقتی جسمی را از ارتفاع h رها می‌کنیم، تحت حضور مقاومت هوای f_D ، بزرگی شتاب سقوط جسم از رابطه $g' = g - \frac{f_D}{m}$ به دست می‌آید و اگر ارتفاع سقوط h باشد، داریم:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g'}} \quad \text{مدت زمان رسیدن به سطح سیاره و} \quad V = \sqrt{2gh} \quad \text{تندی برخورد به سطح سیاره}$$

$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{h_A \times \frac{g'_B}{g'_A}}{h_B \times \frac{g'_B}{g'_A}}} = \sqrt{\frac{h_A \times \frac{g_B - \frac{f_{DB}}{m}}{g_A - \frac{f_{DA}}{m}}}{h_B \times \frac{g_B - \frac{f_{DB}}{m}}{g_A - \frac{f_{DA}}{m}}}} = \sqrt{\frac{h}{2h} \times \frac{3-1}{6-4}} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

66 - شخص A به جرم ۵۰ kg و شخص B به جرم ۹۰ kg داخل یک خودرو ساکن نشسته‌اند. در لحظه شروع حرکت، شخص نیروی بیشتری بر پشتی صندلی خود وارد می‌کند و پس از حرکت چنانچه راننده خودرو ناگهان ترمز کند شخص بیشتر به سمت جلو پرتاب می‌شود.

B ، B (۴)

A ، B (۳)

B ، A (۲)

A ، A (۱)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۵ | ۲ | ۶ | سوال | دوازدهم | قانون اول نیوتون | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سطحی | متوسط |

قانون اول نیوتن:

هر جسمی حالت سکون یا حرکت یکنواخت خود بر روی خط راست را ادامه می‌دهد اگر و تنها اگر برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد.
لغتی یا اینرسی: طبق قانون اول نیوتن، اجسام تمایل دارند وضعیت حرکت خود و یا به عبارتی بردار سرعت خود را تغییر ندهند. به تمایل اجسام برای حفظ وضعیت حرکت خود را لغتی یا اینرسی می‌گویند.

نکته:

هرچه جرم جسم بیشتر باشد، لغتی‌اش بیشتر است و در نتیجه تمایلش به ماندن در وضعیت قبل بیشتر است.

پاسخ تشریحی:

جرم شخص B بیشتر از جرم شخص A است، بنابراین لغتی شخص B در برابر تغییر حرکت بیشتر از لغتی A است و در نتیجه در لحظه شروع حرکت خودرو تمایل بیشتری نسبت به حفظ وضعیت فعلی خود که سکون است دارد و بنابراین در برابر تغییر حرکت مقاومت بیشتری کرده پس نیروی رو به عقب بیشتری به صندلی خود وارد می‌کند. در ادامه حرکت و به هنگام ترمز کردن، با همین استدلال شخص B مقاومت بیشتری نسبت به تغییر وضعیت خود که سکون بر روی صندلی است، دارد و در نتیجه کمتر به جلو پرتاب می‌شود.

گروه آموزشی ماز

67 - نیروی \vec{F}_1 به جسمی به جرم m شتاب $2\vec{i} + 5\vec{j}$ و نیروی $\vec{F}_2 - \vec{F}_1$ به جسمی به جرم $\frac{m}{4}$ شتاب $2\vec{i} + 12\vec{j}$ می‌دهد. بزرگی شتابی که نیروی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ به جسمی به جرم $2m$ می‌دهد چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (شتاب‌ها در SI است.)

۷ (۴)

۵ (۳)

۳/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۵ | ۵ | ۷ | سوال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سطحی | متوسط |

قانون دوم نیوتون را برای حالت‌های مطرح شده در تست، می‌نویسیم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 = m(\vec{v}\vec{i} + \delta\vec{j}) & \text{(I)} \\ \vec{F}_1 - \vec{F}_r = \frac{m}{r}(\vec{v}\vec{i} + \nu\vec{j}) = m(\vec{i} + \epsilon\vec{j}) & \text{(II)} \end{cases}$$

از کم کردن رابطه (II) از رابطه (I) داریم:

$$\vec{F}_1 - (\vec{F}_1 - \vec{F}_r) = m(\vec{v}\vec{i} + \delta\vec{j}) - m(\vec{i} + \epsilon\vec{j}) \rightarrow \vec{F}_r = m(\vec{v}\vec{i} - \vec{i} + \delta\vec{j} - \epsilon\vec{j})$$

$$\rightarrow \vec{F}_r = m(\vec{i} - \vec{j}) \quad \text{(III)}$$

در پایان با جمع کردن طرفین رابطه‌های (I) و (III) خواسته تست را بدست می‌آوریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_r = m(\vec{v}\vec{i} + \delta\vec{j}) + m(\vec{i} - \vec{j}) = m(\vec{v}\vec{i} + \vec{i} + \delta\vec{j} - \vec{j}) =$$

$$= m(\vec{v}\vec{i} + \epsilon\vec{j}) = \nu m\left(\frac{\nu}{r}\vec{i} + \vec{j}\right) \rightarrow \vec{a} = \frac{\nu}{r}\vec{i} + \vec{j} \rightarrow$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{\nu}{r}\right)^2 + (1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{9+16}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = \nu / \delta \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

68- بر جسمی به جرم 4kg، پنج نیروی 5، 8، 10، 12 و 18 نیوتونی اثر کرده است و جسم با تندی ثابت $\delta \frac{m}{s}$ روی خط راست حرکت می‌کند. اگر دو

نیروی 8 و 12 نیوتونی را حذف کنیم، حداکثر جابجایی ممکن جسم پس از گذشت 6s از حذف این دو نیرو چند متر است؟

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۶۰ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۷ | سوال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | متوسط |

قانون دوم نیوتن

هرگاه چند نیرو بر یک جسم اثر کند و جسم با تندی ثابت حرکت کند، نتیجه می‌گیریم:

۱- برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

۲- اندازه برآیند یک یا چند نیرو برابر است با اندازه برآیند نیروهای دیگر، بعنوان مثال:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -(\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n) \rightarrow$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n|$$

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به درسامه بالا، اندازه برآیند سه نیروی 5، 10 و 18 نیوتونی برابر است با اندازه برآیند باقی‌مانده نیروها یعنی نیروهای 8 و 12 نیوتونی. نتیجه با حذف دو نیروی 8 و 12 نیوتونی اندازه برآیند نیروهای دیگر برابر است با اندازه برآیند دو نیروی 8 و 12 نیوتونی.

گام دوم: هرگاه دو نیروی 8 و 12 نیوتونی هم‌جهت باشند اندازه برآیند آن‌ها بیشترین مقدار ممکن را دارد و در نتیجه بیشترین شتاب ممکن را به جسم می‌دهند:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{(\theta=0)} (F_{\text{net}})_{\text{max}} = F_1 + F_2 = 8 + 12 = 20 \text{ N} \rightarrow$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{max}} = ma_{\text{max}} \rightarrow 20 = 4a_{\text{max}} \rightarrow a_{\text{max}} = 5 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم: حداکثر جابجایی ممکن برای یک جسم شتاب‌دار هنگامی اتفاق می‌افتد که جهت سرعت و شتاب جسم یکی باشد و عبارتی حرکت جسم تندشونده

باشد، بنابراین با فرض اینکه جهت شتاب جسم هم‌جهت با سرعت اولیه آن یعنی $5 \frac{m}{s}$ باشد، داریم:

$$\Delta x_{\text{max}} = \frac{1}{2} a_{\text{max}} t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 5 \times (6)^2 + 5 \times 6 = 90 + 30 = 120 \text{ m}$$

حداقل جابجایی ممکن جسم پس از گذشت ۶s از حذف دو نیروی ۸ و ۱۲ نیوتونی چند متر است؟

$$(F_{\text{net}})_{\text{min}} = F_y - F_x = 12 - 8 = 4 \text{ N}$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{min}} = m a_{\text{min}} \rightarrow 4 = 4 a_{\text{min}} \rightarrow a_{\text{min}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

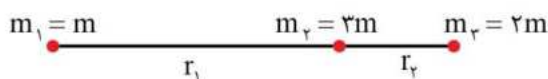
$$\Delta x_{\text{min}} = -\frac{1}{2} a_{\text{min}} t^2 + v_x t = -\frac{1}{2} \times 1 \times (6)^2 + 5 \times 6 = -18 + 30 = 12 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

69- شکل زیر، وضعیت قرارگیری سه ذره باردار را در لحظه t نشان می‌دهد. اگر این سه ذره فقط تحت تأثیر نیروهای الکتریکی یکدیگر قرار داشته باشند

و شتاب ذره‌های (۲) و (۳) در لحظه t به ترتیب $(11 \frac{\text{km}}{\text{s}^2}) \vec{i}$ و $(-17 \frac{\text{km}}{\text{s}^2}) \vec{i}$ باشد، شتاب ذره (۱) در لحظه t بر حسب کیلومتر بر مجذور ثانیه

کدام است؟



\vec{i} (۲)
 $2\vec{i}$ (۴)

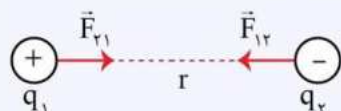
$-\vec{i}$ (۱)
 $-2\vec{i}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | قانون سوم نیوتون | و ترکیب | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | سه | متوسط |

قانون سوم نیوتن

قانون سوم نیوتون: هر عملی را عکس‌العملی است هم‌اندازه و هم‌راستا با آن و در جهت مخالفش. بعبارت دیگر هرگاه جسم (۱) بر جسم (۲) نیروی \vec{F}_{12} را وارد کند، جسم (۲) هم بر جسم (۱) نیروی \vec{F}_{21} را اثر می‌دهد به‌طوری‌که: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$
بعنوان مثال هرگاه ذره باردار (۱) بر ذره باردار (۲) نیروی الکتریکی \vec{F}_{12} را وارد کند، ذره باردار (۲) نیز بر ذره باردار (۱) نیروی الکتریکی \vec{F}_{21} را وارد می‌کند:



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

پاسخ: گزینه ۲

در ابتدا نیروهای وارد بر ذره‌های (۲) و (۳) را که از طرف دیگر ذره‌ها بر آن وارد می‌شود، محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \xrightarrow{(\vec{F}_2 = m\vec{a})} m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \rightarrow 3m(11\vec{i}) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \rightarrow \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 33m\vec{i} \quad (I)$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \xrightarrow{(\vec{F}_3 = m\vec{a})} m_3 \vec{a}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \rightarrow 2m(-17\vec{i}) = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \rightarrow \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -34m\vec{i} \quad (II)$$

از جمع طرفین رابطه‌های (I) و (II) داریم:

$$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}) = 33m\vec{i} - 34m\vec{i} \rightarrow$$

$$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}) + (\vec{F}_{23} + \vec{F}_{32}) = -m\vec{i} \xrightarrow{(\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21})} \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + 0 = -m\vec{i} \rightarrow$$

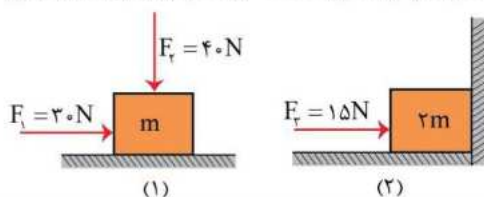
$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = -m\vec{i} \xrightarrow{(\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21})} -\vec{F}_{21} + \vec{F}_{13} = -m\vec{i} \rightarrow$$

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{21} = m\vec{i} \rightarrow \vec{F}_1 = m\vec{i} \xrightarrow{(\vec{F}_1 = m\vec{a})} m_1 \vec{a}_1 = m\vec{i} \xrightarrow{(m_1 = m)} m\vec{a}_1 = m\vec{i} \rightarrow \vec{a}_1 = \vec{i}$$

گروه آموزشی ماز

70- در شکل (۱) نیروی عمودی سطح که بر جسم به جرم m وارد می‌شود ۲ برابر برآیند نیروهای عمودی سطح است که در شکل (۲) بر جسم به جرم

$2m$ وارد می‌شود. m چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۱/۵

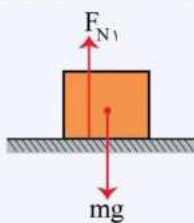
(۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

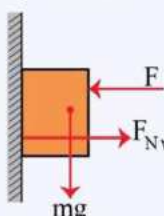
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شادانه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|--------|---------|-----------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۱ | ۱ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی عمودی سطح | | | | متوسط | |

نیروی عمودی سطح

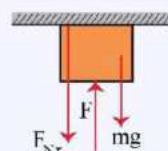
نیروی عمودی سطح: هنگامی که جسمی بر روی یک سطح قرار می‌گیرد باعث تغییر شکل سطح تماس دو جسم می‌شود که در نتیجه آن نیروی عمودی از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود که به آن نیروی عمودی سطح می‌گویند؛ مثال:



$$F_{N1} = mg$$



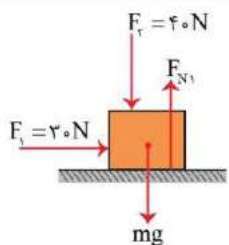
$$F_{N2} = F$$



$$F_{N2} = F - mg$$

پاسخ تشریحی:

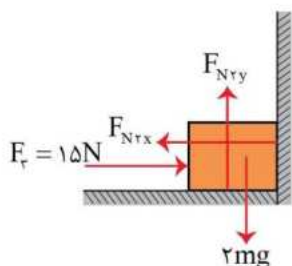
گام اول: نیروهای وارد بر جسم به جرم m در شکل (۱) را مشخص می‌کنیم، در این صورت خواهیم داشت:



$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_t + mg - F_{N1} = 0 \rightarrow$$

$$F_{N1} = 40 + 10 \cdot m \quad (I)$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر، سطح افقی، نیروی عمودی سطح F_{N1} و سطح عمودی نیروی عمودی سطح F_{N2} را بر جسم به جرم $2m$ وارد می‌کنند؛ با توجه به اینکه F_{N1} و F_{N2} بر هم عمودند، خواهیم داشت:



$$F_{N1x} = F_t = 15 N$$

$$F_{N1y} = 2mg = 2 \cdot m$$

$$F_{N1} = \sqrt{F_{N1x}^2 + F_{N1y}^2} = \sqrt{(15)^2 + (2 \cdot m)^2} \rightarrow$$

$$F_{N1} = \sqrt{225 + 4 \cdot m^2}$$

مطابق فرض تست، F_{N1} ۲ برابر F_{N2} است، پس:

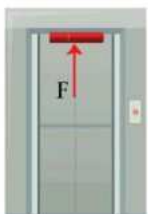
$$F_{N1} = 2F_{N2} \rightarrow 40 + 10 \cdot m = 2\sqrt{225 + 4 \cdot m^2} \rightarrow (20 + 5m)^2 = 225 + 4 \cdot m^2$$

$$\rightarrow 400 + 250m^2 + 200m = 225 + 400m^2 \rightarrow 375m^2 - 200m - 175 = 0 \rightarrow$$

$$15m^2 - 40m - 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 1 kg \\ m = \frac{-7}{15} \text{ (غ.ق.)} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

71- مطابق شکل زیر، کتابی با استفاده از نیروی F به سقف آسانسور فشار داده شده است. آسانسور با شتاب ثابت a از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و در ادامه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و سرانجام با شتاب $a/8$ متوقف می‌شود. اگر نیرویی که از طرف سقف آسانسور در ابتدای حرکت و میانه مسیر بر کتاب وارد می‌شود به ترتیب 5 و 10 نیوتون باشد، مقدار این نیرو به هنگام توقف آسانسور چند نیوتون است؟



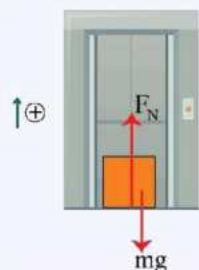
- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناختی | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|--------|---------|-----------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی عمودی سطح | و ترکیب | | ۵ | سه | متوسط |

نیروی عمودی سطح

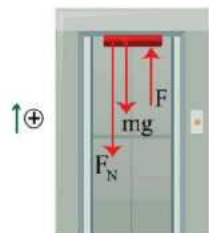
برای محاسبه نیروی عمودی سطح کافی است تا قانون دوم نیوتون را برای جسم مورد نظر در راستایی که نیروی عمودی سطح بر آن وارد می‌شود، بنویسیم؛ به عنوان مثال در شکل زیر، آسانسور با شتاب ثابت a به سمت بالا در حرکت است و بنابراین نیرویی که از طرف کف آسانسور بر جسم به جرم m وارد می‌شود، برابر است با:



$$F_{net,y} = ma \rightarrow$$

$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a)$$

پایه تشریحی



گام اول: در شکل زیر، نیروهای وارد بر کتاب و جهت حرکت آسانسور مشخص شده است. اکنون کافی است که قانون دوم نیوتون را برای سه مرحله از حرکت آسانسور بنویسیم:

۱- آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت a به سمت بالا حرکت می‌کند؛ بنابراین حرکت تندشونده با شتاب $+a$ است:

$$F - mg - F_N = ma \rightarrow F - mg - 5 = ma \quad (I)$$

۲- آسانسور با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین حرکت یکنواخت است و در نتیجه شتاب آن $a' = 0$ است:

$$F - mg - F_N' = ma' = m \times 0 = 0 \rightarrow F - mg = 10 \quad (II)$$

۳- آسانسور با شتاب ثابت $a/8$ در حال توقف است، بنابراین حرکت آن کندشونده با شتاب $a'' = -a/8$ است:

$$F - mg - F_N'' = ma'' \rightarrow F - mg - F_N'' = m(-a/8) \rightarrow F - mg - F_N'' = -1/8 ma \quad (III)$$

گام دوم: از قرار دادن رابطه (II) در رابطه (I) داریم:

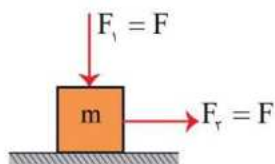
$$F - mg - 5 = ma \xrightarrow{(II)} 10 - 5 = ma \rightarrow ma = 5 \quad (IV)$$

در پایان با قرار دادن رابطه (II) و (IV) در رابطه (III) داریم:

$$F - mg - F_N'' = -1/8 ma \rightarrow 10 - F_N'' = -1/8 \times 5 \rightarrow 10 - F_N'' = -0.625 \rightarrow F_N'' = 10.625$$

گروه آموزشی ماز

72- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت است. اگر نیروی F_1 را حذف و نیروی F_2 را ۷۵ درصد کاهش دهیم، جسم همچنان در آستانه حرکت باقی می‌ماند. نیروی F_1 چند برابر وزن جسم است؟

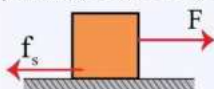


- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

| مستقیمه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی اصطکاک | | ۱۵ | ۱۵ | استخوانی | متوسط |

نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک: اصطکاک یکی از انواع نیروهای تماسی است که بسته به اینکه جسم ساکن باشد یا متحرک رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهد، به همین دلیل دو نوع نیروی اصطکاک وجود دارد: ایستایی و جنبشی
نیروی اصطکاک ایستایی: هرگاه به جسمی نیرو وارد کنیم و جسم حرکت نکند در بیشتر مواقع نیرویی به اندازه نیروی وارده بر جسم و در خلاف جهت آن بر جسم وارد می‌شود که به آن نیروی اصطکاک ایستایی می‌گویند:



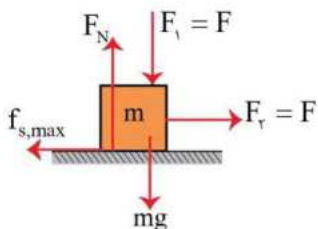
$$F_{\text{net}} = ma = m \times 0 = 0 \rightarrow F - f_s = 0 \rightarrow f_s = F$$

نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت: هرگاه نیرویی که به یک جسم ساکن وارد می‌کنیم به اندازه‌ای بزرگ باشد که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، نیروی اصطکاک ایستایی به بیشترین مقدار خود رسیده است که به آن نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت می‌گویند و آن را با نماد $f_{s,\text{max}}$ نشان می‌دهند:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

پاسخ تشریحی

گام اول: مطابق شکل زیر، با اعمال نیروهای افقی و عمودی F_y و F_x جسم در آستانه حرکت است، بنابراین:



$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F_y + mg - F_N = 0 \rightarrow$$

$$F_N = F_y + mg \xrightarrow{(F_y=F)} F_N = F + mg \quad (I)$$

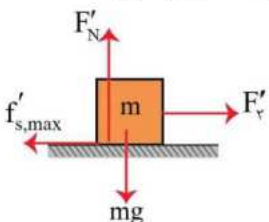
$$F_{\text{net},x} = 0 \rightarrow F_x - f_{s,\text{max}} = 0 \rightarrow$$

$$f_{s,\text{max}} = F_x \rightarrow \mu_s F_N = F_x \xrightarrow{(F_x=F)} \mu_s F_N = F$$

$$\mu_s F_N = F \xrightarrow{(I)} \mu_s (F + mg) = F \rightarrow$$

$$\mu_s = \frac{F}{F + mg} \quad (II)$$

گام دوم: با حذف نیروی F_y و کاهش ۷۵ درصدی نیروی F_x ، جسم همچنان در آستانه حرکت باقی می‌ماند، بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



$$F'_y = F_y - \frac{75}{100} F_y = \frac{25}{100} F_y \xrightarrow{(F_y=F)} F'_y = 0.25F$$

$$F'_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F'_N - mg = 0 \rightarrow F'_N = mg \quad (III)$$

$$F'_{\text{net},x} = 0 \rightarrow F'_x - f'_{s,\text{max}} = 0 \rightarrow$$

$$f'_{s,\text{max}} = F'_x \rightarrow \mu_s F'_N = F'_x \xrightarrow{(III)} \mu_s (mg) = 0.25F \xrightarrow{(II)} \frac{F}{F + mg} (mg) = 0.25F \rightarrow$$

$$\frac{mg}{F + mg} = 0.25 = \frac{1}{4} \rightarrow F + mg = 4mg \rightarrow$$

$$F = 3mg \rightarrow \frac{F}{mg} = 3 \xrightarrow{F_y=F} \frac{F_y}{mg} = 3$$

اگر...

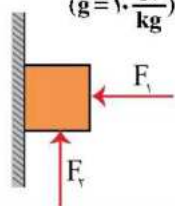
در تست بالا اگر به جای حذف F_y ، جهت آن را برعکس کنیم و نیروی F_y را ۷۵ درصد کاهش دهیم و جسم همچنان در آستانه حرکت باقی بماند، نیروی F چند برابر وزن جسم است؟

پاسخ: ۶/۰

خودتان زحمت حل پرسش را بکشید.

73- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 1 kg در مبدأ زمان از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و در مدت 2 s مسافت 2 m را می‌پیماید.

اگر در لحظه $t = 2\text{ s}$ ، نیروی F_1 ، 50% درصد افزایش پیدا کند، جسم 2 ثانیه بعد متوقف می‌شود. نیروی F_2 چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

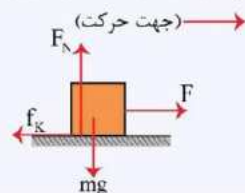
(۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناختی | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|--------|---------|--------------|--------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی اصطکاک | نیروی اصطکاک | ۵۰ | ۵۰ | سختی | متوسط |

نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک جنبشی: هرگاه جسمی بر روی یک سطح حرکت کند، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود که به آن نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و آن را با نماد f_k نشان می‌دهند:



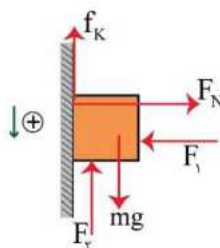
$$f_k = \mu_k F_N$$

در رابطه بالا μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است.

پاسخ تشریحی:

گام اول: مطابق شکل زیر، نیروهای وارد شده بر جسم همگی ثابت بوده و بنابراین شتاب حرکت جسم ثابت است. جسم در مدت 2 s مسافت 2 m را می‌پیماید، بنابراین:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_i t \rightarrow 2 = \frac{1}{2}a \times (2)^2 + 0 \rightarrow 2 = 2a \rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



اکنون با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در دو راستای افقی و عمودی، داریم:

$$F_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow F_1 - F_N = 0 \rightarrow F_N = F_1$$

$$F_{\text{net}, y} = ma \rightarrow mg - F_2 - f_k = ma \rightarrow mg - F_2 - \mu_k F_N = ma \rightarrow$$

$$mg - F_2 - \mu_k F_1 = ma \rightarrow 1 \times 10 - F_2 - \mu_k F_1 = 1 \times 1 \rightarrow$$

$$F_2 + \mu_k F_1 = 9 \quad (I)$$

گام دوم: در لحظه $t = 2\text{ s}$ ، نیروی F_1 ، 50% درصد افزایش پیدا می‌کند و جسم پس از 2 s یعنی در لحظه $t = 4\text{ s}$ متوقف می‌شود؛ بنابراین لازم است تا در ابتدا سرعت متحرک را در لحظه $t = 2\text{ s}$ بدست آوریم، از مرحله قبل داریم:

$$v_f = at + v_i \rightarrow v_f = 1 \times 2 + 0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_f = a' t + v_f \rightarrow 0 = a' \times 2 + 2 \rightarrow a' = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در این مرحله نیز، با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در دو راستای افقی و عمودی خواهیم داشت:

$$F'_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow F'_1 - F'_N = 0 \rightarrow F'_N = F'_1 = F_1 + \frac{50}{100} F_1 \rightarrow F'_N = 1.5 F_1$$

$$F'_{\text{net}, y} = ma' \rightarrow mg - F_2 - f'_k = ma' \rightarrow mg - F_2 - \mu_k F'_N = ma' \rightarrow$$

$$mg - F_2 - 1.5 \mu_k F_1 = ma' \rightarrow 1 \times 10 - F_2 - 1.5 \mu_k F_1 = 1 \times (-1) \rightarrow$$

$$F_2 + 1.5 \mu_k F_1 = 11 \quad (II)$$

در پایان با حذف عبارت $\mu_k F_1$ در دو معادله (I) و (II) خواسته تست را بدست می‌آوریم:

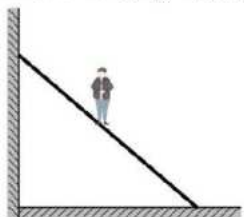
$$(F_2 + 1.5 \mu_k F_1) - 1.5 (F_2 + \mu_k F_1) = 11 - 9 \times 1.5 \rightarrow$$

$$F_2 + 1.5 \mu_k F_1 - 1.5 F_2 - 1.5 \mu_k F_1 = -2.5 \rightarrow -0.5 F_2 = -2.5 \rightarrow F_2 = 5\text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

74- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین پایه‌های نردبام و سطوح افقی و عمودی به ترتیب $0/5$ و $0/75$ و جرم نردبام 42 kg است. اگر نردبام در هر دو سطح افقی و عمودی در آستانه لغزش باشد و اختلاف نیروهای عمودی که از طرف سطوح افقی و عمودی بر نردبام وارد می‌شود 240 N باشد،

جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



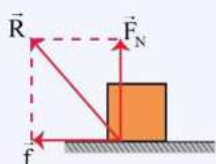
- (۱) ۷۵
(۲) ۸۰
(۳) ۸۵
(۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|-------------|--------|----------|--------|-------|---------|----------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰۰ | ۷ | ۸ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی تکیه‌گاه | و ترکیب | | | سختی | متوسط |

نیروی تکیه‌گاه

نیروی تکیه‌گاه: سطح با تکیه‌گاهی که جسم روی آن ساکن یا در حال حرکت است، دو نیرو به جسم وارد می‌کند: نیروی عمودی سطح \vec{F}_N و نیروی اصطکاک f ، به برآیند این دو نیرو، نیروی سطح یا نیروی تکیه‌گاه می‌گویند و آن را با نماد \vec{R} نشان می‌دهند؛ چون این دو نیرو همواره بر هم عمودند، داریم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

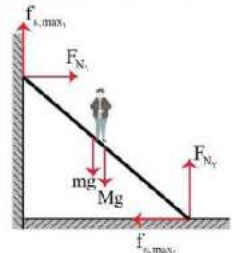
نکته:

اگر سطح بدون اصطکاک باشد، نیروی سطح برابر نیروی عمودی سطح خواهد بود:

$$R = \sqrt{F_N^2 + 0} = F_N$$

پایه‌های تکیه‌گانه

گام اول: اگر اصطکاک بین پایه‌های نردبام و سطوح وجود نداشت، نیروی وزن شخص باعث می‌شود که نردبام سر خورده و پایه پایین آن به سمت راست و پایه بالایی آن به سمت پایین حرکت کند ولی چون اصطکاک وجود دارد، نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت ذکر شده بر پایه‌های آن مطابق شکل زیر، وارد می‌شود؛ چون پایه‌های نردبام در هر دو سطح افقی و عمودی در آستانه لغزش است، داریم:



$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} = 0/5 F_{N_1}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = 0/75 F_{N_2}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای نیروهای وارده بر نردبام در دو راستای افقی و عمودی می‌نویسیم؛ چون نردبام در حال تعادل است، خواهیم داشت:

$$(I) : F_{N_1} - f_{s,max} = 0 \rightarrow F_{N_1} = f_{s,max} \rightarrow F_{N_1} = 0/5 F_{N_2} \quad (I)$$

$$(II) : f_{s,max} + F_{N_2} - mg - Mg = 0 \rightarrow 0/5 F_{N_1} + F_{N_2} = mg + Mg \quad (II)$$

اختلاف نیروهای عمودی که از طرف سطوح افقی و عمودی بر نردبام وارد می‌شود 240 N است، پس:

$$|F_{N_1} - F_{N_2}| = 240 \xrightarrow{(I)} |0/5 F_{N_2} - F_{N_2}| = 240 \rightarrow 0/5 F_{N_2} - F_{N_2} = 240 \rightarrow F_{N_2} = 960\text{ N}$$

$$(I) : F_{N_1} = 0/5 F_{N_2} = 0/5 \times 960 = 480\text{ N}$$

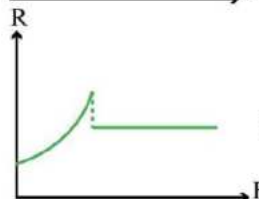
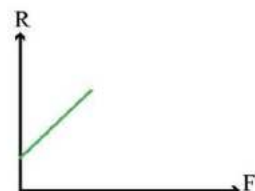
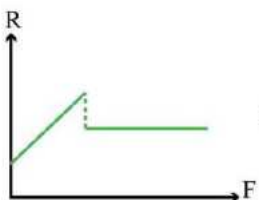
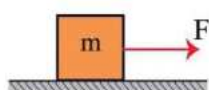
و در پایان با استفاده از رابطه (II) خواسته تست که جرم شخص یعنی M است را بدست می‌آوریم:

$$(II) : 0/5 F_{N_1} + F_{N_2} = mg + Mg \rightarrow 0/5 \times 480 + 960 = 42 \times 10 + M \times 10 \rightarrow$$

$$10 \cdot M = 900 \rightarrow M = 90\text{ kg}$$

گروه آموزشی ماز

75 - شکل زیر، جسمی به جرم m را نشان می‌دهد که بر روی سطح افقی ساکن است. نیروی افقی F را به آهستگی تا زمانی افزایش می‌دهیم که جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر R نیرویی باشد که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود، کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند نشان‌دهنده تغییرات R بر حسب F باشد؟



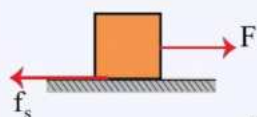
پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|--------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه از ۱۰ | ۸ | ۱ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی سطح | نیروی سطح | | | سه | سه |

نیروی سطح

مطابق شکل زیر، اگر نیروی افقی F را به آرامی افزایش دهیم، نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم نیز به آرامی افزایش می‌یابد به گونه‌ای که همواره $f_s = F$ است.

اگر نیروی F به اندازه‌ای افزایش پیدا کند که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، نیروی اصطکاک وارد بر جسم به بیشترین مقدار خود می‌رسد:



$$f_{s, \max} = \mu_s F_N$$

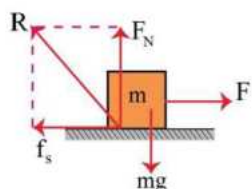
و چنانچه نیروی F از مقدار $f_{s, \max}$ بیشتر شود، جسم شروع به حرکت می‌کند و بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود:

$$f_k = \mu_k F_N$$

نکته اینکه چون ضریب اصطکاک ایستایی از ضریب اصطکاک جنبشی بزرگتر یا مساوی است، در نتیجه بیشترین نیروی اصطکاک که به جسم وارد می‌شود برابر $f_{s, \max}$ است:

$$\mu_s > \mu_k \rightarrow \mu_s F_N > \mu_k F_N \rightarrow f_{s, \max} > f_k$$

پایه و تشریح:



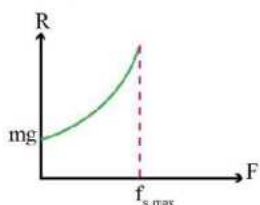
مطابق شکل زیر، نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود برآیند دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{m^2 g^2 + f_s^2}$$

تا هنگامی که جسم حرکت نکند، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و مقدار آن برابر نیروی وارده بر جسم می‌باشد ($f_s = F$)، پس رابطه بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$R = \sqrt{F_N^2 + F^2} = \sqrt{m^2 g^2 + F^2}$$

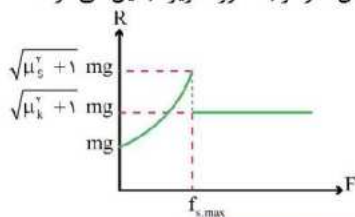
در نتیجه تا هنگامی که $F \leq f_{s, \max}$ باشد، نمودار نیروی R بر حسب F به صورت سهمی شکل زیر است:



با افزایش بیشتر نیروی F جسم شروع به حرکت می‌کند و بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود و بنابراین نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{(\mu_k F_N)^2 + F_N^2} = \sqrt{\mu_k^2 + 1} F_N = \sqrt{\mu_k^2 + 1} mg$$

با دقت در رابطه بالا، ملاحظه می‌کنید که پس از آن‌که جسم شروع به حرکت می‌کند، نیروی سطح ثابت باقی می‌ماند و از طرفی با توجه به درسنامه $f_k < f_{s, \max}$ است و بنابراین نیروی سطح در این حالت کوچک‌تر از نیروی سطح در آستانه حرکت جسم است، پس نمودار به صورت زیر تبدیل می‌شود:



گروه آموزشی ماز

76- مطابق شکل، دو گلوله مشابه A و B به ترتیب در جهت افقی و قائم رو به بالا پرتاب می‌شوند. اگر در لحظه پرتاب، تندی گلوله A ، 2 برابر تندی گلوله B و اندازه شتاب گلوله A ، $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ برابر اندازه شتاب گلوله B باشد، نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله B در لحظه پرتاب، چند برابر وزن آن است؟ (نیروی مقاومت هوا متناسب با سرعت گلوله فرض شود $f_D \propto v$)



(۲) $\frac{1}{3}$
(۴) گزینه‌های ۱ و ۳

(۱) $\frac{1}{14}$
(۳) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی مقاومت هوا | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سطحی | متوسط |

نیروی مقاومت هوا

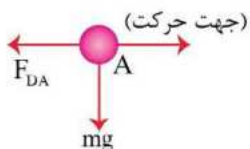
نیروی مقاومت هوا: به هنگام حرکت جسم در هوا نیرویی بر جسم وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت هوا می‌گویند که جهت آن همواره در خلاف جهت حرکت جسم است و آن را با نماد F_D نشان می‌دهند.
عوامل مؤثر بر نیروی مقاومت هوا: هر عاملی که باعث شود در یک مدت زمان معین تعداد مولکول‌های بیشتری و با شدت بیشتر به جسم برخورد کند، نیروی مقاومت هوا را افزایش می‌دهد، بنابراین نیروی مقاومت هوا با تندی جسم، ابعاد جسم و چگالی هوا رابطه مستقیم دارد.

پاسخ تشریحی

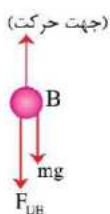
گام اول: دو جسم مشابه و بنابراین دارای ابعاد یکسان هستند و در لحظه پرتاب تندی گلوله A ، 2 برابر تندی گلوله B است بنابراین در لحظه پرتاب نسبت نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله‌ها برابر است با:

$$F_D \propto v \text{ ابعاد} \rightarrow \frac{F_{D_A}}{F_{D_B}} = \frac{v_A}{v_B} = 2 \rightarrow F_{D_A} = 2F_{D_B} \quad (I)$$

گام دوم: نیروی مقاومت هوای وارد بر هر یک از گلوله‌ها را که در خلاف جهت حرکت جسم است، رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای هر یک از گلوله‌ها می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}, A} = \sqrt{F_{D_A}^2 + m^2 g^2} = ma_A$$



$$F_{\text{net}, B} = F_{D_B} + mg = ma_B$$

از تقسیم دو رابطه بالا بر یکدیگر، داریم:

$$\frac{\sqrt{F_{D_a}^2 + m^2 g^2}}{F_{D_a} + mg} = \frac{ma_A}{ma_B} \xrightarrow{(I)} \frac{\sqrt{(2F_{D_b})^2 + m^2 g^2}}{F_{D_b} + mg} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow$$

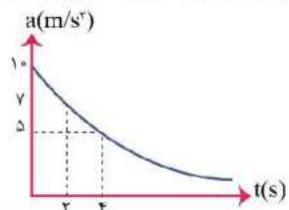
$$\frac{2F_{D_b}^2 + m^2 g^2}{(F_{D_b} + mg)^2} = \frac{4 \times 2}{9} \rightarrow 2F_{D_b}^2 + 9m^2 g^2 = 4(F_{D_b}^2 + m^2 g^2 + 2mgF_{D_b})$$

$$\rightarrow 2F_{D_b}^2 - (16mg)F_{D_b} + m^2 g^2 = 0 \rightarrow F_{D_b} = \frac{4mg \pm \sqrt{64m^2 g^2 - 28m^2 g^2}}{28}$$

$$\rightarrow F_{D_a} = \frac{4mg \pm 6mg}{28} \rightarrow \begin{cases} F_{D_a} = \frac{1}{2} mg \rightarrow \frac{F_{D_b}}{mg} = \frac{1}{2} \\ F_{D_a} = \frac{1}{14} mg \rightarrow \frac{F_{D_b}}{mg} = \frac{1}{14} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

77- جسم بزرگی به جرم 100 kg را از ارتفاعی بسیار زیاد رها می‌کنیم تا در هوا سقوط کند. اگر نمودار شتاب - زمان حرکت جسم به صورت مقابل باشد، اندازه نیروی مقاومت هوا در لحظات $t_1 = 2\text{ s}$ و $t_2 = 4\text{ s}$ به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟

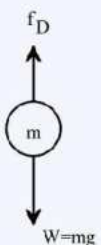


- (۱) ۷۰۰، ۵۰۰
(۲) ۵۰۰، ۷۰۰
(۳) ۵۰۰، ۳۰۰
(۴) ۳۰۰، ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۳

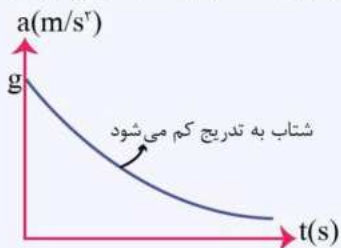
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی مقاومت هوا | و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |

نیروی مقاومت هوا



فرض کنید جسمی از حال سکون در هوا رها شود. نکات زیر در مورد حرکت آن دارای اهمیت است.
(۲) در سقوط جسم، دو نیرو به آن وارد می‌شوند. نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت، یعنی به سمت بالا به جسم وارد می‌شوند.

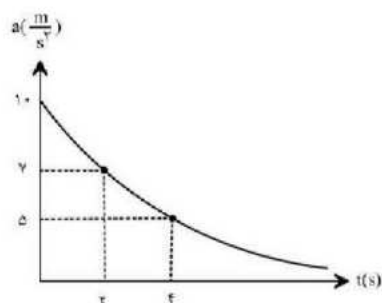
(۲) نیروی مقاومت هوا با تندی حرکت جسم متناسب است به گونه‌ای که هر چه تندی سقوط بیشتر می‌شود، این نیرو هم بزرگ‌تر می‌شود.
(۳) در ابتدا که جسم از حال سکون رها می‌شود، چون تندی آن کم است، نیروی مقاومت هوا ناچیز است و جسم با شتابی نزدیک به g سقوط می‌کند. به تدریج و با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوا هم بزرگ‌تر می‌شود و در نتیجه شتاب سقوط جسم کاهش می‌یابد. با توجه به این توضیحات نمودار شتاب - زمان حرکت به صورت مقابل خواهد بود.



(۳) در هر لحظه سقوط، مطابق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = mg - f_D \\ F_{\text{net}} = ma \end{cases} \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

با توجه به درسنامه فوق می‌توان نوشت:



$$t_1 = 2s; a_1 = g - \frac{f_{D_1}}{m} \Rightarrow 7 = 10 - \frac{f_{D_1}}{100} \Rightarrow f_{D_1} = 300 \cdot N$$

$$t_2 = 4s; a_2 = g - \frac{f_{D_2}}{m} \Rightarrow 5 = 10 - \frac{f_{D_2}}{100} \Rightarrow f_{D_2} = 500 \cdot N$$

دقت کنید از این که شتاب در ابتدا برابر $10 \frac{m}{s^2}$ بوده است، فهمیدیم که $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.

گروه آموزشی ماز

78- جسمی به جرم 2 kg روی یک سطح افقی به وسیله فنری که امتداد آن افقی است، یک‌بار با سرعت ثابت $5 \frac{m}{s}$ و بار دیگر با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ کشیده می‌شود. اگر اختلاف طول فنر در دو حالت 15 cm باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|--------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | نیروی کشسانی فنر | و ترکیب | | | سه | متوسط |

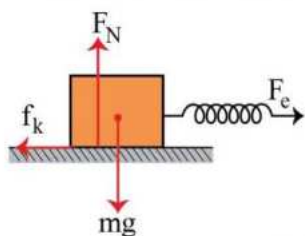
نیروی کشسانی فنر

نیروی کشسانی فنر: هرگاه جسمی به یک فنر نیرو وارد کند فنر نیرویی در خلاف جهت آن به جسم وارد می‌کند تا دوباره به حالت عادی‌اش برگردد، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر می‌گویند. اگر x طول عادی فنر و k ثابت فنر باشد، نیروی کشسانی فنر F_e برابر است با:

$$F_e = k\Delta x = k(x - x_0)$$

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: جسم به وسیله فنر با سرعت ثابت بر روی سطح افقی کشیده می‌شود، اگر x طول عادی فنر و x طول فنر در این حالت باشد با توجه به اینکه جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، بنابراین:



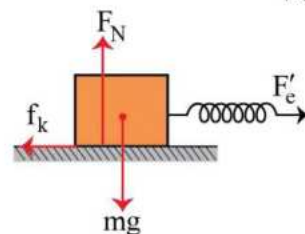
$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_N = mg$$

$$F_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow F_e - f_k = 0 \rightarrow$$

$$k(x - x_0) - \mu_k F_N = 0 \rightarrow$$

$$k(x - x_0) - \mu_k mg = 0 \quad (I)$$

حالت دوم: جسم به وسیله فنر با شتاب ثابت بر روی سطح افقی کشیده می‌شود، اگر x' طول فنر در این حالت باشد، داریم:



$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_N = mg$$

$$F_{\text{net}, x} = ma \rightarrow F'_e - f_k = ma \rightarrow$$

$$k(x' - x_0) - \mu_k F_N = ma \rightarrow$$

$$k(x' - x_0) - \mu_k mg = 3m \quad (II)$$

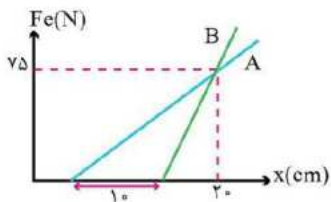
از کم کردن معادله (I) از معادله (II)، خواهیم داشت:

$$k(x' - x_0 - x + x_0) = 3m \rightarrow k(x' - x) = 3 \times 2 \rightarrow k = \frac{6}{x' - x}$$

$$k = \frac{6}{0.15} = \frac{600}{15} = 40 \frac{N}{m}$$

گروه آموزشی ماز

79- نمودار نیروی کشسانی فنرهای A و B بر حسب طول آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر ثابت فنر B، ۳ برابر ثابت فنر A باشد، به فنر A چه نیرویی بر حسب نیوتون وارد کنیم تا طول آن ۱۰cm شود؟



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

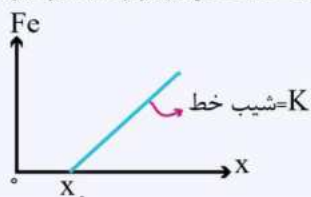
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | اسوال | دوازدهم | نیروی کشسانی فنر | و ترکیب | | | سه | متوسط |

نیروی کشسانی فنر

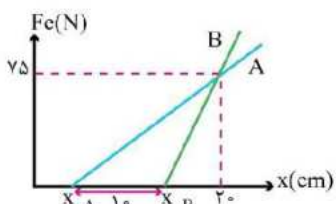
نیروی کشسانی فنر: هرگاه جسمی به یک فنر نیرو وارد کند فنر نیرویی در خلاف جهت آن به جسم وارد می‌کند تا دوباره به حالت عادی‌اش برگردد، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر می‌گویند. اگر x طول عادی فنر و k ثابت فنر باشد، نیروی کشسانی فنر F_e برابر است با:

$$F_e = k\Delta x = k(x - x_0) = kx - kx_0$$

با توجه به رابطه بالا نمودار نیروی کشسانی فنر به سبب طول آن به شکل زیر است:



پاسخ تشریحی



گام اول: طول عادی فنرهای A و B را بر روی نمودار داده شده، مشخص می‌کنیم، در این صورت خواهیم داشت:

$$x_B - x_A = 10 \text{ cm} \quad (I)$$

گام دوم: مطابق نمودار، هنگامی که طول فنرهای A و B برابر ۲۰cm است، نیروی کشسانی آن‌ها برابر ۷۵N است، بنابراین:

$$F_{eA} = k_A(x_A - x_{A0}) \rightarrow 75 = k_A(20 - x_{A0})$$

$$F_{eB} = k_B(x_B - x_{B0}) \rightarrow 75 = k_B(20 - x_{B0})$$

از دو رابطه بالا نتیجه می‌گیریم:

$$k_A(20 - x_{A0}) = k_B(20 - x_{B0}) \xrightarrow{\text{فرض تست } (k_B = 3k_A)} k_A(20 - x_{A0}) = 3k_A(20 - x_{B0}) \rightarrow$$

$$20 - x_{A0} = 60 - 3x_{B0} \rightarrow 3x_{B0} - x_{A0} = 40 \text{ cm} \quad (II)$$

با حل دو معادله (I) و (II) داریم:

$$x_{A0} = 5 \text{ cm}, \quad x_{B0} = 15 \text{ cm}$$

$$75 = k_A(20 - x_{A0}) \rightarrow 75 = k_A(20 - 5) \rightarrow k_A = 5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

و در پایان محاسبه نیروی لازم برای آن‌ها که طول فنر A، ۱۰cm شود را انجام می‌دهیم:

$$F_{eA} = k_A(x_A - x_{A0}) = 5(10 - 5) = 25 \text{ N}$$

اگر...

در تست بالا، اگر به فنرها نیروی یکسانی وارد کنیم و اختلاف طول فنرها ۱۰cm شود، مقدار این نیرو بر حسب نیوتون کدام است؟

جواب: ۱۵۰N

گروه آموزشی ماز

80- در یک تست ایمنی، دو خودروی مشابه A و B که در پشت فرمان هر یک، آدمکی به جرم ۸۰kg قرار دارد با تندی یکسان به یک مانع برخورد می‌کنند. خودرو A بدون کیسه هوا و خودرو B دارای کیسه هوای ایمنی است. اگر زمان توقف کامل آدمک‌های درون خودروهای A و B به هنگام تصادف به ترتیب ۰/۱۶s و ۰/۲s و نیرویی که در حین توقف به آدمک خودرو B وارد می‌شود ۵۰۰۰N کمتر از نیرویی باشد که به آدمک خودرو A وارد می‌شود، تندی خودروها به هنگام تصادف چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۳۰

(۱) ۲۵

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سوال | دوازدهم | تکانه | و ترکیب | ۴ | ۴ | سختی | متوسط |



به حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن تکانه می‌گویند و آن را با نماد \vec{p} نشان می‌دهند:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

بیان تکانه‌ای قانون دوم نیوتون: نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با تغییرات تکانه آن جسم نسبت به زمان.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

پاسخ: گزینه ۴

استفاده از کیسه هوای ایمنی باعث می‌شود تا بازه زمانی تغییرات اندازه حرکت افزایش یافته و در نتیجه مطابق با رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، نیروی وارد بر شخص به هنگام تصادف کاهش یابد. چون جرم آدمک‌ها برابر و تندی خودروها به هنگام تصادف یکسان است ($v_A = v_B = v$) و هر دو خودرو پس از تصادف به‌طور کامل متوقف می‌شوند بنابراین تغییر تکانه آدمک‌ها با یکدیگر برابر است:

$$\Delta p_A = \Delta p_B = \Delta p$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \rightarrow \frac{F_A}{F_A - 5000} = \frac{0.16}{0.2} \rightarrow$$

$$\frac{F_A}{F_A - 5000} = \frac{5}{4} \rightarrow 4F_A = 5F_A - 25000 \rightarrow F_A = 25000 \text{ N}$$

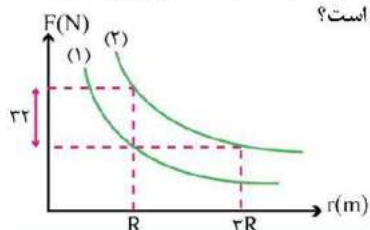
با مشخص شدن اندازه نیروی وارد بر آدمک A، اکنون می‌توان تندی اولیه خودرو به هنگام تصادف را بدست آورد:

$$|F_A| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t_A} = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t_A} = \frac{m|(v_2 - v_1)|}{\Delta t_A} \rightarrow 25000 = \frac{800(0 - v)}{0.16} \rightarrow$$

$$25000 = 5000v \rightarrow v = \frac{25000}{5000} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

81- در شکل زیر، نمودار (۱) نیروی گرانشی بین دو جسم A و B و نمودار (۲) نیروی گرانشی بین دو جسم A و C بر حسب فاصله بین آن‌ها می‌باشد. اگر فاصله بین دو جسم A و C برابر ۲R باشد، نیروی گرانشی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟



- ۹ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۵ (۴)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | قانون گرانش عمومی | و ترکیب | ۴ | ۴ | سختی | متوسط |

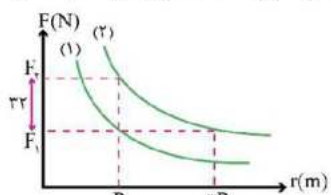
قانون گرانش عمومی

قانون گرانش عمومی: هرگاه دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 در فاصله r از یکدیگر باشند، نیروی جاذبه‌ای مانند F به یکدیگر وارد می‌کند که اندازه این نیرو با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها نسبت عکس دارد:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

گام اول: با توجه به شکل زیر، نیروی گرانشی بین دو جسم A و B که در فاصله R از یکدیگر قرار دارند برابر نیروی گرانشی است که دو جسم A و C از فاصله ۲R بر یکدیگر وارد می‌کنند، بنابراین:



$$F_1 = G \frac{m_A m_B}{R^2} = G \frac{m_A m_C}{(2R)^2} \rightarrow$$

$$\frac{m_B}{R^2} = \frac{m_C}{4R^2} \rightarrow m_C = 4m_B \quad (I)$$

همچنین با توجه به نمودار بالا مشخص است که نیرویی که دو جسم A و C از فاصله R بر یکدیگر وارد می‌کنند برابر F_1 است، پس:

$$F_1 = G \frac{m_A m_C}{R^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G \frac{m_A m_C}{R^2}}{G \frac{m_A m_B}{R^2}} = \frac{m_C}{m_B} \xrightarrow{(I)} \frac{F_1}{F_2} = 4 \rightarrow F_2 = \frac{1}{4} F_1 \quad (II)$$

$$F_1 - F_2 = 32 \xrightarrow{(II)} 4F_1 - F_1 = 32 \rightarrow 3F_1 = 32 \rightarrow F_1 = \frac{32}{3} N$$

گام دوم: با توجه به گام قبل مشخص شد که دو جسم A و C از فاصله ۲R به یکدیگر نیروی $F_1 = \frac{32}{3} N$ وارد می‌کنند، حالا می‌خواهیم بدانیم که از فاصله ۲R به یکدیگر چه نیرویی وارد می‌کنند:

$$F = G \frac{m_A m_C}{r^2} \rightarrow \frac{F}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \rightarrow \frac{F}{\frac{32}{3}} = \left(\frac{2R}{R} \right)^2 \rightarrow \frac{F}{\frac{32}{3}} = 4 \rightarrow F = \frac{128}{3} N$$

اگر...

نیروی گرانشی که دو جسم A و B از فاصله ۲R بر یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟
پاسخ: ۱N

گروه آموزشی ماز

82- ماهواره‌ای در یک ارتفاع مشخص به دور زمین می‌گردد. اگر ارتفاع این ماهواره ۲ برابر شود، شتاب گرانشی آن ۶۴ درصد کاهش می‌یابد. شتاب گرانشی اولیه ماهواره چند برابر شتاب گرانشی در سطح زمین است؟

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

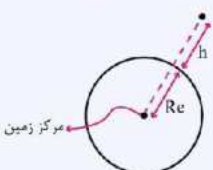
$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سوالی | دوازدهم | شتاب گرانشی | و ترکیب | | | سه | متوسط |

شتاب گرانشی



شتاب گرانشی: شتاب گرانشی زمین در نقطه‌ای که به فاصله h از سطح زمین قرار دارد، برابر است با:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

در رابطه بالا M_e جرم زمین و R_e شعاع زمین است.

با توجه به رابطه بالا، شتاب گرانشی در سطح زمین از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \approx 9.8 \frac{m}{s^2}$$

گام اول: با فرض اینکه h_1 ارتفاع اولیه ماهواره از سطح زمین باشد، چون با ۲ برابر شدن این ارتفاع، شتاب گرانشی ۶۴ درصد کاهش می‌یابد، داریم:

$$h_2 = 2h_1$$

$$g_2 = g_1 - \frac{64}{100} g_1 = \frac{36}{100} g_1$$

$$g_h = \frac{GM_e}{r^2} \rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2 = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1}\right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{36}{100} g_1 = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1}\right)^2 \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1} \rightarrow \frac{6}{10} R_e + \frac{6}{5} h_1 = R_e + h_1$$

$$\frac{6}{5} h_1 = \frac{4}{5} R_e \rightarrow h_1 = \frac{2}{3} R_e \quad (I)$$

گام دوم: شتاب گرانشی ماهواره در ارتفاع اولیه h_1 را بر حسب شتاب گرانشی در سطح زمین محاسبه می‌کنیم:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \rightarrow \frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{R_e}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{R_e + h_1}\right)^2 \xrightarrow{(I)} \rightarrow$$

$$\frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + \frac{2}{3} R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{\frac{5}{3} R_e}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

گروه آموزشی ماز

83- با استفاده از چکشی به جرم 900g میخی به جرم 8g را به یک تخته می‌کوبیم و میخ به اندازه 1cm در داخل تخته فرو می‌رود. اگر تندی چکش به هنگام برخورد به میخ $\frac{6\text{m}}{\text{s}}$ باشد، چکش با چه شتاب متوسطی در SI به عقب برمی‌گردد؟ (حرکت میخ در داخل تخته را با شتاب ثابت فرض کنید).

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۵ | ۷ | سوال | دوازدهم | قانون سوم نیوتون | پیش نیاز و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سه | متوسط |

قانون سوم نیوتن

مطابق با قانون سوم نیوتون هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا ولی در خلاف جهت نیروی اول به جسم اول وارد می‌کند. بعنوان مثال وقتی بر روی سطح زمین راه می‌رویم کف چکش به سطح افقی نیروی رو به عقب وارد می‌کند و واکنش این نیرو به چکش، نیرویی به سمت جلو است و شخص را به طرف جلو هل می‌دهد.

گام اول: با فرض اینکه شتاب حرکت میخ در داخل تخته برابر a باشد، چون تندی اولیه میخ به هنگام ورود در تخته $\frac{6\text{m}}{\text{s}}$ است و پس از فرو رفتن به مقدار 1cm در داخل تخته، تندی‌اش صفر می‌شود، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - (6)^2 = 2 \times a \times 0.01 \rightarrow a = \frac{-36}{0.02} = -1800 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در نتیجه نیروی متوسطی که بر میخ وارد می‌شود، برابر است با:

$$F_{\text{میخ}} = m_{\text{میخ}} \times a_{\text{میخ}} = 8 \times 10^{-3} \times 1800 = 8 \times 1/8$$

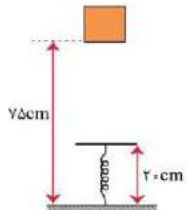
گام دوم: مطابق قانون سوم نیوتون، نیرویی که از طرف چکش بر میخ وارد می‌شود برابر است با نیرویی که از طرف میخ بر چکش وارد می‌شود، پس:

$$F_{\text{میخ}} = F_{\text{چکش}} \rightarrow 8 \times 1/8 = m_{\text{چکش}} \times a_{\text{چکش}} \rightarrow$$

$$8 \times 1/8 = 0.9 \times a_{\text{چکش}} \rightarrow a_{\text{چکش}} = \frac{16}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

- 84 - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg از ارتفاع 75 سانتی متری سطح زمین رها می شود. اگر ثابت فنر $100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ و کار نیروی فنر از لحظه برخورد جسم به فنر تا لحظه ای که بیشترین فشردگی را پیدا می کند -12 J باشد، شتاب جسم در لحظه ای که فنر دارای بیشترین فشردگی است، چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) صفر

(۲) ۵

(۳) $7/5$

(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | قانون هوک | و ترکیب | | | سه | متوسط |

قانون هوک

قانون هوک: هرگاه به یک فنر نیرو وارد کنیم و باعث تغییر اندازه طول فنر به مقدار Δx شویم از طرف فنر نیز نیرویی به ما وارد می شود تا فنر را دوباره به حالت اولیه آن برگرداند؛ اندازه این نیرو برابر است با:

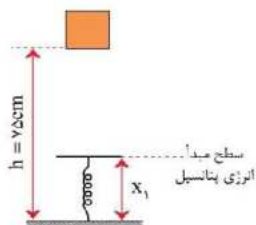
$$F_e = k\Delta x$$

قضیه کار و انرژی جنبشی (یادآوری): کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در یک مسیر برابر است با تغییر انرژی جنبشی آن جسم.

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_1 + W_2 + \dots + W_n = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

پایه تشریحی

گام اول: با فرض اینکه طول فنر، هنگامی که دارای بیشترین فشردگی است، برابر x_1 باشد، با توجه به شکل زیر و استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:



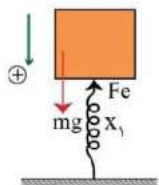
$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{\text{گرانشی}} + W_{\text{فنر}} = K_f - K_i \rightarrow$$

$$mg(h - x_1) + W_{\text{فنر}} = 0 - 0 \rightarrow$$

$$2 \times 10 \times (0.75 - x_1) - 12 = 0 \rightarrow$$

$$0.75 - x_1 = \frac{12}{20} = 0.6 \rightarrow x_1 = 0.15 \text{ m}$$

گام دوم: هنگامی که جسم بر فنر سقوط کرده و فنر بیشترین فشردگی خود را پیدا می کند و عبارتی طول فنر x_1 می شود، از طرف فنر نیروی $F_e = k(x - x_1)$ بر جسم وارد می شود، بنابراین:



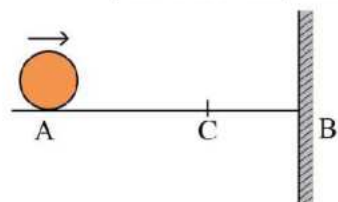
$$mg - F_e = ma \rightarrow mg - k(x - x_1) = ma \rightarrow$$

$$2 \times 10 - 100 \times (0.15 - 0.15) = 2a \rightarrow$$

$$20 - 5 = 2a \rightarrow a = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

- 85 - مطابق شکل زیر، توپی به جرم 500 g با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه A واقع بر سطح زمین، به سمت یک دیوار شوت می شود. توپ در نقطه B به دیوار برخورد می کند و به طور مستقیم باز می گردد و در نقطه C متوقف می شود. اگر اندازه شتاب حرکت توپ در کل مسیر رفت و برگشت ثابت باشد و تندی برخورد توپ به دیوار ۲ برابر تندی برگشت توپ از دیوار باشد، تغییر اندازه تکانه توپ چند واحد SI است؟ ($AB = \Delta BC = 4\text{ m}$)



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶



| مستند | مفهومی | معماری | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|--------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۹ | ۹ | سوال | دوازدهم | تکانه | پیش نیاز و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ |

تکانه



تکانه: به حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن تکانه می‌گویند و آن را با نماد p نشان می‌دهند:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- تکانه یک کمیت برداری است که همواره هم‌جهت با بردار سرعت است.

- برای یک جسم معین، با تغییر بردار سرعت، تکانه آن هم تغییر می‌کند:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\Delta \vec{v}$$

همان‌طور که می‌دانید بردار سرعت به دو صورت تغییر می‌کند: تغییر اندازه سرعت، تغییر جهت سرعت

پاسخ تشریحی:

گام اول: حرکت توپ در مسیر رفت و برگشت با شتاب ثابت است؛ با فرض اینکه تندی برخورد توپ به دیوار v_B و تندی برگشت توپ از دیوار v'_B باشد، داریم:

$$v_B = 2v'_B \rightarrow v'_B = \frac{1}{2}v_B$$

اکنون با نوشتن معادله مستقل از زمان برای توپ در دو مسیر رفت و برگشت، خواهیم داشت:

$$(مسیر رفت) : v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x_{AB} \rightarrow v_B^2 - (0)^2 = 2a \times 4 \rightarrow$$

$$v_B^2 - 0 = 8a \quad (I)$$

$$(مسیر بازگشت) : v_C^2 - (v'_B)^2 = 2a\Delta x_{BC} \rightarrow 0 - \left(\frac{1}{2}v_B\right)^2 = 2a \times \frac{4}{5} \rightarrow$$

$$-\frac{1}{4}v_B^2 = 1.6a \quad (II)$$

از تقسیم رابطه (I) بر رابطه (II)، داریم:

$$\frac{v_B^2 - 0}{-\frac{1}{4}v_B^2} = \frac{8a}{1.6a} \rightarrow \frac{-4(v_B^2 - 0)}{v_B^2} = 5 \rightarrow -4v_B^2 + 4 \times 0 = 5v_B^2 \rightarrow$$

$$9v_B^2 = 4 \times 0 \rightarrow v_B^2 = 0 \rightarrow v_B = 0 \frac{m}{s}$$

$$v'_B = \frac{1}{2}v_B = \frac{1}{2} \times 0 = 0 \frac{m}{s}$$

گام دوم: تغییر تکانه توپ در برخورد به دیوار برابر است با:

$$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} = m(\vec{v}'_B - \vec{v}_B) = m\left(-\frac{1}{2}\vec{v}_B - \vec{v}_B\right) = -\frac{3}{2}m\vec{v}_B \rightarrow$$

$$|\Delta \vec{p}| = \frac{3}{2}mv_B = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right) \times 4 = 3 \frac{kg \cdot m}{s}$$

86- سه نیروی F_1 ، F_2 و F_3 به جسمی به جرم 2kg وارد می‌شوند و جسم در حال سکون است. اگر نیروی F_1 حذف شود جسم با شتاب $-3\hat{i}$ و اگر نیروی F_2 حذف شود جسم با شتاب $2\hat{i}$ به حرکت ادامه می‌دهد. اگر نیروی F_3 برابر شود، جسم با چه شتابی به حرکت ادامه خواهد داد؟ (شتاب‌ها در SI هستند)

(1) $2\hat{i}$ (2) $3\hat{i}$ (3) $-2\hat{i}$ (4) $-3\hat{i}$

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پوش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۶ | ۶ | سؤال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | | | | | |

قانون دوم نیوتون

هرگاه نیروی خالص وارد بر جسمی صفر نباشد، حرکت جسم شتابدار است. این شتاب با برآیند نیروهای وارد بر جسم نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت عکس دارد:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

پایه ششم

گام اول: با اعمال سه نیروی \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 به جسم، جسم در حال سکون است، پس:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_1 = 2 \times 0 = 0 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \quad (\text{I})$$

با حذف نیروی \vec{F}_1 ، جسم با شتاب $-3\hat{i}$ حرکت می‌کند، بنابراین:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_2 = 2(-3\hat{i}) = -6\hat{i} \rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -6\hat{i} \quad (\text{II})$$

با حذف نیروی \vec{F}_2 ، جسم با شتاب $2\hat{i}$ به حرکت ادامه می‌دهد، در نتیجه:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_3 = 2(2\hat{i}) = 4\hat{i} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 4\hat{i} \quad (\text{III})$$

گام دوم: از جمع دو رابطه (II) و (III) داریم:

$$(\vec{F}_2 + \vec{F}_3) + (\vec{F}_1 + \vec{F}_3) = -6\hat{i} + 4\hat{i} \rightarrow \overbrace{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)}^0 + \vec{F}_3 = -2\hat{i} \xrightarrow{(\text{I})} \vec{F}_3 = -2\hat{i}$$

گام سوم: با معلوم شدن نیرو \vec{F}_3 در گام قبل، اکنون می‌توان، خواسته تست را محاسبه کرد:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + 4\vec{F}_3 = 2\vec{a} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + 3\vec{F}_3 = 2\vec{a}$$

$$-6\hat{i} = 2\vec{a} \rightarrow \vec{a} = -3\hat{i}$$

گروه آموزشی ماز

87- سرعت اولیه جسمی به جرم 5kg ، برابر $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر نیروی خالص F ، در جهت سرعت اولیه بر جسم وارد شود، سرعت جسم پس از 2s ، به $18\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. اگر نیروی خالص $2F + 5(\text{N})$ را در خلاف جهت سرعت اولیه بر جسم وارد کنیم، سرعت جسم پس از چند ثانیه برابر $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌شود؟

(1) ۱ (2) ۲ (3) ۳ (4) ۴

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پوش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۶ | ۶ | سؤال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | | | | | |

قانون دوم نیوتون

هرگاه نیروی خالص وارد بر یک جسم، هم جهت با سرعت اولیه جسم باشد، حرکت جسم تندشونده و چنانچه نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت سرعت اولیه جسم باشد، حرکت جسم کندشونده است.

گام اول: نیروی ثابت F هم جهت با سرعت اولیه جسم است، بنابراین حرکت جسم تندشونده است و در مدت $2s$ ، سرعت جسم از $12 \frac{m}{s}$ به $18 \frac{m}{s}$ می‌رسد، پس:

$$v = at + v_0 \rightarrow 18 = a \times 2 + 12 \rightarrow 6 = 2a \rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$F = ma = 5 \times 3 = 15 N$$

گام دوم: با وارد آوردن نیروی $3F + 5$ در خلاف جهت سرعت اولیه بر جسم، حرکت جسم کند می‌شود و سرعت آن در مدت $1s$ ثابته از $12 \frac{m}{s}$ به $12 \frac{m}{s}$ می‌رسد، بنابراین:

$$F' = 3F + 5 = 3 \times 15 + 5 = 45 + 5 = 50 N$$

$$|F'| = m|a'| \rightarrow 50 = 5|a'| \rightarrow |a'| = 10 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده}} a' = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$v = a't + v_0 \rightarrow 0 = -10t + 12 \rightarrow 10t = 12 \rightarrow t = 1.2 s$$

گروه آموزشی ماز

88- شخصی درون قایقی که بر روی آب ساکن است، قرار دارد و مجموع جرم شخص و قایق $140 kg$ است. اگر شخص به درون آب شیرجه بزند و در لحظه جدا شدن از قایق، شتابش $\frac{4}{3}$ برابر شتاب قایق باشد، جرم شخص چند کیلوگرم است؟

۶۰ (۱) ۷۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۵ | ۵ | ۶ | سؤال | دوازدهم | قانون سوم نیوتون | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | ساده |

قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند جسم دوم نیرویی هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی اول به جسم اول وارد می‌کند. بعنوان مثال هرگاه ذره باردار (۱) بر ذره باردار (۲) نیروی الکتریکی \vec{F}_{12} را وارد کند، ذره باردار (۲) نیز بر ذره باردار (۱) نیروی الکتریکی \vec{F}_{21} را وارد می‌کند:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \rightarrow |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}|$$

نیرویی که شخص به هنگام شیرجه زدن در آب بر قایق وارد می‌کند مطابق قانون سوم نیوتون برابر نیرویی است که قایق بر شخص وارد می‌کند. اگر کمیت‌های وابسته به شخص و قایق را به ترتیب با زیروند ۱ و ۲ نشان دهیم، داریم:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| \rightarrow m_2 a_2 = m_1 a_1 \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \rightarrow$$

$$\frac{4}{3} = \frac{m_2}{m_1} \rightarrow m_2 = \frac{4}{3} m_1 \quad (I)$$

از طرفی مجموع جرم شخص و قایق $140 kg$ است، بنابراین:

$$m_1 + m_2 = 140 \xrightarrow{(I)} m_1 + \frac{4}{3} m_1 = 140 \rightarrow \frac{7m_1}{3} = 140 \rightarrow m_1 = 60 kg$$

گروه آموزشی ماز

89- وزن جسم (۱) در سطح سیاره A ، ۲ برابر مجموع وزن جسم‌های (۱) و (۲) در سطح سیاره B است. اگر وزن جسم (۲) در سطح سیاره B ، $\frac{1}{3}$ برابر وزن جسم (۱) در سطح سیاره A باشد، جرم جسم (۲) چند برابر جرم جسم (۱) است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۶ | ۶ | سؤال | دوازدهم | نیروی وزن | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | متوسط |

وزن نیروی گرانشی است که از مرکز کره زمین به مرکز جرم اجسام اطراف و روی سطح زمین وارد می‌شود و جهت آن همواره به طرف مرکز کره زمین است و مقدار آن برای جسمی به جرم m برابر $W = mg$ است که در آن g شتاب گرانش زمین است.

پاسخ تشریحی:

وزن جسم (۱) در سیاره A، ۲ برابر مجموع وزن جسم‌های (۱) و (۲) در سیاره B است بنابراین:

$$m_1 g_A = 2(m_1 g_B + m_2 g_B) \rightarrow m_1 g_A = 2(m_1 + m_2) g_B \quad (I)$$

وزن جسم (۲) در سیاره B، $\frac{1}{3}$ برابر وزن جسم (۱) در سیاره A است، در نتیجه:

$$m_2 g_B = \frac{1}{3} m_1 g_A \quad (II)$$

از تقسیم رابطه (I) بر رابطه (II) داریم:

$$\frac{m_1 g_A}{\frac{1}{3} m_1 g_A} = \frac{2(m_1 + m_2) g_B}{m_2 g_B} \rightarrow 3 = \frac{2(m_1 + m_2)}{m_2} \rightarrow$$

$$3m_2 = 2m_1 + 2m_2 \rightarrow m_2 = 2m_1 \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2$$

گروه آموزشی ماز

90- در روزی که باد نمی‌وزد، گلوله‌ای به جرم 2 kg از سطح زمین به‌طور مایل به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر بزرگی شتاب گلوله در بالاترین نقطه مسیر

$\frac{m}{s^2}$ باشد، بزرگی نیروی مقاومت هوا در این نقطه چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) $3/75$ (۲) 15 (۳) 20 (۴) 25

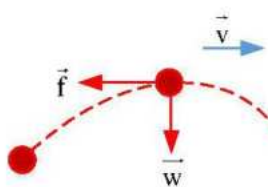
پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شادانه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|--------|---------|------------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۶ | ۷ | سؤال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | و ترکیب | | | سهانی | متوسط |

پاسخ تشریحی:

گام اول: بزرگی نیروی وارد بر گلوله در بالاترین نقطه مسیر برابر است با:

$$F = ma = 2 \times 12/5 = 25 \text{ N}$$



گام دوم: شکل روبرو نیروهای وارد بر گلوله را در بالاترین نقطه مسیر نشان می‌دهد. برآیند دو نیروی عمود بر هم \vec{W} و \vec{f} برابر F است.

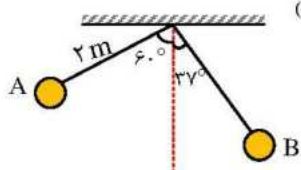
$$F^2 = W^2 + f^2$$

$$25^2 = (2 \times 10)^2 + f^2 \rightarrow f^2 = 625 - 400 = 225 \rightarrow f = 15 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

91- آونگی به جرم 1 kg و طول 2 m مطابق شکل از نقطه A رها شده و با تندی $2 \frac{m}{s}$ از نقطه B می‌گذرد. به ترتیب، اندازه انرژی تلف شده آونگ و

کار نیروی طناب روی گلوله متصل به آونگ در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ و $\cos 37^\circ = 0/8$)



(۱) ۲-۶

(۲) ۶-۶

(۳) ۲-۴

(۴) ۴-۴

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شادانه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان سخت |
|------------|--------|----------|--------|--------|------|---------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-----------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۸ | سؤال | دهم | انرژی مکانیکی | و ترکیب | | | سهانی | سخت |

انرژی مکانیکی

حالت اول (اتلاف انرژی نداریم):

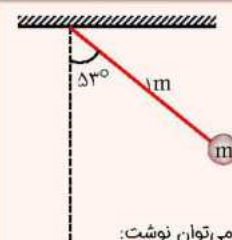
(۱) در سؤالاتی که نیروهای غیر پایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی استفاده کنیم.

$$E \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

(۲) در رابطه فوق، K انرژی جنبشی است و U انرژی پتانسیل می‌باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی و یا پتانسیل الکتریکی باشد و نیاز است در حل سؤالات انواع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

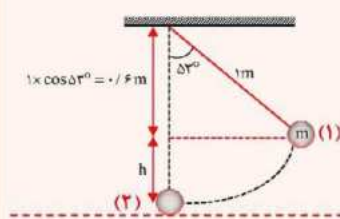
مثال



مطابق شکل آونگ به طول یک متر را 53° از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می‌کنیم.

تندی حرکت گونه آونگ در پایین‌ترین نقطه مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$

کافی است بین پایین‌ترین نقطه مسیر (مبدأ پتانسیل) و نقطه شروع حرکت از پایستگی انرژی استفاده کنیم. با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:



$$h = 1 - 0.5 = 0.5 \text{ m}$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_2^2$$

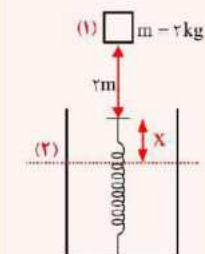
$$\Rightarrow 10 \times 0.5 = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 0.5} = \sqrt{10} \frac{m}{s}$$

مثال

مطابق شکل وزنه‌ای به جرم 2 kg را بدون سرعت اولیه از 2 متری بالای فنری قائم به سمت رها می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم و بیشینه

انرژی ذخیره شده در فنر 46 J باشد، بیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$

فرض می‌کنیم فنر پس از برخورد جسم به آن، حداکثر به اندازه x فشرده شود. در این صورت با نوشتن پایستگی انرژی داریم:



$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

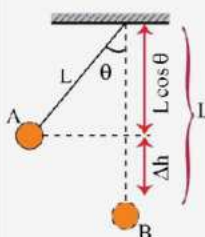
$$mg(2+x) = U$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times (2+x) = 46$$

$$\Rightarrow x = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

بچه‌ها، پایین‌ترین وضعیت فنر را مبدأ پتانسیل گرفته‌ایم. پس ارتفاع اولیه جسم $2+x$ متر می‌شود.

اگر آونگ را با زاویه θ نسبت به خط عمود رها کنیم تا به نقطه B برسد، تغییرات ارتفاع برابر است با:



$$\Delta h = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

حالت دوم (اتلاف انرژی داریم):

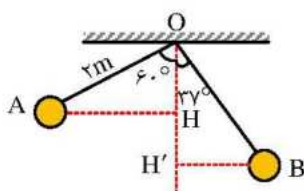
اگر اتلاف انرژی داشته باشیم، انرژی اتلافی برابر است با اختلاف انرژی مکانیکی و همیشه عددی منفی است.

$$W_f = E_f - E_i$$

حال فرض کنید توپی را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و سپس به زمین برمی‌گردد. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود، می‌توان نتیجه گرفت انرژی اتلافی توپ در مسیر رفت و برگشت برابر است. به‌طور مثال اگر انرژی اولیه توپ 100 ژول باشد و انرژی نهایی آن 40 ژول، پس 60 ژول انرژی از دست داده است. یعنی 30 ژول انرژی را در مسیر رفت و 30 ژول را در مسیر برگشت از دست داده است.

پایستگی انرژی

گام اول: حرکت آونگ بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل انجام می‌شود و نیروی طناب در راستای شعاع این دایره است. از آنجایی که شعاع بر محیط دایره عمود می‌باشد بنابراین کار نیروی طناب در این جابه‌جایی صفر است.



گام دوم: به کمک نسبت‌های مثلثاتی که در شکل می‌بینید تغییر ارتفاع آونگ را از نقطه A تا B به‌دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} \cos 60^\circ &= \frac{OH}{OA} \Rightarrow OH = 2 \times \frac{1}{2} = 1\text{m} \\ \cos 37^\circ &= \frac{OH'}{OB} \Rightarrow OH' = 2 \times \frac{3}{4} = 1.5\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow HH' = 1.5 - 1 = 0.5\text{m} \Rightarrow \Delta h = -0.5\text{m}$$

گام سوم: حالا از رابطه $W_f = \Delta K + \Delta U$ مقدار انرژی تلف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$W_f = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \right) + mg\Delta h$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 0 + 1 \times 10 \times (-0.5) = -4\text{J}$$

بنابراین اندازه انرژی تلف شده 4J است.

گروه آموزشی ماز

92- بالنی با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم در حال حرکت است. کیسه‌ای شنی به جرم 2kg در ارتفاع 40 متری سطح زمین از آن رها می‌شود و با تندی

$25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین برخورد می‌کند. اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی کیسه شن از لحظه رها شدن تا لحظه برخورد با زمین چند ژول است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

250 (4)

350 (3)

450 (2)

550 (1)

پاسخ: گزینه 1

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|------|-------------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 4 | 5 | 6 | سوال | دهم | انرژی درونی | و ترکیب | | | سختی | ساده |

انرژی درونی

اگر جسمی همراه با یک دستگاه در حال حرکت باشد، تندی آن نسبت به آن دستگاه صفر اما نسبت به ناظر بیرون یا زمین صفر نیست و برابر با تندی دستگاه است.
* انرژی تلف شده جسم را می‌توانیم از رابطه $W_f = \Delta K + \Delta U$ یا $W_f = E_2 - E_1$ به‌دست آوریم.

پاسخ تشریحی:

می‌توانیم به راحتی کار نیروی مقاومت هوا را از رابطه $W_f = \Delta K + \Delta U$ به‌دست آوریم. دقت کنید که تندی اولیه کیسه شن هم‌اندازه تندی بالن یعنی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است:

$$W_f = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (25^2 - 10^2) + 2 \times 10 \times (-40)$$

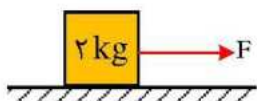
$$W_f = 1050 - 1600 = -550\text{J}$$

اندازه کار نیروی مقاومت هوا 550J است.

www.biomaze.ir

93- در شکل زیر نیروی افقی F بر جسمی به جرم 2kg وارد شده و آن را از حالت سکون به حرکت درمی‌آورد. تندی جسم پس از 5m جابه‌جایی به

$4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. اگر اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح 8N باشد، اندازه نیروی افقی F چند نیوتون است؟



8/8 (1)

9/6 (2)

11/2 (3)

12/4 (4)

گزینه 3

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|------|-------------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 6 | 6 | 7 | سوال | دهم | انرژی درونی | و ترکیب | | | سختی | متوسط |

اگر همزمان نیروی پیشران F و نیروی اصطکاک (f) بر روی جسم کار انجام دهد، از معادله زیر می‌توانیم مجهول خواسته شده را به دست آوریم:

$$W_F + W_f = \Delta K + \Delta U$$

دقت کنید که ممکن است در تستی $\Delta U = 0$ یا در تست دیگری $\Delta K = 0$ باشد.

نیروهای F و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند، به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی اندازه نیروی F را به دست می‌آوریم:

$$W_F + W_f = \Delta K \Rightarrow Fd - fd = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Delta F - 8 \times 5 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \Rightarrow F = \frac{56}{5} = 11.2 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

94- یک اسکی باز با جرم ۶۰ کیلوگرم از حال سکون از بالای قله شروع به حرکت می‌کند و با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به انتهای سطح شیب دار می‌رسد. اگر $\theta = 30^\circ$ باشد و نیروی مقاوم در طی این مسیر ۲۰۰ متری برابر ۱۲۰ نیوتون باشد، آنگاه اختلاف ارتفاع نقطه شروع حرکت تا انتهای سطح شیب دار



($H-h$) چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۴۲
(۲) ۴۰
(۳) ۴۵
(۴) ۳۲

پاسخ گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شأنه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|------|------|-------------|----------|-------------------|-------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۶ | ۷ | سوال | دهم | انرژی درونی | و ترکیب | ☑ | ☑ | ☑ | |

(۱) اگر در طول مسیری (مانند شکل) با اتلاف انرژی رو به رو بودیم، دیگر انرژی مکانیکی دو نقطه با هم برابر نیست ($E_2 \neq E_1$) و از تفاضل این دو انرژی می‌توانیم مقدار کاری نیروی اصطکاک را به دست آوریم:



$$E_2 - E_1 = W_f$$

$$K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = W_f$$

$$U_2 - U_1 + K_2 - K_1 = W_f$$

$$\Delta U + \Delta K = W_f \rightarrow \Delta U + \Delta K = -fd$$

مهم: در محاسبه کار نیروی مقاوم، d مسافت طی شده توسط جسم است.

| انرژی مکانیکی | |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------|
| $E_2 - E_1 = 0 \rightarrow \Delta U + \Delta K = 0$ | در صورت وجود نداشتن نیروهای اتلافی |
| $E_2 - E_1 = W_f \rightarrow \Delta U + \Delta K = W_f$ | در صورت وجود داشتن نیروهای اتلافی |

در طی مسیری که نیروی اتلافی وجود دارد، دائما از مقدار انرژی مکانیکی کمتر میشه و دیگه مقدار ثابتی نداره.

کار نیروی اتلافی مانند اصطکاک به مسیر طی شده توسط جسم بستگی دارد و برابر است با:

$$W_f = fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W_f = -fd$$

حواستون باشه در رابطه بالا d مسافت طی شده است!! هزار بار !!!

انتهای سطح شیب‌دار را مبدأ پتانسیل می‌گیریم پس $h_1 = H - h$, $h_2 = 0$ می‌شود:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

$$K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = W_f$$

$$\frac{1}{2}mV_2^2 - mg(H-h) = -fd$$

$$\frac{1}{2} \times 60 \times (10)^2 - 60 \times 10 \times (H-h) = -120 \times 200$$

$$3000 - 600 \times (H-h) = -24000$$

$$-600 \times (H-h) = -27000 \rightarrow H-h = 45 \text{ m}$$

اگر...

اگر نسبت $\frac{H}{h} = 2/5$ باشد، حداکثر ارتفاعی که اسکی باز از آنجا شروع به حرکت می‌کند، چند متر است؟

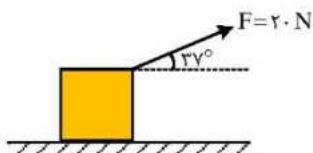
$$\frac{H}{h} = 2/5 \rightarrow H = 2/5 h$$

$$H-h = 45 \text{ m} \rightarrow 2/5 h - h = 45 \text{ m} \rightarrow h = 30 \text{ m}$$

$$H-h = 45 \text{ m} \xrightarrow{h=30} H-30 = 45 \text{ m} \rightarrow H = 75 \text{ m}$$

www.biomaze.ir

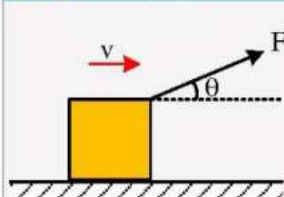
95- در شکل زیر، نیروی $F = 20 \text{ N}$ ، جسم را با سرعت ثابت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر روی سطح افقی حرکت می‌دهد. توان این نیرو چند وات است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (1) 48
(2) 64
(3) 54
(4) 80

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهوم | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|-------|----------|--------|-------|------|------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۴ | ۶ | سؤال | دهم | توان | ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | ساده |



توان نیرو $P = Fv \cos \theta$ توان نیروی وارد شده بر جسم را به دست آوریم:

$$P = Fv \cos \theta$$

* اگر تندی جسم ثابت نباشد، می‌توانیم از رابطه $P_{av} = Fv_{av} \cos \theta$ توان متوسط نیروی وارد بر جسم را به دست آوریم.

توان نیروی F را می‌توانیم به راحتی از رابطه $P = Fv \cos \theta$ به دست آوریم:

$$P = 20 \times 4 \times 0.8 = 64 \text{ W}$$

www.biomaze.ir

الف) با افزایش تندی جسم در حال سقوط در هوا ممکن است جسم به تندی حدی برسد که برای پرتباز حدود $\frac{m}{s}$ و برای قطره باران حدود $\frac{m}{s}$ است.

ب) در حرکت قایق پارویی، نیرویی که قایق را به جلو می‌راند نیروی ماهیچه قایقران است.

پ) پرت شدن رو به جلوی مسافر هنگام ترمز اتوبوس با توجه به پدیده لختی توجیه می‌شود.

ت) برای شخصی که روی سطح افقی در حال قدم زدن است، اندازه نیرویی که سطح به شخص وارد می‌کند برابر mg است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناختی | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|--------|---------|---------------|----------|-------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۲ | ۷ | سؤال | دوازدهم | قوانین نیوتون | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سهگتی | ساده |

قوانین نیوتون

«یک جسم حالت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ می‌کند، مگر آن که تحت تأثیر نیرویی، مجبور به تغییر آن حالت شود.»

در این حالت گفته می‌شود نیروهای وارد بر جسم متوازن است. از قانون اول نیوتون نتیجه می‌شود که اگر به جسمی نیروی خالصی وارد نشود، چنانچه جسم ساکن باشد، ساکن می‌ماند و اگر در حرکت باشد، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

لختی (اینرسی): از قانون اول نیوتون، نتیجه می‌شود که اجسام تمایل دارند وضعیت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ کنند. به این تمایل اجسام لختی گفته می‌شود. به قانون اول نیوتون، قانون لختی نیز می‌گویند.

تعریف یکای نیرو در SI (نیوتون): «یک نیوتون، نیرویی است که اگر به جسم یک کیلوگرمی وارد شود، به آن شتابی برابر یک متر بر مجذور ثانیه بدهد.»

قانون دوم نیوتون: «اگر به یک جسم نیروی خالصی وارد شود، شتابی می‌گیرد که با نیروی خالص وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و با آن هم‌جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.»

تذکر: منظور از نیروی خالص وارد بر جسم، برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

اگر جرم جسم برابر m ، اندازه نیروی خالص وارد بر آن F و اندازه شتابی که جسم پیدا می‌کند a باشد:

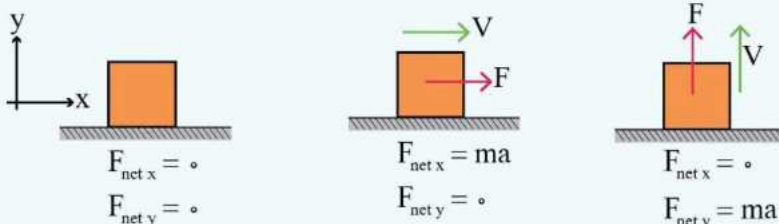
$$\begin{cases} a \propto F \\ a \propto \frac{1}{m} \end{cases} \Rightarrow a \propto \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{\left(\frac{F}{m}\right)}{a} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{F}{ma} = \text{ثابت} \Rightarrow F = ma$$

در تدوین یکاهای دستگاه SI، یکای کمیت نیرو را به‌صورت زیر تعریف کرده‌اند تا ثابت در این دستگاه برابر یک شود و رابطه قانون دوم نیوتون در دستگاه SI به‌صورت $F = ma$ است.

تعریف یکای نیرو در SI (نیوتون): «یک نیوتون، نیرویی است که اگر به جسم یک کیلوگرمی وارد شود، به آن شتابی برابر یک متر بر مجذور ثانیه بدهد.»

نکته

توجه کنید که قوانین اول و دوم نیوتون روابطی برداری هستند و در دو راستای عمود بر هم از یکدیگر مستقل هستند به عبارت دیگر ممکن است برای یک جسم در یک راستا قانون اول نیوتون و در راستای دیگر قانون دوم نیوتون برقرار باشد. به شکل‌های زیر توجه کنید:



قانون سوم نیوتون (عمل و عکس‌العمل)

«هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، هم‌زمان جسم دوم هم به جسم اول نیرویی همان‌اندازه با آن، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.» اگر نیرویی که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند را نیروی کنش (عمل) بنامیم، نیرویی که جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند، نیروی واکنش (عکس‌العمل) خواهد بود.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

برای شناخت بیش‌تر نیروهای کنش و واکنش توجه کنید که:

(۱) این دو نیرو همواره همان‌اندازه، هم‌راستا و در سوی مخالف یکدیگرند.

(۲) به دو جسم وارد می‌شوند، نیروی کنش را جسم اول به جسم دوم و نیروی واکنش را جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند. به همین دلیل برآیندگیری بین نیروی عمل و عکس‌العمل بی‌معنی است و این دو نیرو یکدیگر را خنثی نمی‌کنند.
(۳) این دو نیرو هم‌نوع‌اند، به عنوان مثال یا هر دو گرانشی‌اند و یا هر دو الکتریکی‌اند.

کنکور خارج از کشور تجربی - سال ۱۴۰۱



دو شخص به جرم‌های m_1 و $m_2 > m_1$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی F ، شخص دوم را به طرف چپ هل می‌دهد و شخص دوم با نیروی \vec{F}' ، شخص اول را به طرف راست هل می‌دهد.

اگر شتاب حرکت دو شخص \vec{a}_1 و \vec{a}_2 باشد، کدام رابطه درست است؟

(۱) $F = F'$ و $a_1 < a_2$

(۲) $\vec{F} = \vec{F}'$ و $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$

(۳) $F = -F'$ و $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$

(۴) $\vec{F} = -\vec{F}'$ و $a_1 > a_2$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، دو شخص با جرم‌های متفاوت یکدیگر را هل می‌دهند، از آنجایی که هر دو شخص با کفش چرخ‌دار در یک سطح صاف قرار دارند، نیروی اصطکاکی به آن‌ها وارد نمی‌شود و تنها تحت تأثیر نیرویی که به یکدیگر وارد خواهند کرد در جهت نیروی وارد شده حرکت خواهند کرد.

طبق قانون سوم نیوتن، نیرویی که شخص اول به شخص دوم وارد می‌کند (\vec{F}) هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت نیرویی می‌باشد که شخص دوم به شخص اول وارد می‌کند (\vec{F}') و این دو نیرو عمل و عکس‌العمل یکدیگر هستند: $\vec{F} = -\vec{F}'$

طبق قانون دوم نیوتن، شخصی که جرم بیشتری دارد، شتاب کمتری خواهد گرفت:

$$a = \frac{F}{m} \rightarrow \frac{|\vec{F}| = |\vec{F}'|}{m} \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \xrightarrow{m_2 > m_1} a_1 > a_2$$

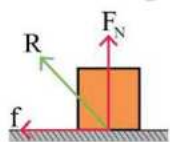
بررسی موارد:

الف) نادرست، در حرکت یک چتر باز به سمت پایین، با افزایش تندی چتر باز، نیروی مقاومت هوا نیز افزایش پیدا می‌کند تا زمانی که نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن آن با یکدیگر برابر می‌شوند و تندی جسم در این حالت، تندی حادی آن نامیده می‌شود، اما این تندی حادی متناسب فرود چتر باز نمی‌باشد، بعد از باز شدن چتر مقاومت هوا افزایش و سرعت آن کاهش می‌یابد تا زمانی که نیروهای وارد بر چتر باز دوباره متوازن شوند پس با افزایش تندی جسم در حال سقوط امکان رسیدن به تندی حادی وجود دارد ولی تندی حادی چتر باز در این حالت حدوداً $5 \frac{m}{s}$ می‌باشد و تندی حادی قطره باران نیز در حدود $7 \frac{m}{s}$ است.

ب) نادرست، در حرکت قایق پارویی، ماهیچه قایق‌ران به پارو نیرو وارد می‌کند و پارو به آب نیرو وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتن، آب نیز به پارو نیرو وارد می‌کند و عکس‌العمل نیروی پارو به آب است که باعث حرکت قایق پارویی در آب می‌شود.

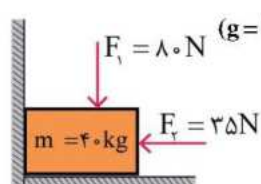
پ) درست، طبق قانون اول نیوتن (قانون لختی) جسم تمایل دارد وضعیت حرکتی خود را حفظ کند و علت پرت شدن رو به جلوی مسافر هنگام ترمز اتوبوس قانون لختی می‌باشد.

ت) نادرست، به شخصی که روی یک سطح افقی در حال حرکت است دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) وارد می‌شود و نیرویی که سطح به شخص وارد می‌کند برآیند عمودی سطح و نیروی اصطکاک می‌باشد که آن را با R نشان می‌دهیم و از نیروی وزن (mg) بزرگ‌تر می‌باشد:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

گروه آموزشی ماز



97- در شکل مقابل کلیه سطوح فاقد اصطکاک هستند. اختلاف اندازه نیروهای عمودی دو سطح چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۴۵

(۲) ۴۴۵

(۳) ۱۱۵

(۴) ۳۴۵

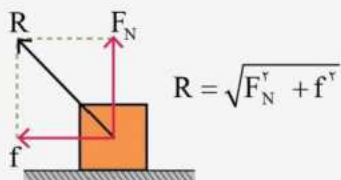
پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان ساده |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۷ | سؤال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | ساده |

نیروی عمود بر سطح (F_N): دو سطح در تماس در راستای عمود بر سطح تماس نیرویی به هم وارد می‌کنند که می‌خواهد از فرو رفتن دو سطح در یکدیگر جلوگیری کند که به آن نیروی عمود بر سطح یا نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌گویند.

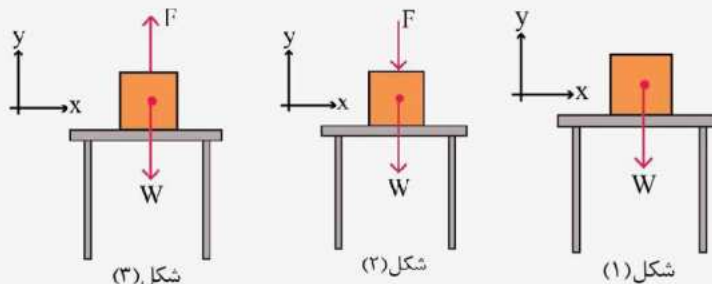
نیروی اصطکاک (f): دو سطح در تماس در راستای مماس بر سطح تماس نیرویی به هم وارد می‌کنند که می‌خواهد از لغزش دو سطح روی یکدیگر جلوگیری کند که به آن نیروی اصطکاک می‌گویند.

«منظور از نیروی سطح R برآیند دو نیروی فوق است.»



محاسبه نیروی عمود بر سطح (نیروی عمودی تکیه‌گاه): نیروی عمود بر سطح (نیروی عمودی تکیه‌گاه) برای جلوگیری از فرو رفتن دو سطح در تماس در راستای عمود بر سطح تماس و به صورت رانشی (دافعه) ایجاد می‌شود. برای محاسبه نیروی عمود بر سطح (نیروی عمودی تکیه‌گاه) باید از قوانین نیوتون درباره حرکت استفاده کرد.

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل‌های زیر روی سطح افقی یک میز در حال سکون قرار دارد. در شکل (۱) نیروهای وارد بر جسم به صورت شکل زیر هستند و داریم:



$$F_{\text{net } y} = ma = 0 \rightarrow F_N - W = 0 \rightarrow F_N = W$$

در شکل (۲) نیروهای وارد بر جسم به صورت شکل مقابل هستند و داریم:



$$F_{\text{net } y} = ma = 0 \rightarrow F_N - F - W = 0 \rightarrow F_N = W + F$$

در شکل (۳) نیروهای وارد بر جسم به صورت شکل مقابل هستند و داریم:

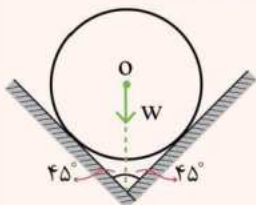


$$F_{\text{net } y} = ma = 0 \rightarrow F_N + F - W = 0 \rightarrow F_N = W - F$$

در شکل (۳) اگر نیروی F از نیروی W (وزن جسم) بیش‌تر باشد، جسم از سطح میز جدا می‌شود و دیگر رابطه فوق برقرار نخواهد بود. ($F_N = 0$)

کنکور خارج از کشور ریاضی - سال ۹۸

در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم 5 kg درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون را وارد می‌کند؟



$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۱) ۲۰

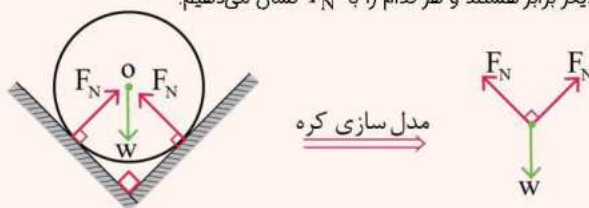
(۲) ۲۵

(۳) $25\sqrt{2}$

(۴) $50\sqrt{2}$

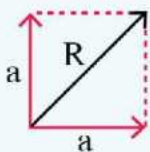
پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه کره بین دو سطح قرار گرفته است در نتیجه از طرف هر یک از سطح‌ها به کره نیروی عمودی سطح وارد می‌شود و به دلیل متقارن بودن شکل، نیرویی که دیواره‌ها به جسم وارد می‌کنند با یکدیگر برابر هستند و هر کدام را با F_N نشان می‌دهیم.

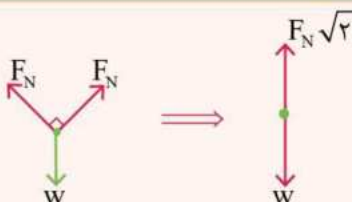


اگر دو بردار همان‌اندازه و بر یکدیگر عمود باشند، بردار برآیند آن دو، برابر خواهد بود با:

$$R = a\sqrt{2}$$



با توجه به نکته بالا در مورد کره خواهیم داشت:



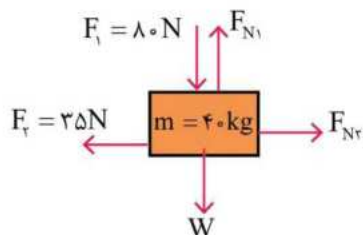
از آن جایی که کره ساکن می‌باشد، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد:

$$F_N\sqrt{2} = W \xrightarrow{W=mg} F_N\sqrt{2} = mg \rightarrow F_N = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow F_N = \frac{5 \times 10}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

پاسخ تشریحی:

نیروی عمودی سطح (F_N) همواره عمود بر سطح و به سمت خارج آن می‌باشد. در این سؤال ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، با توجه به ساکن بودن جسم و با توجه به قانون اول نیوتن، جسم متوازن می‌باشد و برآیند نیروها در هر راستا صفر می‌باشد.



با بررسی نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی و توازن آن‌ها خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_{N_f} - F_f = 0 \rightarrow F_{N_f} = F_f = 35 \text{ N}$$

نیروهای وارد بر جسم در راستای عمودی نیز متوازن هستند:

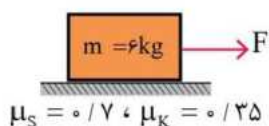
$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_{N_1} = F_1 + W \xrightarrow{W=mg} F_{N_1} = 80 + (4 \times 10) = 120 \text{ N}$$

در نتیجه اختلاف اندازه نیروهای عمودی دو سطح برابر است با:

$$F_{N_1} - F_{N_f} = 120 - 35 = 85 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

98- در شکل مقابل نیروی متغیر $F = 2t + 8$ بر حسب نیوتن به جسم اثر می‌کند. اندازه نیروی اصطکاک در چه لحظه‌ای 21 N است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱) ۶/۵

۲) ۹/۵

۳) ۱۸/۵

۴) گزینه ۱ و ۳ هر دو صحیح است.

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | و ترکیب | ۵ | ۵ | سهگتی | سهگتی |

نیروی اصطکاک

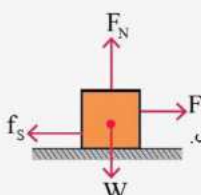
نیروی اصطکاک برای جلوگیری از لغزش دو سطح در تماس، در راستای مماس بر سطح تماس و به سمتی که از لغزش دو سطح روی یکدیگر جلوگیری کند ایجاد می‌شود. نیروی اصطکاک به دو شکل زیر ایجاد می‌شود:

(الف) دو سطح در تماس روی هم نمی‌لغزند و نسبت به هم ساکن هستند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. در حالی که اگر نیروی اصطکاک وجود نداشت، دو سطح روی هم می‌لغزیدند. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک ایستایی می‌گوییم. نیروی اصطکاک ایستایی را با f_s نشان می‌دهیم.

(ب) دو سطح در تماس روی هم می‌لغزند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گوییم. نیروی اصطکاک جنبشی را با f_k نشان می‌دهیم.

نیروی اصطکاک ایستایی

نیروی اصطکاک ایستایی با کمک قانون دوم نیوتون و با فرض ساکن بودن دو سطح روی هم به‌دست می‌آید. جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل مقابل روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و ساکن است.



به دلیل تعادل جسم و طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \rightarrow f_s = F$$

یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به اندازه نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح است. اگر نیروی F تغییر کند و جسم باز هم ساکن باشد به معنی این است که نیروی اصطکاک ایستایی نیز تغییر کرده است و باز هم به اندازه نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح ایجاد شده است. می‌توان نتیجه گرفت نیروی اصطکاک ایستایی به اندازه لازم و کافی برای جلوگیری از لغزش دو سطح روی هم ایجاد می‌شود.

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی (نیروی اصطکاک در آستانه حرکت):

بدیهی است که اگر نیروی F به اندازه کافی بزرگ باشد جسم روی سطح می‌لغزد. یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به هر اندازه‌ای نمی‌تواند ایجاد شود. بیشترین نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس را $f_{s,\text{max}}$ می‌نامیم و به آن نیروی اصطکاک در آستانه حرکت گفته می‌شود.

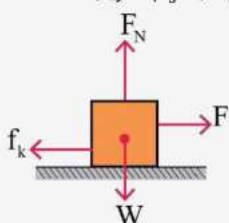
آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_{s,\text{max}} \propto F_N \rightarrow \frac{f_{s,\text{max}}}{F_N} = \text{ثابت} = \mu_s \rightarrow f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

در رابطه $f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$ ، μ_s ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود، به μ_s ضریب اصطکاک ایستایی می‌گویند و بدون واحد است.

نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی):

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و جسم روی سطح در حال حرکت است.

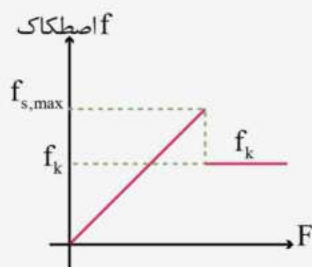


آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک جنبشی بین دو سطح در تماس اندازه ثابتی دارد که متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_k \propto F_N \rightarrow \frac{f_k}{F_N} = \text{ثابت} = \mu_k \rightarrow f_k = \mu_k F_N$$

در رابطه $f_k = \mu_k F_N$ ، μ_k ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود، به μ_k ضریب اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گویند.

اگر نمودار نیروی اصطکاک را بر حسب نیروی F (نیروی وارده برای به حرکت درآوردن جسم) رسم کنیم، خواهیم داشت:



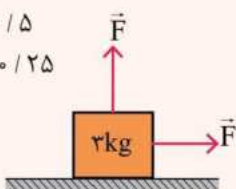
f_s با تغییر F از صفر تا $f_{s,\text{max}}$ افزایش می‌یابد و پس از حرکت نیروی اصطکاک برابر مقدار ثابت f_k می‌شود.

کنکور تجربی داخل کشور - سال ۱۴۰۱

در شکل زیر، جسمی روی سطح افقی در آستانه حرکت قرار دارد و دو نیروی افقی و عمودی هم‌اندازه F به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیروهای F هر کدام ۴ نیوتون کاهش یابند، نیروی اصطکاک چند نیوتون می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$$\mu_s = 0.5$$

$$\mu_k = 0.25$$



(۱) ۴

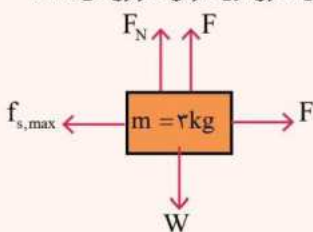
(۲) ۶

(۳) ۶/۵

(۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

در این سؤال ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، نیروهای وارد بر جسمی که در آستانه حرکت قرار دارد، طبق قانون اول نیوتن متوازن می‌باشند. اگر جسمی در آستانه حرکت قرار بگیرد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، بیشینه نیروی اصطکاک ($f_{s,max}$) می‌باشد.



در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می‌کنیم، طبق قانون دوم نیوتن در هر راستا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{net\ x} = 0 \rightarrow F - f_{s,max} = 0 \\ F_{net\ y} = 0 \rightarrow F_N + F - W = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F = f_{s,max} \\ F_N = W - F \end{cases}$$

$$\frac{f_{s,max} = \mu_s F_N, \mu_s = 0.5}{W = mg} \rightarrow \begin{cases} F = 0.5 F_N \\ F_N = 30 - F \end{cases} \rightarrow F = 0.5(30 - F) \rightarrow 2F = 30 - F \rightarrow 3F = 30 \rightarrow F = 10\text{ N}$$

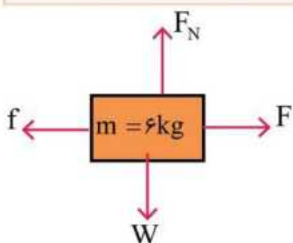
در حالت دوم اندازه نیروی F به اندازه ۴ نیوتن کاهش می‌یابد و نیروی باقی‌مانده در این حالت ۶ N خواهد بود، در این موقعیت لازم است وضعیت حرکت جسم را بررسی کنیم:

$$\begin{cases} f'_{s,max} = \mu_s F'_N \\ F'_N = 30 - F' \end{cases} \xrightarrow{F' = 6\text{ N}} \begin{cases} f'_{s,max} = 0.5 \times 24 = 12\text{ N} \\ F'_N = 24\text{ N} \end{cases}$$

در این وضعیت به علت $F' < f'_{s,max}$ ، جسم همچنان ساکن است در نتیجه اصطکاک از نوع ایستایی و برابر با نیروی خارجی وارد بر جسم در راستای حرکت است:

$$F_{net\ x} = 0 \rightarrow F' - f_s = 0 \rightarrow f_s = F' = 6\text{ N}$$

پاسخ صحیح: گزینه ۲



ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

در این سؤال، در ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W} f_{s,max} = 0.5 \times 6 \times 10 = 30\text{ N}$$

با توجه به اندازه نیروی $f_{s,max}$ ، نیروی اصطکاک یک‌بار قبل از حرکت برابر با ۳۰ N خواهد بود:

$$F_{net} = 0 \rightarrow F - f_s = 0 \rightarrow F = f_s$$

$$F = 2t + 8 = 30 \rightarrow 2t = 22 \rightarrow t = 11\text{ s}$$

در این قسمت، مرحله بعد از حرکت جسم را بررسی می‌کنیم. برای به دست آوردن زمان شروع حرکت، نیروی خارجی F را برابر با نیروی اصطکاک بیشینه قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} f_{s,max} = 30\text{ N} \\ F = 2t + 8 \end{cases} \rightarrow 2t + 8 = 30 \rightarrow 2t = 22 \rightarrow t = 11\text{ s}$$

پس از $t = 11\text{ s}$ جسم شروع به حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک جسم از نوع جنبشی خواهد بود:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.25 \times 60 = 15\text{ N}$$

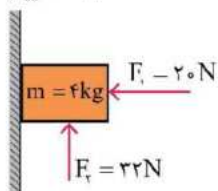
با توجه به مقدار نیروی اصطکاک جنبشی، نیروی اصطکاک وارد بر جسم 21 N می‌باشد. در نتیجه در لحظه $t = 6/5\text{ s}$ و لحظات بیشتر از $t = 1\text{ s}$ نیروی اصطکاک وارد بر جسم 21 N است.

گروه آموزشی ماز

99- مطابق شکل وزنه‌ای که کنار یک دیوار قائم قرار دارد در لحظه $t = 0$ تحت اثر دو نیروی عمود بر هم F_1 و F_2 قرار دارد و با تندی اولیه $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی دیوار قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. تندی متوسط وزنه در 5 ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

$$\mu_s = 0/5$$

$$\mu_k = 0/2$$



$$2/1 \quad (1)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$1/25 \quad (3)$$

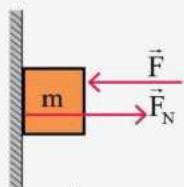
$$1/2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه 4

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه 10 | 8 | 8 | 8 | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | ترکیب | 9 | فصل اول دوازدهم | سختی | سخت |

اصطکاک

اگر جسمی به جرم m مطابق شکل به دیواری تکیه داده شود و سطح در راستای قائم باشد، از آنجایی که نیروی عمودی سطح، همواره بر سطح تکیه‌گاه عمود است، در نتیجه این نیرو در راستای افقی خواهد بود. طبق قانون اول نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

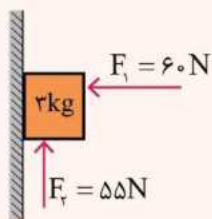


$$F_{\text{net}} = 0 \rightarrow F - F_N = 0 \rightarrow F_N = F$$

یعنی هر چقدر نیروی F بیشتر باشد، جسم با نیروی بزرگتری به سطح عمودی فشرده می‌شود و طبق قانون سوم نیوتن، سطح عمودی نیز نیروی بزرگتری را بر جسم وارد می‌کند. در این حالت چون نیروی عمودی سطح (F_N) در راستای افقی است، ربطی به وزن نخواهد داشت.

کنکور خارج از کشور تجربی ۱۴۰۰

مطابق شکل زیر، جسم را با نیروی افقی F_1 به دیوار قائمی می‌فشاریم و جسم ساکن می‌ماند. اگر نیروی قائم F_2 نیز به جسم وارد شود، در این حالت نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



$$30\sqrt{3} \quad (1)$$

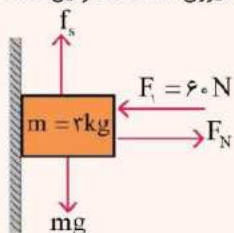
$$30\sqrt{5} \quad (2)$$

$$65 \quad (3)$$

$$60 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه 3

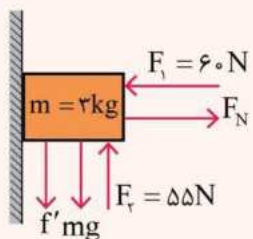
در حالت اول این سؤال، نیروی افقی F_1 به جسم وارد شده است و جسم ساکن است، ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، نیروی اصطکاک در این حالت مخالف نیروی مؤثر حرکت یعنی نیروی وزن می‌باشد و چون جسم ساکن است از جنس ایستایی است:



برایند نیروهای وارد بر جسم در هر راستا صفر می‌باشد (جسم متوازن است):

$$\begin{cases} F_{\text{net}x} = 0 \rightarrow F_N = F_1 = 60\text{ N} \\ F_{\text{net}y} = 0 \rightarrow f_s = mg = 30\text{ N} \end{cases}$$

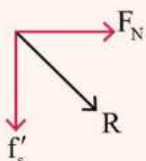
در حالت دوم سؤال، $F_T = 55 \text{ N}$ در راستای عمودی به سمت بالا به جسم وارد می‌شود و چون از نیروی مؤثر حرکت یا همان نیروی وزن 30 نیوتونی بیشتر است، پس نیروی اصطکاک به طرف پایین خواهد بود.



نیروی اصطکاک در حالت جدید با فرض ساکن ماندن جسم برابر است با:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_T - f_s' - W = 0 \rightarrow f_s' = 55 - 30 = 25 \text{ N}$$

از آنجایی که $f_s' = 25 \text{ N}$ از $f_s = 30 \text{ N}$ کمتر می‌باشد، پس فرض ما درست و جسم همچنان ساکن می‌ماند. نیروی وارد از طرف سطح بر جسم، برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح می‌باشد:



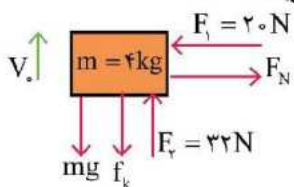
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s'^2}$$

اگر دو بردار 5 N و 12 N بر هم عمود باشند، برآیند آن‌ها برابر است با 13 N .

$$\begin{cases} F_N = 60 \text{ N} \\ f_s' = 25 \text{ N} \end{cases} \rightarrow R = \sqrt{60^2 + 25^2} = 5 \times 13 = 65 \text{ N}$$

پایان تشریحی

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با توجه به جهت حرکت اولیه، نیروی اصطکاک جنبشی به سمت پایین می‌باشد و از آنجایی که مجموع نیروی وزن و اصطکاک جنبشی بیشتر از نیروی F_T می‌باشد، حرکت کندشونده بوده و جهت بردار شتاب جسم به سمت پایین می‌باشد:



برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی برابر با صفر می‌باشد:

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_N = F_T = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 20 = 4 \text{ N}$$

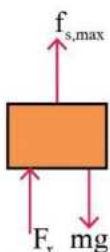
حال شتاب جسم را در حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$mg + f_k - F_T = ma_y \rightarrow 40 + 4 - 20 = 4a_y$$

$$\rightarrow |a_y| = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \vec{a}_y = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مدت‌زمان حرکت جسم به سمت بالا را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = -3t + 6 \rightarrow t = 2 \text{ s}$$



در این صورت باید بررسی کنیم که بعد از 2 s جسم ساکن می‌ماند یا جسم برمی‌گردد:

$$mg = 40 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} + F_T = \mu_s F_N + F_T = 0.5 \times 20 + 20 = 42 \text{ N}$$

$$mg < f_{s,\text{max}} + F_T$$

در نتیجه جسم ساکن می‌ماند و با کمک رابطه مستقل از زمان مقدار مسافت پیموده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \rightarrow 0 - 6^2 = 2(-3)\Delta y$$

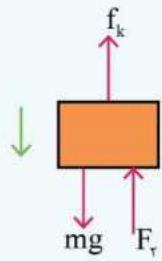
$$\rightarrow \Delta y = 6 \text{ m}$$

تندی متوسط جسم در مدت 5 s اول برابر خواهد بود با:

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6}{5} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



توجه کنید که اگر جسم بعد از ۲s برمی‌گشت، مسافت برگشت در مدت ۳s نیز باید محاسبه می‌شد:



$$mg - f_k - F_r = ma_r$$

$$40 - 4 - 32 = 4a_r \rightarrow |a_1| = 1 \text{ حرکت به سمت پایین} \rightarrow \vec{a}_1 = -1 \frac{m}{s^2}$$

به کمک رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت در سه ثانیه برگشت خواهیم داشت:

$$\Delta y_r = \frac{1}{2} a_r t_r^2 = \frac{1}{2} \times (-1) \times 3^2 = -4.5 \text{ m}$$

در نتیجه تندی متوسط در این حالت برابر می‌شد با:

$$s_{av} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\Delta} = \frac{6 + 4.5}{5} = \frac{10.5}{5} = 2.1 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

100- آسانسوری از حال سکون و با شتاب ثابت از طبقه آخر یک برج به سمت پایین به حرکت درمی‌آید و فاصله ۵۷/۶m ابتدای حرکت را در مدت زمان

۸s طی می‌کند. وزن ظاهری جسمی به جرم ۷/۵kg که درون آسانسور روی یک ترازو است، چند نیوتن است؟ ($g = 9.8 \frac{N}{kg}$)

۸۷ (۴)

۷۳/۵ (۳)

۶۰ (۲)

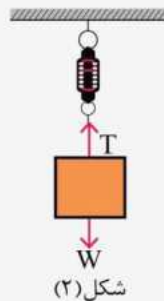
۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

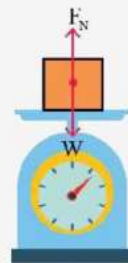
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیشنهاد و ترکیب | پیشنهاد لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|-----------------|------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۵ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | آسانسور | و ترکیب | | فصل اول دوازدهم | متوسط | |

وزن ظاهری در آسانسور:

اجسامی را در نظر بگیرید که مطابق شکل‌های زیر درون یک آسانسور قرار دارند. در شکل (۱) جسم روی یک ترازوی فنری قرار دارد و ترازو نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) را نشان می‌دهد که در حالت تعادل آسانسور با وزن جسم هم‌اندازه است. در شکل (۲) جسم توسط یک نخ از یک نیروسنج فنری آویزان است و نیروسنج نیروی کشش نخ (T) را نشان می‌دهد که در حالت تعادل با وزن جسم هم‌اندازه است.



شکل (۲)

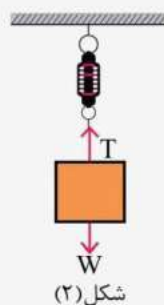


شکل (۱)

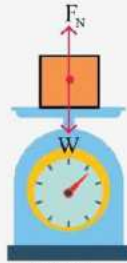
اگر آسانسور با شتاب ثابت در راستای قائم حرکت کند، برآیند نیروهای وارد بر هر جسم صفر نیست و در شکل (۱) نیروی F_N و در شکل (۲) نیروی T با وزن جسم برابر نیستند و وزن ظاهری تغییر می‌کند که با توجه به نوع حرکت و جهت حرکت آسانسور، وزن ظاهری ممکن است بیشتر یا کمتر از وزن واقعی باشد.

محاسبه وزن ظاهری در آسانسور:

اجسامی را در نظر بگیرید که مطابق شکل‌های زیر درون یک آسانسور قرار دارند. در شکل (۱) جسم روی یک ترازوی فنری قرار دارد و ترازو نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) را نشان می‌دهد و در شکل (۲) جسم توسط یک نخ از یک نیروسنج فنری آویزان است و نیروی کشش نخ (T) را نشان می‌دهد.



شکل (۲)



شکل (۱)

اگر آسانسور با شتاب ثابت در راستای قائم حرکت کند، داریم:

$$F_{\text{net } y} = ma \rightarrow \begin{cases} \text{برای شکل (۱): } F_N - W = \pm ma \rightarrow F_N - mg = \pm ma \rightarrow F_N = m(g \pm a) \\ \text{برای شکل (۲): } T - W = \pm ma \rightarrow T - mg = \pm ma \rightarrow T = m(g \pm a) \end{cases}$$

$$\rightarrow W' = m(g \pm a) \text{ وزن ظاهری}$$

اگر جهت شتاب آسانسور به سمت بالا باشد، علامت شتاب در این رابطه مثبت است و اگر جهت شتاب آسانسور به سمت پایین باشد، علامت شتاب در این رابطه منفی است.

اگر آسانسور به سمت بالا حرکت کند شتاب داشته باشد و یا به سمت پایین حرکت کند شتاب داشته باشد، جهت شتاب آن به سمت بالا است و علامت شتاب در این رابطه مثبت است.

اگر آسانسور به سمت پایین حرکت کند شتاب داشته باشد و یا به سمت بالا حرکت کند شتاب داشته باشد، جهت شتاب آن به سمت پایین است و علامت شتاب در این رابطه منفی است.

کنکور خارج از کشور ریاضی - سال ۱۴۰۰

شخصی به جرم 60 kg درون آسانسور روی ترازوی فنری قرار دارد. در حالت اول آسانسور با شتاب ثابت a رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و در حالت دوم آسانسور با شتاب ثابت $2a$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اختلاف عددی که ترازوی فنری در این دو حالت نشان می‌دهد، 270 N است. a چند متر بر

مربع ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$\begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & 2 \end{matrix} \quad (4) \quad (3) \quad (2) \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

نوع حرکت جسم در حالت اول چون از حال سکون شروع به حرکت کرده است، تندشونده می‌باشد:

$$\begin{cases} \text{بالا} + \\ \text{تندشونده} + \end{cases} \xrightarrow{a=a} F_N = m(g+a)$$

نوع حرکت در حالت دوم چون جسم شروع به حرکت کرده است، تندشونده می‌باشد:

$$\begin{cases} \text{پایین} - \\ \text{تندشونده} + \end{cases} \xrightarrow{a=2a} F_{N_2} = m(g-2a)$$

با توجه به متن سؤال اختلاف عددی نیروی ترازوی فنری یا همان اختلاف نیروی عمودی سطح در این دو حالت برابر است با 270 N و شتاب برابر خواهد بود با:

$$F_{N_1} - F_{N_2} = m(g+a) - m(g-2a) = 270$$

$$mg + ma - mg + 2ma = 270$$

$$3ma = 270 \xrightarrow{m=60 \text{ kg}} a = \frac{270}{3 \times 60} = \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ تشریحی:

برای به دست آوردن وزن ظاهری جسم، ابتدا باید شتاب حرکت جسم را محاسبه کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \xrightarrow{\text{حال سکون } v_0=0} \Delta y = \frac{1}{2}at^2$$

$$57/6 = \frac{1}{2}a \times 8^2 \rightarrow a = \frac{57/6}{32} = 1/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از آن جایی که جسم به سمت پایین، از حال سکون شروع به حرکت کرده است و حرکت آن تندشونده خواهد بود، علامت شتاب برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} \text{پایین} - \\ \text{تندشونده} + \end{cases} \rightarrow F_N = m(g-a)$$

$$\rightarrow F_N = 7/5(9/8 - 1/8) = 60 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

101- درون یک آسانسور شخصی به جرم 70 kg روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد 840 N را نشان می‌دهد. اگر در این حالت از سقف

آسانسور جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ آویخته شده باشد، برآیند نیروهای وارد بر جسم چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$$\begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 20 & 12 & 18 \end{matrix} \quad (4) \quad (3) \quad (2) \quad (1)$$

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۶ | ۶ | سؤال | دوازدهم | آسانسور | | ۵ | ۵ | سه‌گانه | |

نکته

اگر یک مجموعه داخل یک آسانسور در حال حرکت بررسی شود می‌توان از حرکت آسانسور صرف‌نظر کرد و به جای g از g' استفاده کرد به گونه‌ای که خواهیم داشت:

$$g' = g \pm a$$

علامت مثبت برای شتاب رو به بالا و علامت منفی برای شتاب رو به پایین است. به عنوان مثال اگر یک ظرف حاوی مایعی به چگالی ρ و ارتفاع h درون آسانسور در حال حرکت باشد فشار حاصل از مایع از رابطه $P = \rho g' h$ به دست می‌آید.

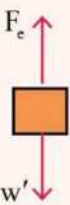
تجربی خارج از کشور - سال ۱۴۰۱

وزنه‌ای را به انتهای فنر سبکی به طول ۲۶ cm بسته و از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. ثابت فنر در SI برابر ۲۰۰ است. آسانسور از حالت سکون با شتاب

$$\frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \text{ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند و در این شرایط طول فنر به } ۳۵ \text{ cm می‌رسد. جرم وزنه، چند کیلوگرم است؟ } (g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$$

- (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۱ (۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۱



این سؤال ترکیبی نیروی کشسانی فنر و حرکت آسانسور می‌باشد. ابتدا باید علامت شتاب در رابطه وزن ظاهری (W') را مشخص کنیم: حرکت از حال سکون شروع به حرکت کرده است در نتیجه حرکت تندشونده می‌باشد:

$$\begin{cases} - \text{پایین} \\ + \text{تندشونده} \end{cases} \rightarrow W' = m(g - a)$$

طول فنر آویزان شده به سقف به علت وارد شدن W' به اندازه x افزایش پیدا می‌کند در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_e = W' \rightarrow kx = m(g - a)$$

$$۲۰۰(۳۵ \times ۱۰^{-۲} - ۲۶ \times ۱۰^{-۲}) = m(۱۰ - ۱)$$

$$۱۸ = m \times ۹ \rightarrow m = ۲ \text{ kg}$$

پاسخ تشریحی

عددی که ترازو نشان می‌دهد، وزن ظاهری شخص یا همان نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌باشد. عدد ترازو از نیروی وزن شخص بیشتر می‌باشد پس آسانسور در حال حرکت کندشونده و رو به پایین یا تندشونده رو به بالا می‌باشد، شتاب حرکت آسانسور برابر است با:

$$F_N = m(g + a)$$

$$۸۴۰ = ۷۰(۱۰ + a) \rightarrow a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

برایند نیروهای وارد بر جسم متصل به نخ قائم، طبق قانون دوم نیوتن برابر است با:

$$F_{net} = ma \rightarrow F_{net} = ۱/۵ \times ۲ = ۳ \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- جسمی به جرم $۵/۵ \text{ kg}$ را با سرعت اولیه $۲۴ \frac{m}{s}$ روی یک سطح افقی به اندازه کافی طولانی به ضریب اصطکاک جنبشی $۰/۶$ پرتاب می‌کنیم.

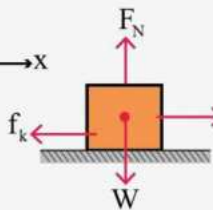
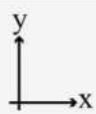
$$\left(g = ۱۰ \frac{m}{s^2} \right) \text{ جابه‌جایی ثابته سوم حرکت چند متر است؟}$$

- (۱) ۲۱ (۲) ۱۵ (۳) ۹ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | | ۵ | ۵ | سه‌گانه | |

شتاب جسم در حال حرکت



مطابق شکل زیر شرایطی را در نظر می‌گیریم که جسم در حال حرکت در راستای افقی و اصطکاک آن جنبشی است.

$$\begin{cases} F_{\text{net } x} = ma \rightarrow F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k F_N \\ F_N = W = mg \\ F_{\text{net } y} = 0 \end{cases} \rightarrow F - \mu_k mg = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} - \mu_k g$$

کنکور داخل کشور ریاضی - سال ۱۴۰۰

چوب مکعب‌شکلی به جرم 5 kg را به نخ بسته و با نیروی ثابت و افقی 15 N روی سطح افقی می‌کشیم و از حال سکون به حرکت درمی‌آوریم و بعد از 2 ثانیه نخ پاره می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 باشد، کل مسافتی که چوب از ابتدای حرکت تا لحظه ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

۳ (۴)

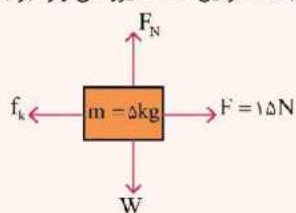
۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا جسم به کمک نیروی افقی به حرکت درمی‌آید و حرکت آن تندشونده می‌باشد. در این حالت نیروهای وارد بر جسم را رسم و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:



$$V_0 = 0 \quad \Delta x \quad V_1$$

نیروی اصطکاک جسم در حال حرکت، از جنس اصطکاک جنبشی می‌باشد، در این حالت افقی نیروی تکیه‌گاه برابر با نیروی وزن است: ($F_{\text{net } y} = 0$)

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

طبق قانون دوم نیوتن شتاب جسم در حالت اول حرکت برابر است با:

$$F_{\text{net } x} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow 15 - 10 = 5a \rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال در این حالت، جابه‌جایی جسم را به کمک معادله مکان - زمان شتاب ثابت حرکت‌شناسی پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{1}{2} at^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ m}$$

در حالت دوم که نخ پاره می‌شود، جسم فقط تحت تأثیر نیروی اصطکاک خواهد بود و حرکت آن کندشونده می‌باشد و در نهایت می‌ایستد:

$$F_{\text{net } x} = ma \rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{F=0, F_N=mg, f_k=\mu_k F_N} -\mu_k mg = ma' \rightarrow a' = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در این سؤال اول حرکت جسم، حرکت تندشونده با شتاب $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و قسمت دوم آن، حرکت کندشونده با شتاب $a' = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ می‌باشد.

در این حالت سرعت در لحظه پاره شدن نخ را به کمک معادله سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$V_0 = 0 \quad t = 2 \text{ s} \quad V_1 = ? \quad V_2 = 0 \quad a = 1 \text{ m/s}^2 \quad a' = -2 \text{ m/s}^2 \quad v = at + v_0 \rightarrow v_1 = 1 \times 2 + 0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

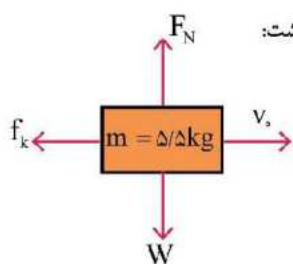
سپس به کمک رابطه مستقل از زمان، مقدار مسافت طی شده توسط متحرک، بعد از پاره شدن نخ را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a'\Delta x' \rightarrow 0 - 4 = 2 \times -2 \Delta x' \rightarrow \Delta x' = 1 \text{ m}$$

در نتیجه جابه‌جایی کل جسم از ابتدای حرکت تا ایستادن آن برابر است با:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x + \Delta x' = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

جسم ابتدا با سرعت اولیه روی یک سطح افقی پرتاب می‌شود، در مسائل پرتاب، مانند مسائل ترمز نیروی خارجی F به آن وارد نمی‌شود و تنها نیروی افقی که به آن وارد می‌شود نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود.



نوع این حرکت کندشونده می‌باشد و شتاب حرکت در خلاف جهت حرکت جسم است. طبق قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_N = W$$

$$F_{\text{net } x} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow F_N = W$$

$$-\mu_k mg = ma \rightarrow a = -0.6 \times 10 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جرم جسم تأثیری در مقدار شتاب ندارد.

برای به دست آوردن جابه‌جایی متحرک در ثانیه سوم یعنی بازه (۲-۳) ثانیه به معادله مکان - زمان جسم نیاز داریم:

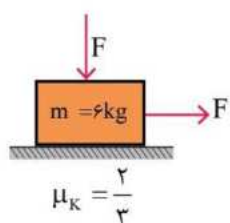
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -3t^2 + 24t + x_0$$

$$\Delta x_{[2,3]} = x_3 - x_2 = (-3 \times 9 + 24 \times 3 + x_0) - (-3 \times 4 + 24 \times 2 + x_0)$$

$$\Delta x_{[2,3]} = 45 - 36 = 9 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

103- در شکل مقابل دو نیروی عمود بر هم و هم‌اندازه F به جسمی به جرم 6 kg اثر می‌کنند و با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ آن را روی سطح افقی به حرکت درمی‌آورند.



اندازه نیروی F چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۲۱۰ (۱)

۷۰ (۲)

۳۰ (۳)

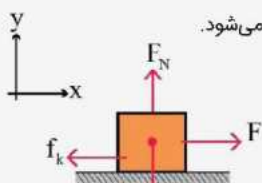
۱۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

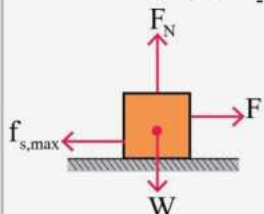
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۱ | ۱ | ۱ | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | و ترکیب | ۱ | ۱ | سختی | متوسط |

حرکت جسم روی سطح افقی

جسمی را با جرم m در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود. ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح به ترتیب μ_s و μ_k هستند.



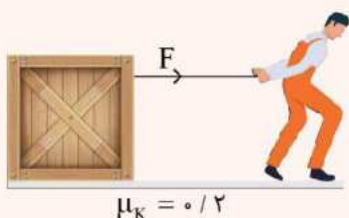
شرط حرکت جسم روی سطح: مطابق شکل زیر شرایطی را در نظر می‌گیریم که جسم در آستانه حرکت و اصطکاک ایستایی آن بیشینه است.



$$\begin{cases} F = f_{s, \text{max}} \\ f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N \rightarrow F_{\text{max}} = \mu_s mg \\ F_N = W = mg \end{cases}$$

حداکثر نیروی F برای سکون جسم برابر $\mu_s mg$ است و برای حرکت کردن جسم روی سطح، نیروی F باید از $\mu_s mg$ بیشتر باشد.

در شکل زیر، نیرویی ثابت و افقی F به صندوقی به جرم ۱۶۰ kg وارد می‌شود و صندوق با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} \cdot ۰/۲۵$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. چند کیلوگرم از



محتویات صندوق کم کنیم، تا با همین نیروی افقی، شتاب حرکت صندوق دو برابر شود؟ $(g = ۱۰ \cdot \frac{N}{kg})$

(۱) ۱۶

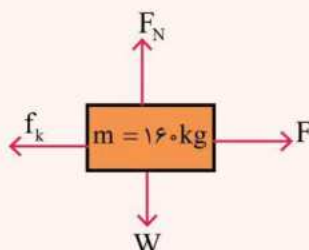
(۲) ۳۲

(۳) ۴۰

(۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = ۱۶۰ \times ۱۰ = ۱۶۰۰ \text{ N}$$

حال به کمک قانون دوم نیوتن در راستای افقی، مقدار نیروی F در حالت اول را پیدا می‌کنیم:

$$F_{\text{net } x} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\frac{\mu_k = 0.2}{F_N = ۱۶۰۰} \rightarrow F - 0.2 \times ۱۶۰۰ = ۱۶۰ \times 0.25 \rightarrow F = ۳۶۰ \text{ N}$$

در حالت دوم، جرم جسم کاهش یافته است و شتاب حرکت دو برابر حالت اول می‌باشد:

$$F - f'_k = m'a' \rightarrow \frac{a' = 0.5}{f'_k = \mu_k F'_N = \mu_k m'g}$$

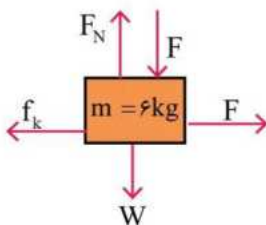
$$۳۶۰ - 0.2 \times m' \times ۱۰ = m' \times 0.5 \rightarrow m' = \frac{۳۶۰}{2.5} = ۱۴۴ \text{ kg}$$

در نهایت مقدار کاهش جرم در حالت دوم نسبت به حالت اول به دست می‌آید:

$$\Delta m = m - m' = ۱۶۰ - ۱۴۴ = ۱۶ \text{ kg}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



طبق قانون دوم نیوتن در راستای عمودی داریم:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_N = F + W = F + mg = F + ۶۰ \text{ N}$$

حال قانون دوم نیوتن در راستای افقی جسم را می‌نویسیم:

$$F_{\text{net } x} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\rightarrow F - \mu_k (F + ۶۰) = ma \rightarrow F - \frac{2}{3}F - \frac{2}{3} \times ۶۰ = ۶ \times ۵$$

$$\rightarrow \frac{1}{3}F = ۳۰ + ۴۰ \rightarrow \frac{1}{3}F = ۷۰ \rightarrow F = ۲۱۰ \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

- 104 - چتربازی که جرم خودش و چتر نجاتی که پوشیده، مجموعاً 120 kg است، از یک بالگرد پایین می‌پرد. در لحظه‌ای که تندی حرکت به $33 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می‌رسد، چتر خود را باز می‌کند. نیروی مقاومت هوا بلافاصله پس از باز کردن چتر به 1435 N می‌رسد. با فرض اینکه فاصله کافی برای سقوط چتر باز وجود داشته باشد، شتاب و تندی چتر باز از این لحظه به بعد چگونه تغییر می‌کند؟
- (۱) همواره افزایش یافته، افزایش یافته و سپس ثابت می‌ماند. (۲) همواره کاهش یافته، کاهش یافته و سپس ثابت می‌ماند. (۳) هر دو ابتدا کاهش یافته و در نهایت ثابت می‌شوند. (۴) هر دو ابتدا افزایش یافته و در نهایت ثابت می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۳ | ۶ | سوال | دوازدهم | چتر باز | و ترکیب | ۲ | ۲ | سهگتی | ساده |

چتر باز

وقتی چتربازی در هوا سقوط می‌کند، رفته‌رفته تندی آن زیاد شده و در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد. وقتی تندی جسم به مقداری می‌رسد که نیروی مقاومت هوا با وزن جسم برابر شود، نیروی خالص وارد بر آن صفر می‌شود و جسم با سرعت ثابت سقوط می‌کند که در این حالت تندی جسم را تندی حدی می‌نامیم. هنگامی که چتر باز، چترش را باز می‌کند، نیروی مقاومت هوای وارد بر او خیلی بیشتر از وزنش می‌شود و جهت نیروی خالص وارد بر چتر باز به سمت بالا خواهد شد، در نتیجه شتاب حرکت به سمت بالا و جهت حرکت آن به سمت پایین خواهد بود و حرکت چتر باز کندشونده می‌باشد. با کاهش تندی جسم، نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز هم کاهش می‌یابد تا دوباره نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن چتر باز یکسان شود و چتر باز با تندی ثابت به سمت زمین حرکت کند که همان تندی حدی می‌باشد و برای انسان حدوداً $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و برای قطرات باران $7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌باشد.

تجربیه خارج از کشور - سال ۱۴۰۰



در شکل زیر، چتربازی مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند و ناگهان مقاومت هوا افزایش می‌یابد. از این لحظه به بعد، تا قبل از رسیدن چتر باز به تندی حدی، کدام مورد، درباره حرکت چتر باز درست است؟

- (۱) تندی و شتاب افزایش می‌یابند.
(۲) تندی و شتاب کاهش می‌یابند.
(۳) تندی افزایش و شتاب ثابت می‌ماند.
(۴) تندی افزایش و شتاب کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

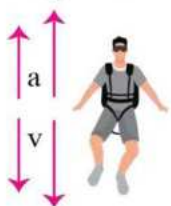
تندی چتر باز بعد از پرش رفته‌رفته زیاد می‌شود و نیروی مقاومت هوا نیز افزایش پیدا می‌کند، تا جایی که نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن با یکدیگر برابر می‌شوند، در این زمان چتر، باز می‌شود و نیروی مقاومت هوا از نیروی وزن بیشتر می‌شود و شتاب حرکت رو به بالا و حرکت به سمت پایین است، در واقع حرکت کندشونده و سرعت در حال کاهش است و شتاب حرکت هم کاهش می‌یابد. نمودار تندی چتر باز بر حسب زمان مطابق شکل زیر است:



پاسخ تشریحی:

پس از باز شدن چتر، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و از نیروی وزن بیشتر می‌شود، در نتیجه شتاب حرکت رو به بالا و جهت حرکت به سمت پایین می‌باشد در نتیجه حرکت کندشونده است و تندی کاهش می‌یابد.

$$f_D = 1435$$



با کاهش تندی، مقاومت هوا کاهش یافته و با توجه به رابطه $f_D - mg = ma$ شتاب کاهش یافته تا به صفر برسد و پس از آن چتر باز با تندی حدی پایین می‌آید.

$$f_D = 1435$$

$$W = mg = 1200 \text{ N}$$

$$W = mg = 1200 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

105- در شکل مقابل افزایش طول فنر $2/5 \text{ cm}$ است. نیرویی که دیوار بر جسم وارد می‌کند چند نیوتن است؟ $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

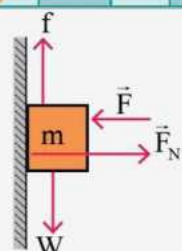
$\mu_k = 0/2$
 $\mu_s = 0/5$
 $K = 430 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$
 $F_1 = 1380 \text{ N}$
 $M = 50 \text{ kg}$

۱) ۱۳۸۰
 ۲) ۱۵۷۵
 ۳) ۱۱۹۰
 ۴) ۱۴۹۵

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناخته | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | وزن |
|---------|--------|----------|--------|--------|---------|-----------|----------|-------------------|----------------------|-----------|-----|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۹ | ۸ | سوال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | ☑ | ☑ | ☑ | سخت |

نیروی سطح



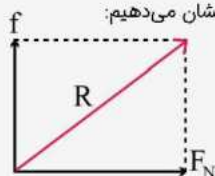
اگر جسمی به جرم m مطابق شکل به دیواری تکیه داده شود و سطح در راستای قائم باشد، از آنجایی که نیروی عمودی سطح، همواره بر سطح تکیه‌گاه عمود است، در نتیجه این نیرو در راستای افقی خواهد بود. طبق قانون اول نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \rightarrow F - F_N = 0 \rightarrow F_N = F$$

یعنی هر چقدر نیروی F بیشتر باشد، جسم با نیروی بزرگ‌تری به سطح عمودی فشرده می‌شود و طبق قانون سوم نیوتن، سطح عمودی نیز نیروی بزرگ‌تری را بر جسم وارد می‌کند.

در این حالت چون نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N) در راستای افقی است، ربطی به وزن نخواهد داشت.

نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، برآیند نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N) و نیروی اصطکاک (\vec{f}) می‌باشد که آن را با R نشان می‌دهیم:



$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

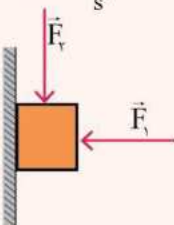
هنگامی که فنری را فشرده می‌کنیم یا می‌کشیم، نیروی کشسانی فنر که آن را با F_e نشان می‌دهیم، در اثر تغییر طول فنر به وجود می‌آید و با میزان تغییر طول فنر (x) متناسب است که برابر است با:

$$F_e = kx$$

k نسبت نیروی کشسانی فنر به تغییر طول فنر است که برای هر فنر مقدار ثابتی است به همین دلیل ثابت فنر نامیده می‌شود و یکای ثابت فنر در SI، $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ است.

کنکور تجربی داخل کشور - سال ۱۴۰۱

قطعه چوبی به جرم 250 گرم، با نیروی افقی F_1 مطابق شکل زیر، به دیوار قائم فشرده شده است. اگر با وارد کردن نیروی $F_2 = 3/5 \text{ N}$ ، چوب در آستانه لغزش قرار گیرد و در این حالت نیرویی که دیوار به چوب وارد می‌کند، 10 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و چوب، چقدر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



۱) ۷۵/۰

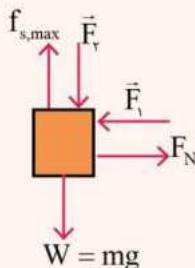
۲) ۶/۰

۳) ۵/۰

۴) ۲۵/۰

پاسخ: گزینه ۱

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



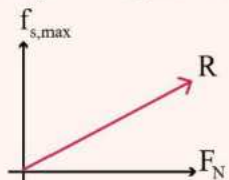
طبق قانون دوم نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_N = F_1$$

حال قانون دوم نیوتن را در راستای عمودی می‌نویسیم و چون جسم در آستانه حرکت می‌باشد. نیروی اصطکاک وارد بر جسم، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی خواهد بود:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow f_{s, \text{max}} = F_y + W = F_y + mg \rightarrow f_{s, \text{max}} = 3/5 + 2/5 = 6 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف دیوار به چوب وارد می‌شود، برآیند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:



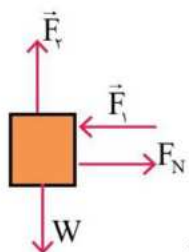
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s, \text{max}}^2}$$

با توجه به رابطه بالا، مقدار نیروی تکیه‌گاه به‌دست می‌آید و با کمک فرمول $f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N$ ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و چوب به‌دست می‌آید:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s, \text{max}}^2} \rightarrow 10 = \sqrt{6^2 + F_N^2} \rightarrow F_N = 8 \text{ N}$$

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N \rightarrow 6 = \mu_s \times 8 \rightarrow \mu_s = \frac{3}{4} = 0.75$$

پایان تشریحی



ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

نیروی کشسانی فنر و نیروی وزن جسم را به‌دست می‌آوریم:

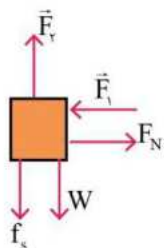
$$F_y = kx = 430 \times 2/5 = 172 \text{ N}$$

$$W = mg = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$$

با توجه به بزرگی مقدار نیروی فنر، نیروی اصطکاک به سمت پایین خواهد بود، با محاسبه $f_{s, \text{max}}$ حرکت جسم را بررسی می‌کنیم:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F_y = 172} f_{s, \text{max}} = 0.5 \times 172 = 86 \text{ N}$$

$$\rightarrow F_y = 172 < W + f_{s, \text{max}} = 586$$



جسم ساکن می‌ماند در نتیجه نیروی اصطکاک وارد بر جسم ایستایی و به سمت پایین خواهد بود:

طبق قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

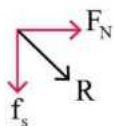
$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow f_s + W = F_y$$

$$f_s = 172 - 500 = -328 \text{ N}$$

طبق قانون دوم نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_f = F_N = 138 \text{ N}$$

برآیند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد بر جسم، نیروی سطح می‌باشد:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

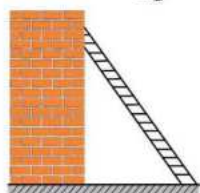
نیرویی که دیوار به جسم وارد می‌کند، برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{138^2 + 328^2}$$

$$\rightarrow R = \sqrt{(138 \times 115)^2 + (328 \times 115)^2} = 13 \times 115 = 1495 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

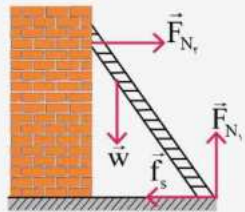
106 - مطابق شکل یک نردبان به جرم 24 kg بین سطح زمین و یک دیوار قائم قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی در کلیه سطوح 0.5 و 0.35 و هر دو انتهای نردبان در آستانه سر خوردن است. اختلاف اندازه نیروهای اصطکاک وارد بر دو انتهای نردبان چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۲۴ (۱)
- ۴۸ (۲)
- ۹۶ (۳)
- ۱۴۴ (۴)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سخت |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-----------|
| درجه از ۱۰ | ۹ | ۸ | ۸ | سؤال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | سخت |

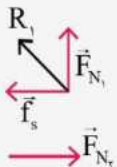
دستنامه:



آنچه در شکل می‌بینید، شکل ساده‌ای از نردبان می‌باشد که به دیوار بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. بر نردبان از طرف دیوار و سطح زمین نیروی عمودی سطح وارد می‌شود. نیروی اصطکاک بین نردبان و زمین در خلاف جهت شر خوردن نردبان و به سمت چپ خواهد بود و مانع لغزیدن آن می‌شود.

نیروی دیگری که به نردبان وارد می‌شود، نیروی وزن نردبان است که آن را از مرکز جرم نردبان رسم می‌کنیم.

نیروی سطح وارد شده به نردبان از طرف سطح زمین و دیوار برابر خواهد بود با:



$$R_l = \sqrt{F_{N_l}^2 + f_s^2}$$

$$R_r = F_{N_r}$$

کنکور خارج از کشور ریاضی - سال ۱۴۰۰

نردبانی به جرم 16 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایه آن روی سطح افقی در آستانه شر خوردن است. اگر نیرویی که در این حالت از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود 20 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با این سطح چقدر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

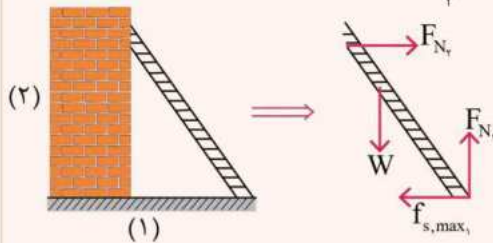
$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

پاسخ مثال: گزینه ۱

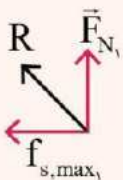
ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



با توجه به ساکن بودن جسم و قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

$$F_{N_l} = W = mg = 16 \times 10 = 160 \text{ N}$$

نیرویی که نردبان به سطح افقی وارد می‌کند، عکس‌العمل نیروی سطح افقی به نردبان است که از برابری نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به‌دست می‌آید:



$$|R| = |R'| = \sqrt{F_{N_l}^2 + f_{s,max}^2}$$

$$\rightarrow R^2 = F_{N_l}^2 + f_{s,max}^2$$

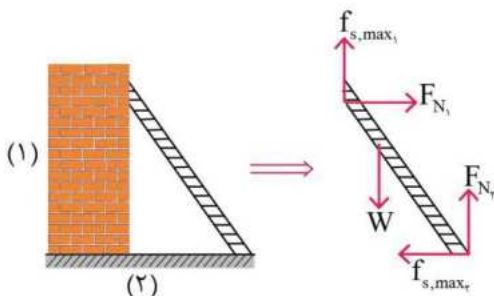
$$20^2 = 160^2 + f_{s,max}^2$$

$$4 \times 4 = 16 \times 16 \rightarrow f_{s,max} = 12 \text{ N}$$

ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_l} \rightarrow 12 = \mu_s \times 160 \rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

پاسخ تشریحی:



ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:

طبق قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_{N_r} + f_{s, \max} = W$$

$$\rightarrow F_{N_r} + \mu_s F_{N_l} = mg \rightarrow F_{N_r} + 0.5 F_{N_l} = 240 \quad (1)$$

طبق قانون دوم نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow f_{s, \max} = F_{N_l} \rightarrow \mu_s F_{N_l} = F_{N_l}$$

$$0.5 F_{N_l} = F_{N_l} \rightarrow F_{N_l} = 2 F_{N_l} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} F_{N_r} + 0.5 F_{N_l} = 240 \\ F_{N_l} = 2 F_{N_l} \end{cases} \rightarrow 2.5 F_{N_l} = 240 \rightarrow F_{N_l} = 96 \text{ N}$$

$$F_{N_r} = 2 F_{N_l}$$

نیروی عمودی سطح در هر دو سطح برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} F_{N_l} = 96 \text{ N} \\ F_{N_r} = 192 \text{ N} \end{cases}$$

در نتیجه نیروی اصطکاک وارد بر هر سطح برابر است با:

$$\begin{cases} f_{s, \max} = \mu_s F_{N_l} = 0.5 \times 96 = 48 \text{ N} \\ f_{s, \max} = \mu_s F_{N_r} = 0.5 \times 192 = 96 \text{ N} \end{cases}$$

اختلاف نیروی اصطکاک دو سطح برابر است با:

$$|f_{s, \max} - f_{s, \max}| = |96 - 48| = 48 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

107- نیروی F به جرم m_1 شتاب $\frac{8}{s^2}$ و نیروی $3F$ به جرم m_2 شتاب $\frac{6}{s^2}$ می‌دهد. نیروی $12F$ به جرم $\frac{m_1}{5} + \frac{m_2}{6}$ چه شتابی در واحد SI می‌دهد؟

۴۸۰ (۴)

۵۲۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم نیست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|----------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------------|------------------|--------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱ تا ۵ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | قوانین نیوتون | | | | متوسط | |

قانون دوم نیوتن

«اگر به یک جسم نیروی خالص وارد شود، شتابی می‌گیرد که با نیروی خالص وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و با آن هم‌جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.»

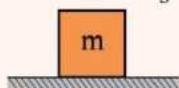
نکته

منظور از نیروی خالص وارد بر جسم، برآیند نیروهای وارد بر جسم است. اگر جرم جسم برابر m ، اندازه نیروی خالص وارد بر آن F و اندازه شتابی که جسم پیدا می‌کند a باشد:

$$\begin{cases} a \propto F \\ a \propto \frac{1}{m} \end{cases} \rightarrow a \propto \frac{F}{m} \rightarrow \frac{a}{\frac{F}{m}} = \text{ثابت} \rightarrow \frac{F}{ma} = \text{ثابت} \rightarrow F_{\text{net}} = ma$$

سوال منتخب:

وارد شدن نیروی افقی 10 نیوتونی به جسمی مطابق شکل، شتاب $\frac{a}{s^2}$ و با وارد شدن نیروی افقی 30 نیوتونی به همان جسم، شتاب $\frac{m}{s^2}(2a+4)$ می‌دهد.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از قانون دوم نیوتن و ثابت ماندن جرم جسم در هر دو حالت خواهیم داشت:

$$F = ma \begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \\ F_2 = m_2 a_2 \end{cases} \xrightarrow{m_1 = m_2} m = \frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2}$$

$$\frac{F_1 = 10 \text{ N}, F_2 = 30 \text{ N}}{a_1 = a_2, a_2 = 2a_1 + 4} \rightarrow \frac{10}{a} = \frac{30}{2a + 4}$$

$$\rightarrow 2a + 4 = 3a \rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ تشریحی:

طبق قانون دوم نیوتن، برای هر جسم قانون دوم را می‌نویسیم و جرم‌ها را بر حسب F خواهیم داشت:

$$F = ma \rightarrow F_1 = m_1 a_1 \xrightarrow{a_1 = \frac{m}{s^2}} F = \lambda m_1 \rightarrow m_1 = \frac{F}{\lambda}$$

$$F = ma \rightarrow F_2 = m_2 a_2 \xrightarrow{a_2 = \frac{m}{s^2}} 2F = 2m_2 \rightarrow m_2 = \frac{F}{2}$$

حال بار دیگر به کمک قانون دوم نیوتن در حالت نهایی با شتاب a_3 خواهیم داشت:

$$F = ma \rightarrow 12F = \left(\frac{m_1}{\lambda} + \frac{m_2}{2}\right)a_3$$

$$\frac{m_1 = \frac{F}{\lambda}}{m_2 = \frac{F}{2}} \rightarrow 12F = \left(\frac{F}{40} + \frac{F}{12}\right)a_3$$

$$\rightarrow 12F = \left(\frac{3F + 10F}{120}\right)a_3 = \frac{13F}{120}a_3 \rightarrow a_3 = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

108- در شکل مقابل به وسیله نخ فاقد جرمی وزنه را از حال سکون به گونه‌ای می‌کشیم که در هر نیم ثانیه $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر سرعتش افزوده شود. کشش نخ را چند

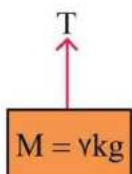
نیوتن تغییر دهیم تا اندازه شتاب حرکت وزنه تغییر نکند؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۹۸ (۱)

۴۲ (۲)

۲۸ (۳)

۵۶ (۴)



پاسخ: گزینه ۴ (دشوار)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۹ | ۸ | ۸ | سؤال | دوازدهم | نیروی کشش نخ | و ترکیب | ۵ | فصل اول دوازدهم | سختی | سخت |

کنکور ریاضی داخلی کشور - سال ۱۳۹۹

وزنه‌ای به جرم 2 kg را با طناب سبکی با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندشونده رو به بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت جسم چند برابر

می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱۴ (۱)

۷ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

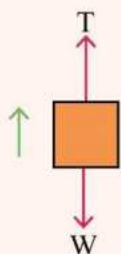
پاسخ: گزینه ۲

نیروی کشش طناب همواره یک نیروی کششی و جهت آن به سمت خارج شدت از جسم می‌باشد و در این حرکت عمودی، جهت آن به سمت بالا است:

طبق قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } y} = ma \rightarrow T - W = ma$$

$$T - mg = ma \rightarrow T = 2 \times 2 + 2 \times 10 = 24 \text{ N}$$



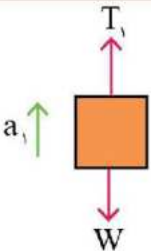
در حالت دوم، نیروی کشش نخ دو برابر می‌شود در نتیجه جهت حرکت همچنان به سمت بالا و حرکت تندشونده می‌باشد:

$$F_{\text{net } y} = ma' \rightarrow T' - W = ma$$

$$\frac{T' = 2T}{T = 24 \text{ N}} \rightarrow 48 - 2 \times 10 = 2a' \rightarrow a' = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در نتیجه شتاب جسم در دو حالت خواهیم داشت:

$$\frac{a'}{a} = \frac{14}{2} = 7$$



نیروی نخ همواره نیروی کششی و به سمت خارج سطح خواهد بود، در این سؤال جسم از حال سکون به سمت بالا کشیده شده است در نتیجه در این حالت حرکت جسم تندشونده می‌باشد، ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

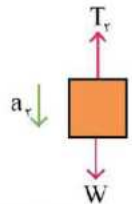
$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{0.5} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نیروی کشش نخ در حالت اول برابر است با:

$$T_1 - W = ma \rightarrow T_1 - mg = ma$$

$$T_1 - 20 = 2 \times 4 \rightarrow T_1 = 28 \text{ N}$$

در حالت دوم اندازه شتاب باید ثابت بماند، در نتیجه فقط جهت حرکت جسم به سمت پایین می‌شود. در این حالت نیروی کشش نخ برابر است با:



$$W - T_2 = ma_2 \rightarrow mg - T_2 = ma_2$$

$$20 - T_2 = 2 \times 4 \rightarrow T_2 = 12 \text{ N}$$

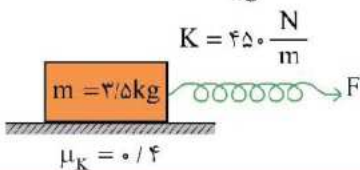
در نتیجه تغییر اندازه نیروی کشش نخ برابر است با:

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 28 - 12 = 16 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

109- مطابق شکل به وسیله‌ی فنری به ثابت $450 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ وزنه‌ای به جرم $3/5 \text{ kg}$ را از حال سکون روی سطح افقی می‌کشیم. اگر نیروی مقاومت هوا 6 N باشد

و طول فنر 20 cm افزایش یابد، پس از گذشت چند ثانیه از شروع حرکت تندی متوسط جسم به $14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۱/ ۷
- ۲/ ۴
- ۳/ ۸
- ۴/ ۱۶

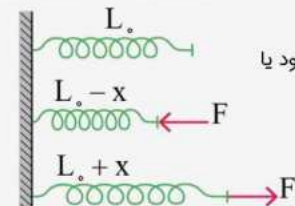
پاسخ: گزینه ۲ (دشوار)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شفا | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|------|---------|------|----------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۹ | سؤال | دوازدهم | فنر | و ترکیب | ۱۵ | فصل اول دوازدهم | سختی | سخت |

اثر نیروی فنر

اگر مطابق شکل‌های روبه‌رو یک سر فنری که سر دیگر آن به یک نقطه ثابت بسته شده است با نیرویی به اندازه F فشرده شود یا کشیده شود، اندازه تغییر طول ایجاد شده برای فنر (x) با نیروی وارد بر آن متناسب است.

ثابت $\frac{F}{x} \rightarrow F \propto x$ (تغییر طول فنر با نیروی وارد بر آن متناسب است)



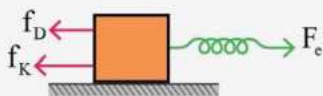
برای هر فنر نسبت نیروی وارد بر آن به تغییر طول آن مقدار ثابتی است که ثابت آن فنر نامیده می‌شود و آن را با k نمایش می‌دهند، یکای ثابت فنر در SI، نیوتون بر متر $(\frac{N}{m})$ است.

$$\frac{F}{x} = k \rightarrow F = kx$$

ثابت فنر به ویژگی‌های فیزیکی خود فنر بستگی دارد نه به نیرو یا تغییر طول فنر. برای تبدیل این رابطه به رابطه برداری (قانون هوک) علامت منفی را لحاظ می‌کنیم.

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

برای جسمی که روی سطح افقی حرکت می‌کند و نیروی مقاومت هوا به آن اثر می‌کند قانون دوم نیوتون به شکل زیر درمی‌آید.



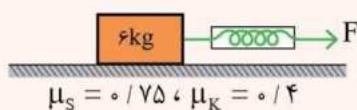
$$F_{net\ x} = ma$$

$$F_e - f_k - f_D = ma$$

کنکور سراسری ریاضی - سال ۱۴۰۱

در شکل زیر، جسم روی سطح افقی ساکن است. اگر با نیروی $F = ۲۵\text{ N}$ افقی بر آن وارد کنیم، نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، چند

نیوتون است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$



۷۵ (۲)

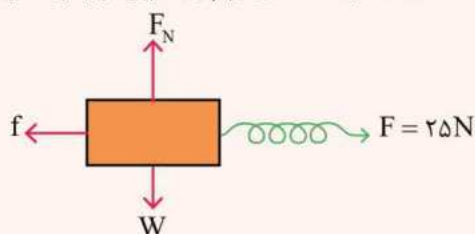
۶۵ (۱)

۱۲۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا وضعیت حرکت جسم و نوع اصطکاک وارد بر جسم باید مشخص شود. در این حالت نیروی اصطکاک بیشینه را به دست می‌آوریم و با نیروی مؤثر در راستای حرکت (F) مقایسه می‌کنیم. با رسم نیروهای وارد بر جسم خواهیم داشت:



به کمک قانون دوم نیوتن در راستای عمودی، نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

$$F_{net\ y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = ۶ \times ۱۰ = ۶۰\text{ N}$$

حال نیروی اصطکاک بیشینه جسم را به دست می‌آوریم:

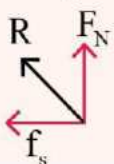
$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = ۰.۷۵ \times ۶۰ = ۴۵\text{ N}$$

در این قسمت باید بررسی کنیم با اعمال نیروی $F = ۲۵\text{ N}$ آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر:

$$F = ۲۵\text{ N} < f_{s, \max} = ۴۵\text{ N}$$

در نتیجه جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر جسم ایستایی طبق قانون دوم نیوتن برابر است با:

$$F_{net\ x} = 0 \rightarrow f_s = F = ۲۵\text{ N}$$

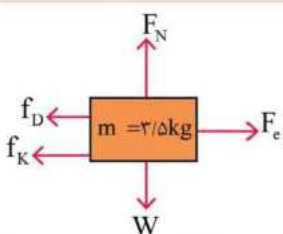


نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک وارد بر جسم می‌باشد، در نتیجه:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \rightarrow$$

$$R = \sqrt{۶۰^2 + ۲۵^2} = ۵ \times ۱۳ = ۶۵\text{ N}$$

پایان تشریحی



ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، همواره نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت آن خواهند بود.

طبق قانون دوم نیوتن در راستای عمودی خواهیم داشت:

$$F_{net\ y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = ۳/۵ \times ۱۰ = ۳۵\text{ N}$$

در نتیجه نیروی اصطکاک جنبشی جسم برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N = ۰.۴ \times ۳۵ = ۱۴\text{ N}$$

نیروی کشسانی فنر وارد بر جسم برابر است با:

$$F_e = kx = 45 \times 20 \times 10^{-2} = 90 \text{ N}$$

حال طبق قانون دوم نیوتن در راستای افقی خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}x} = ma \rightarrow F_e - f_D - f_k = ma$$

$$\rightarrow 90 - 6 - 14 = 3/5 a \rightarrow a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از آن جایی که جسم در این مسیر تغییر جهت نداده است تندی متوسط جسم و سرعت متوسط آن با یکدیگر برابر می‌باشد:

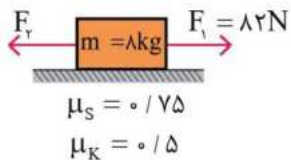
$$s_{\text{av}} = v_{\text{av}} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{v + 0}{2}$$

$$14 = \frac{v + 0}{2} \rightarrow v = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق معادله سرعت زمان متحرک در حرکت شتاب ثابت، زمان حرکت به دست می‌آید:

$$v = at + v_0, \quad \frac{v + 0}{2} = \frac{v + 28}{2} \rightarrow 28 = 20 \cdot t \rightarrow t = 1/4 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز



110- در شکل مقابل نیروی F_2 چند نیوتن می‌تواند باشد تا جسم ساکن بماند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱۲ (۱)

۲۱ (۲)

۱۳۱/۵ (۳)

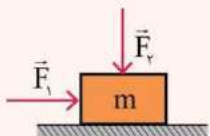
۱۴۹/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سختی | متوسط |

کنکور خارج از کشور تجربی - سال ۱۳۹۹

مطابق شکل زیر، دو نیروی افقی و قائم \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، وارد می‌شود و جسم ساکن است. اگر بزرگی این دو نیرو، هر یک ۲ برابر شود و جسم همچنان ساکن بماند، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، k برابر می‌شود. کدام مورد درست است؟



(۱) $2 < k < 3$

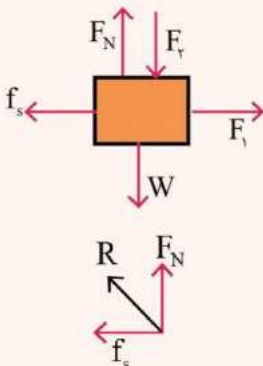
(۲) $1 < k < 2$

(۳) $k = 2$

(۴) $k = 1$

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و چون جسم ساکن است، نیروی اصطکاک آن ایستایی می‌باشد:



نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک می‌باشد:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

در حالت اول طبق قانون دوم نیوتن در هر راستا خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}y} = 0 \rightarrow F_N = F_2 + W$$

$$F_{\text{net}x} = 0 \rightarrow F_1 = f_s$$

در نتیجه نیروی سطح در حالت اول برابر است با:

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{(F_2 + W)^2 + F_1^2}$$

در حالت دوم اندازه نیروهای F_1 و F_2 هر یک دو برابر شده است و جسم همچنان ساکن می‌ماند. در نتیجه نیروی سطح در این حالت برابر است با:

$$R_2 = \sqrt{(2F_2 + mg)^2 + (2F_1)^2}$$

با مقایسه R_1 و R_2 درمی‌یابیم که مقدار R_2 از R_1 بیشتر است اما چون نیروی وزن ثابت و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نیروی سطح در حالت دوم کمتر از دو برابر نیروی سطح در حالت اول می‌شود:

$$1 < \frac{R_2}{R_1} < 2$$

پاسخ تشریحی:

در این سؤال از آنجایی که دو نیروی خارجی F_1 و F_2 در دو جهت مختلف به جسم وارد شده‌اند حرکت جسم نیز در دو حالت باید بررسی شود:

حالت اول: جسم در آستانه حرکت به سمت راست:

در این حالت ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و سپس طبق قانون دوم نیوتن در هر راستا خواهیم داشت:

$$F_{\text{net } y} = 0 \rightarrow F_N = W = mg = 80 \text{ N}$$

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = 0.75 \times 80 = 60 \text{ N}$$

$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_1 = F_2 + f_{s, \text{max}} \rightarrow 82 = F_2 + 60 \rightarrow F_2 = 22 \text{ N}$$

حالت دوم: جسم در آستانه حرکت به سمت چپ:

در این حالت نیز، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و طبق قانون دوم نیوتن در راستای افقی مقدار F_2 را می‌یابیم:

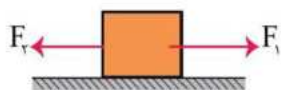
$$F_{\text{net } x} = 0 \rightarrow F_2 = F_1 + f_{s, \text{max}}$$

$$\xrightarrow{f_{s, \text{max}} = 60 \text{ N}} F_2 = 82 + 60 = 142 \text{ N}$$

در نهایت نیروی F_2 می‌تواند در بازه $22 \leq F_2 \leq 142$ قرار گیرد.

گروه آموزشی ماز

111- در شکل زیر، جسمی به جرم 1 kg در آستانه حرکت به سمت راست است. اگر نیروی F_T را 2 برابر کرده و نیروی رو به بالای 5 نیوتونی را در راستای قائم به جسم وارد کنیم، جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار می‌گیرد. نیروی F_T چند برابر نیروی F_1 است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



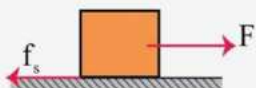
- (۱) $0/4$
(۲) $0/5$
(۳) $0/6$
(۴) $0/8$

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناخته | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان |
|------------|--------|----------|--------|--------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | اصطکاک | و ترکیب | ☒ | ☒ | سهختی | متوسط |

اصطکاک

نیروی اصطکاک ایستایی: هرگاه به جسم ساکن نیرو وارد کنیم و جسم حرکت نکند نیرویی به اندازه نیروی وارده بر جسم و در خلاف جهت آن به جسم وارد می‌شود که به آن نیروی اصطکاک ایستایی می‌گویند:

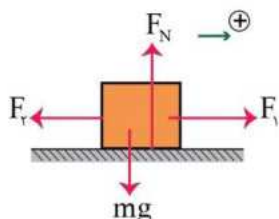


$$F_{\text{net}} = ma = m \times 0 = 0 \rightarrow F - f_s = 0 \rightarrow f_s = F$$

نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت: هرگاه نیرویی که به یک جسم ساکن وارد می‌کنیم به اندازه‌ای بزرگ باشد که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، نیروی اصطکاک ایستایی به بیشترین مقدار خود رسیده است که به آن نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت می‌گویند و آن را با نماد $f_{s, \text{max}}$ نشان می‌دهند:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N$$

پاسخ تشریحی



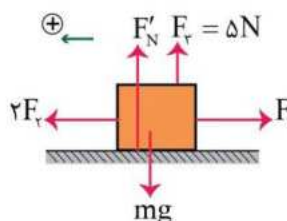
گام اول: با اعمال نیروهای افقی F_1 و F_T جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار دارد، بنابراین:

$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_N - mg = 0 \rightarrow F_N = mg = 1 \times 10 = 10\text{ N}$$

$$F_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow F_1 - F_T - f_{s, \text{max}} = 0 \rightarrow$$

$$F_1 - F_T - \mu_s F_N = 0 \rightarrow F_1 - F_T = 10 \mu_s \quad (\text{I})$$

گام دوم: در حالتی که بر جسم نیروهای افقی F_1 و $2F_T$ و نیروی رو به بالای 5 N وارد می‌شود، جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار می‌گیرد. در نتیجه:



$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_T + F_N' - mg = 0 \rightarrow$$

$$F_N' = mg - F_T = 1 \times 10 - 5 = 5\text{ N}$$

$$F_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow 2F_T - F_1 - f_{s, \text{max}}' = 0 \rightarrow$$

$$2F_T - F_1 - \mu_s F_N' = 0 \rightarrow 2F_T - F_1 = 5 \mu_s \quad (\text{II})$$

گام سوم: از تقسیم رابطه (I) بر رابطه (II) داریم:

$$\frac{F_1 - F_T}{2F_T - F_1} = \frac{10 \mu_s}{5 \mu_s} = 2 \rightarrow F_1 - F_T = 2F_T - 2F_1 \rightarrow 3F_1 = 3F_T \rightarrow$$

$$\frac{F_T}{F_1} = \frac{3}{5} = 0/6$$

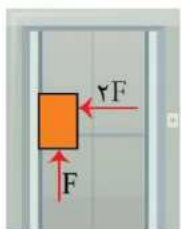
گروه آموزشی ماز

112- در شکل زیر، آسانسور با شتاب ثابت به‌طور کندشونده به سمت بالا در حرکت است. اگر اندازه شتاب آسانسور $\frac{m}{s^2} 2$ باشد، کتاب در آستانه لغزش به

سمت پایین و چنانچه اندازه شتاب آسانسور $\frac{m}{s^2} 8$ باشد، کتاب در آستانه لغزش به سمت بالا می‌باشد. ضریب اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیوار

آسانسور کدام است؟ $\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$

- (1) $3/$
(2) $4/$
(3) $5/$
(4) $6/$



پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شماره | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|-------------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۳ تا ۴ | ۶ | ۷ | ۶ | سوال | دوازدهم | آسانسور | و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |

آسانسور

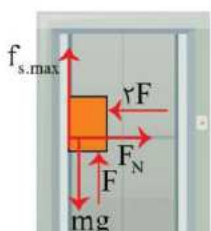
در مسائلی که در آن جسم A نسبت به جسم B در حال سکون بوده و جسم B در حرکت می‌باشد، جسم A به‌همراه جسم B در حرکت بوده و دارای همان ویژگی‌های حرکتی نظیر سرعت و شتاب می‌باشد بعنوان مثال کتابی که در داخل یک آسانسور بر روی دیوار آن ساکن نگه داشته شده است با همان شتاب آسانسور حرکت می‌کند.

پایه تشریحی

دو حالت بیان شده در تست را جداگانه بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اندازه شتاب آسانسور $\frac{m}{s^2} 2$ و کتاب در آستانه لغزش به سمت پایین است؛ در این حالت اصطکاک در آستانه حرکت وارد بر کتاب به سمت بالا

می‌باشد، بنابراین:



⊕ ↑

$$F_{\text{net},x} = 0 \rightarrow F_N - 2F = 0 \rightarrow F_N = 2F$$

$$F_{\text{net},y} = ma \rightarrow F + f_{s,\text{max}} - mg = ma \rightarrow$$

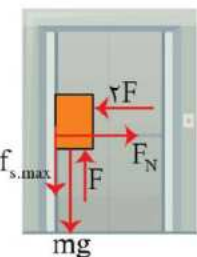
$$F + \mu_s F_N - mg = ma \rightarrow F + \mu_s (2F) = mg + ma$$

$$(1 + 2\mu_s)F = m(g + a) \xrightarrow{(a < g)} (1 + 2\mu_s)F = m(10 - 2)$$

$$\rightarrow (1 + 2\mu_s)F = 8m \quad \text{(I)}$$

حالت دوم: اندازه شتاب آسانسور $\frac{m}{s^2} 8$ و کتاب در آستانه لغزش به سمت بالا می‌باشد، در این حالت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت وارد بر کتاب به سمت

پایین می‌باشد، در نتیجه:



⊕ ↑

$$F_{\text{net},x} = 0 \rightarrow F_N - 2F = 0 \rightarrow F_N = 2F$$

$$F_{\text{net},y} = ma' \rightarrow F - f_{s,\text{max}} - mg = ma' \rightarrow$$

$$F - \mu_s F_N - mg = ma' \rightarrow F - \mu_s (2F) = mg + ma' \rightarrow$$

$$(1 - 2\mu_s)F = m(g + a') \xrightarrow{(a' < g)} (1 - 2\mu_s)F = m(10 - 8)$$

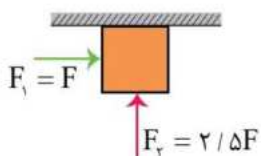
$$\rightarrow (1 - 2\mu_s)F = 2m \quad \text{(II)}$$

از تقسیم رابطه (I) بر (II) داریم:

$$\frac{1 + 2\mu_s}{1 - 2\mu_s} = 4 \rightarrow 1 + 2\mu_s = 4 - 8\mu_s \rightarrow 10\mu_s = 3 \rightarrow \mu_s = 3/10$$

گروه آموزشی ماز

113- در شکل زیر، جسم در راستای افقی آستانه حرکت است. اگر نیروی F_1 ، ۲۵ درصد افزایش پیدا کند، جسم در راستای افقی با چه شتابی بر حسب متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌کند؟ ($\mu_s = 0.8$ و $\mu_k = 0.6$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



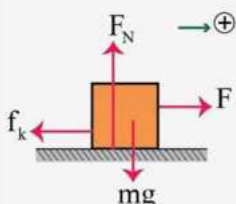
- ۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهوم | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|------------|-------|----------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | | | | | |

اصطکاک

نیروی اصطکاک جنبشی: هرگاه جسمی بر روی یک سطح حرکت کند، از طرف سطح نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود که به آن نیروی اصطکاک جنبشی می‌گویند و آن را با نماد f_k نشان می‌دهند:

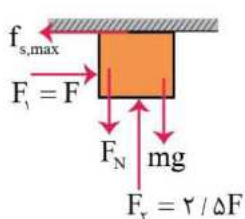


$$f_k = \mu_k F_N$$

در رابطه بالا μ_k ضریب اصطکاک جنبشی است.

پاسخ تشریحی:

گام اول: در شکل داده شده، جسم در راستای افقی در آستانه حرکت است. بنابراین نیروی اصطکاک در آستانه حرکت وارد بر آن، در خلاف جهت نیروی F_1 است، در نتیجه:



$$F_{net,x} = 0 \rightarrow F_1 - f_{s,max} = 0 \rightarrow$$

$$F - f_{s,max} = 0 \rightarrow f_{s,max} = F \rightarrow$$

$$\mu_s F_N = F \rightarrow 0.8 F_N = F \rightarrow F_N = 1/25 F \quad (I)$$

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_2 - mg - F_N = 0 \rightarrow \quad (II)$$

$$2/5 F - mg - 1/25 F = 0 \rightarrow 1/25 F = mg \rightarrow F = 0.8 mg \quad (II)$$

گام دوم: با افزایش ۲۵ درصدی نیروی F_1 ، جسم در راستای افقی، با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، بنابراین:

$$F'_1 = F_1 + \frac{25}{100} F_1 = 1/25 F_1 = 1/25 F$$

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_2 - mg - F_N = 0 \rightarrow$$

$$F_N = F_2 - mg = 2/5 F - mg \quad (II)$$

$$F_N = 2/5 \times (0.8 mg) - mg = 2mg - mg \rightarrow$$

$$F_N = mg \quad (III)$$

$$F_{net,x} = ma \rightarrow F'_1 - f_k = ma \rightarrow 1/25 F - \mu_k F_N = ma \quad (III)$$

$$1/25 F - \mu_k (mg) = ma \rightarrow 1/25 \times (0.8 mg) - 0.6 mg = ma \rightarrow$$

$$mg - 0.6 mg = ma \rightarrow 0.4 mg = ma \rightarrow a = 0.4 g = 0.4 \times 10 = 4 \frac{m}{s^2}$$

اگر...

در تست فوق، اگر نیروی F_1 را تغییر ندهیم، نیروی F_2 را چند درصد کاهش دهیم تا جسم در راستای افقی با شتاب $6 \frac{m}{s^2}$ حرکت کند؟

جواب: ۲۵ درصد

گروه آموزشی ماز

- 114 - جسمی به جرم 1 kg را در لحظه $t=0$ بر روی سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن 0.4 است با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌کنیم. پس از آن که جسم مسافت 8 متر را پیمود نیروی افقی F را در خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌کنیم. اگر در لحظه $t=2\text{ s}$ جسم متوقف شود، مقدار F بر حسب نیوتون کدام است؟ ($g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

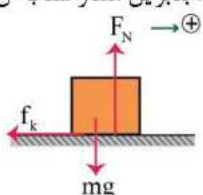
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۸ | ۸ | ۹ | سؤال | دوازدهم | اصطکاک | و ترکیب | ۱۵ | فصل اول دوازدهم | سختی | متوسط |

اصطکاک

کمیتی که در حرکت‌شناسی و دینامیک مشترک است، شتاب می‌باشد، بنابراین برای حل مسائلی که ترکیبی از حرکت‌شناسی و دینامیک است، در ابتدا باید با استفاده از داده‌های یکی مثلاً حرکت‌شناسی، شتاب را محاسبه کرده و سپس با استفاده از آن خواسته مسئله در دینامیک را محاسبه کنیم و بالعکس.

پاسخ تشریحی

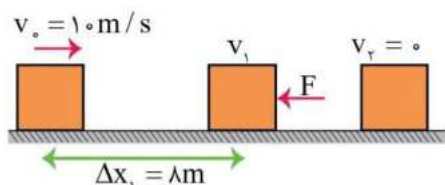
گام اول: با پرتاب جسم بر روی سطح افقی، تنها نیرویی که در راستای افقی بر آن وارد می‌شود، نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین مقدار شتاب آن برابر است با:



$$-f_k = ma_1 \rightarrow -\mu_k F_N = ma_1 \rightarrow -\mu_k (mg) = ma_1 \rightarrow$$

$$a_1 = -\mu_k g = -0.4 \times 10 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم: مطابق شکل زیر، تندی اولیه جسم، $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و تندی آن پس از پیمودن مسافت 8 m برابر v_1 است و با اعمال نیروی F در خلاف جهت حرکت آن، در لحظه $t=2\text{ s}$ جسم متوقف و سرعت آن صفر می‌شود؛ با فرض اینکه a_1 شتاب در مرحله اول حرکت و a_2 شتاب متحرک پس از اعمال نیروی F باشد، داریم:



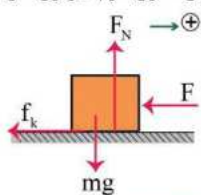
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \rightarrow v_1^2 - (10)^2 = 2(-4) \times 8 \rightarrow v_1^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = a_1 \Delta t_1 + v_0 \rightarrow 6 = -4 \Delta t_1 + 10 \rightarrow 4 \Delta t_1 = 4 \rightarrow \Delta t_1 = 1\text{ s}$$

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = 2 \rightarrow \Delta t_2 = 2 - \Delta t_1 = 2 - 1 = 1\text{ s}$$

$$v_2 = a_2 \Delta t_2 + v_1 \rightarrow 0 = a_2 \times 1 + 6 \rightarrow a_2 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام سوم: در مرحله دوم از حرکت جسم، دو نیروی F و اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت بر آن وارد می‌شود، بنابراین مطابق قانون دوم نیوتون داریم:



$$-F - f_k = ma_2 \rightarrow -F - \mu_k mg = ma_2 \rightarrow$$

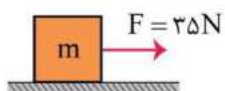
$$-F - 0.4 \times 10 \times 10 = 1 \times (-6) \rightarrow$$

$$-F - 4 = -6 \rightarrow F = 6 - 4 = 2\text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

- 115 - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m با نیروی افقی و ثابت $F=25\text{ N}$ بر روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر شتاب حرکت جسم $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و نیرویی

که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود 25 N باشد، جرم جسم چند کیلوگرم است؟ ($g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\mu_k < 1$)



۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

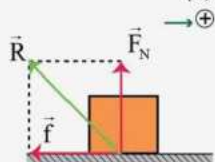
۲/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۶ | ۷ | سؤال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | ۱۵ | ۱۵ | سختی | متوسط |

نیروی سطح

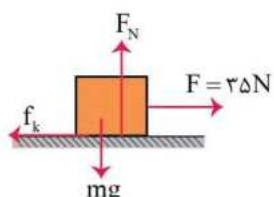
نیروی تکیه‌گاه: سطح یا تکیه‌گاهی که جسم روی آن ساکن یا در حال حرکت است، دو نیرو به جسم وارد می‌کند: نیروی عمودی سطح \vec{F}_N و نیروی اصطکاک \vec{f} به برآیند این دو نیرو، نیروی سطح یا تکیه‌گاه می‌گویند و آن را با نماد \vec{R} نشان می‌دهند، چون این دو نیرو، همواره بر هم عمودند، داریم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول: با کشیدن جسم به وسیله نیروی افقی و ثابت $F = 35 \text{ N}$ ، جسم با شتاب ثابت بر روی سطح افقی حرکت می‌کند، با فرض اینکه ضریب اصطکاک جنبشی سطح باشد، داریم:



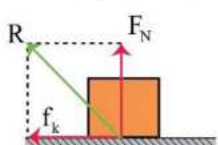
$$F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k F_N = ma \rightarrow$$

$$F - \mu_k mg = ma \rightarrow 35 - \mu_k m \times (10) = m \times 10$$

$$\rightarrow 35 - 10\mu_k m = 10m \rightarrow 10m(1 + \mu_k) = 35$$

$$\rightarrow 2m(1 + \mu_k) = 7 \quad (I)$$

گام دوم: نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود، برآیند دو نیروی عمودی سطح F_N و نیروی اصطکاک جنبشی f_k می‌باشد، بنابراین:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{F_N^2 + (\mu_k F_N)^2} \rightarrow$$

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \rightarrow R = mg \sqrt{1 + \mu_k^2} \rightarrow$$

$$25 = m \times 10 \times \sqrt{1 + \mu_k^2} \rightarrow 2m \sqrt{1 + \mu_k^2} = 5 \quad (II)$$

از تقسیم رابطه (I) بر رابطه (II) داریم:

$$\frac{1 + \mu_k}{\sqrt{1 + \mu_k^2}} = \frac{7}{5} \rightarrow \frac{(1 + \mu_k)^2}{1 + \mu_k^2} = \frac{49}{25} \rightarrow 25(1 + \mu_k^2 + 2\mu_k) = 49(1 + \mu_k^2)$$

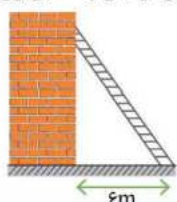
$$\rightarrow 25 + 25\mu_k^2 + 50\mu_k = 49 + 49\mu_k^2 \rightarrow 24\mu_k^2 - 50\mu_k + 24 = 0 \rightarrow$$

$$12\mu_k^2 - 25\mu_k + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} \mu_k = \frac{4}{3} \quad (\text{غ.ق.}) \\ \mu_k = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$(I): 2m(1 + \frac{3}{4}) = 7 \rightarrow 2m \times \frac{7}{4} = 7 \rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

گروه آموزشی ماز

116- مطابق شکل زیر، نردبانی به طول 10 m به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایه آن روی سطح افقی در آستانه سر خوردن است. اگر نیرویی که از طرف سطح افقی بر نردبان وارد می‌شود در راستای نردبان باشد و نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند 150 N باشد، وزن نردبان چند نیوتون است؟

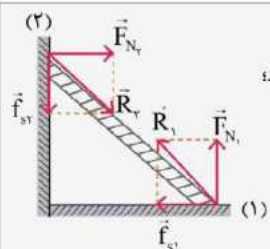


- ۱) ۲۰۰
- ۲) ۲۵۰
- ۳) ۳۰۰
- ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۶ | سوال | دوازدهم | نیروی سطح | و ترکیب | ۵ | ۵ | سختی | متوسط |

نیروی سطح



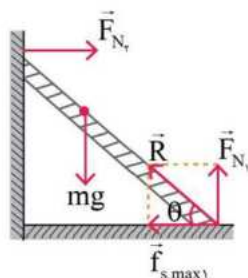
هرگاه جسمی مانند نردبان بر دو سطح متفاوت تکیه داده شده باشد، از طرف هر یک از سطوح بر نردبان نیروی سطح وارد می‌شود؛ بعنوان مثال در شکل مقابل، نردبان بر دو سطح (۱) و (۲) تکیه داده شده است و از طرف این سطوح به ترتیب نیروهای سطح \vec{R}_1 و \vec{R}_2 به نردبان وارد می‌شود.

نکته:

در شکل بالا، دقت کنید که نیروی سطح لزوماً در راستای نردبان نمی‌باشد؛ نیروی سطح (۱) در راستای نردبان نیست ولی نیروی سطح (۲) در راستای نردبان است.

پاسخ تشریحی:

گام اول: از طرف سطح افقی بر نردبان دو نیروی F_{N_1} و $f_{s, \max}$ و از طرف سطح عمودی فقط نیروی F_{N_2} وارد می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای نردبان در راستای افقی و عمودی، داریم:



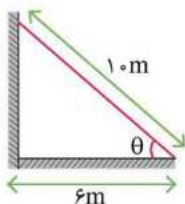
$$F_{\text{net}, x} = 0 \rightarrow F_{N_1} - f_{s, \max} = 0 \rightarrow F_{N_1} = f_{s, \max} \rightarrow$$

$$F_{N_1} = \mu_s F_{N_2} \quad (I)$$

$$F_{\text{net}, y} = 0 \rightarrow F_{N_2} - mg = 0 \rightarrow F_{N_2} = mg \quad (II)$$

$$(I), (II): F_{N_1} = \mu_s mg \rightarrow mg = \frac{F_{N_1}}{\mu_s} \quad (III)$$

گام دوم: تانژانت زاویه‌ای که نردبان با سطح افقی می‌سازد را بدست می‌آوریم:

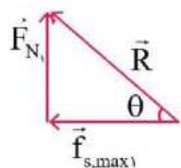


$$\cos \theta = \frac{6}{10} = 0.6 \rightarrow \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - (0.6)^2} \rightarrow$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - 0.36} = \sqrt{0.64} = 0.8$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$$

از طرفی با توجه به مثلث نیروهای شکل زیر و توجه به فرض تست که نیروی سطح \vec{R} در راستای نردبان قرار دارد، داریم:



$$\tan \theta = \frac{F_{N_1}}{f_{s, \max}} = \frac{F_{N_1}}{\mu_s F_{N_2}} = \frac{1}{\mu_s} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{1}{\mu_s} \rightarrow$$

$$\mu_s = \frac{3}{4} \quad (III) \rightarrow W = mg = \frac{F_{N_2}}{\mu_s} = \frac{150}{\frac{3}{4}} = 200 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

117- شعاع سیاره A، ۲ برابر شعاع سیاره B است. اگر شتاب گرانشی در سطح سیاره B برابر شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح سیاره A باشد، ارتفاع h چند برابر شعاع سیاره A است؟ (چگالی سیاره‌های A و B به ترتیب $\frac{5000 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ و $\frac{2500 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ می‌باشد)

۲ (۴)

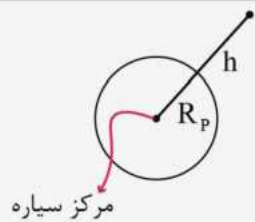
۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | شتاب گرانشی | و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |



شتاب گرانشی: شتاب گرانشی یک سیاره در نقطه‌ای که به فاصله h از سطح آن قرار دارد، برابر است با:

$$g = \frac{GM_p}{r^2} = \frac{GM_p}{(R_p + h)^2}$$

در رابطه بالا M_p جرم سیاره و R_p شعاع سیاره است.

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به چگالی‌های داده شده برای سیاره‌ها داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{V_B}{V_A} \quad (V = \frac{4}{3}\pi R^3) \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \quad (R_A = 2R_B) \rightarrow$$

$$\frac{5000}{2500} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \rightarrow 2 = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{1}{8} \rightarrow \frac{M_A}{M_B} = 16$$

گام دوم: شتاب گرانشی در سطح سیاره B برابر شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح سیاره A است، بنابراین:

$$g_B = (g_A)_h \rightarrow \frac{GM_B}{R_B^2} = \frac{GM_A}{(R_A + h)^2} \rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \left(\frac{R_A + h}{R_B}\right)^2 \rightarrow$$

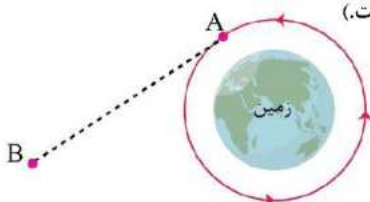
$$16 = \left(\frac{R_A + h}{R_B}\right)^2 \rightarrow 4 = \frac{R_A + h}{R_B} \rightarrow 4 = \frac{R_A + h}{\frac{1}{2}R_A} \rightarrow 2R_A = R_A + h \rightarrow h = R_A$$

گروه آموزشی ماز

118- مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای در مسیر دایره‌ای به دور زمین در چرخش است. این ماهواره در لحظه t و در نقطه A به صورت مماس بر مسیر، از مسیر

دایره‌ای خود خارج شده و پس از پیمودن مسیر مستقیم به طول $\frac{\sqrt{21}}{9} R_e$ به نقطه B می‌رسد. اگر شتاب گرانشی در نقطه A برابر $0.81g$ باشد،

شتاب گرانشی در نقطه B چند برابر g است؟ (g، شتاب گرانشی در سطح زمین و R_e شعاع زمین است.)



۱) ۰/۵

۲) ۸۱

۳) ۱۲۱

۴) ۰/۷

۵) ۸۱

۶) ۱۴۴

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|-------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه از ۱۰۰ | ۶ | ۸ | ۷ | سؤال | دوازدهم | شتاب گرانشی | و ترکیب | | | سختی | متوسط |

پاسخ تشریحی:

گام اول: با فرض اینکه ارتفاع نقطه A از سطح زمین برابر h باشد، داریم:

$$g_A = 0.81g \rightarrow \frac{g_A}{g} = 0.81 \xrightarrow{(g = G\frac{M}{r^2})} \frac{g_A}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \rightarrow 0.81 = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{R_e}{R_e + h} = 0.9 \rightarrow R_e = 0.9R_e + 0.9h \rightarrow 0.1R_e = 0.9h \rightarrow h = \frac{1}{9}R_e$$

گام دوم: خط AB در نقطه A بر مسیر دایره‌ای مماس است، بنابراین خط AB بر شعاع دایره در نقطه A عمود است.

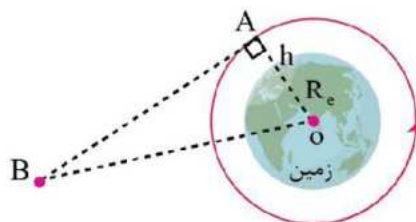
$$\Delta OAB: \overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB} \rightarrow$$

$$\overline{OB} = (R_e + h) \hat{r} + \left(\frac{\sqrt{21}}{9} R_e \right) \hat{r} \xrightarrow{(h = \frac{1}{9} R_e)}$$

$$\overline{OB} = (R_e + \frac{1}{9} R_e) \hat{r} + \frac{\sqrt{21}}{9} R_e \hat{r} \rightarrow$$

$$\overline{OB} = \frac{10}{9} R_e \hat{r} + \frac{\sqrt{21}}{9} R_e \hat{r} = \frac{\sqrt{121}}{9} R_e \hat{r} \rightarrow$$

$$\overline{OB} = \frac{11}{9} R_e$$

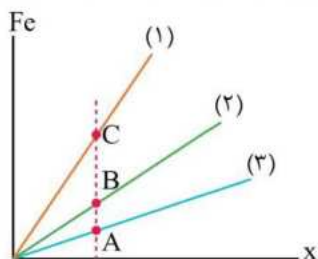


گام سوم: شتاب گرانشی در نقطه B را بر حسب شتاب گرانشی در سطح زمین بدست می آوریم:

$$\frac{g_B}{g} = \left(\frac{R_e}{\overline{OB}} \right)^2 \rightarrow \frac{g_B}{g} = \left(\frac{R_e}{\frac{11}{9} R_e} \right)^2 = \left(\frac{9}{11} \right)^2 = \frac{81}{121}$$

گروه آموزشی ماز

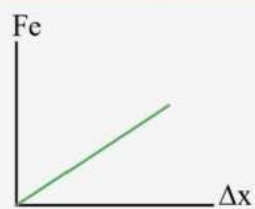
119- شکل زیر، تغییرات نیروی کشسانی سه فنر را بر حسب تغییر طول آن‌ها نشان می‌دهد. اگر ثابت فنر (۱)، ۳ برابر ثابت فنر (۳) باشد، ثابت فنر (۲) چند برابر ثابت فنر (۳) است؟ (فاصله BC، ۲ برابر فاصله AB است).



- (۱) $\frac{5}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | معیشت | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۶ | ۷ | سوال | دوازدهم | فنر | و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |



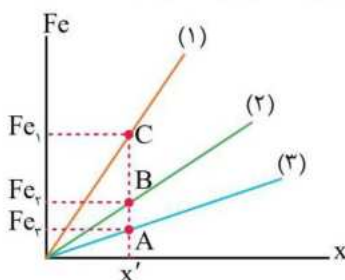
درسنامه:

نیروی کشسانی فنر: هرگاه جسمی به یک فنر نیرو وارد کند، فنر نیرویی در خلاف جهت آن به جسم وارد می‌کند تا دوباره به حالت عادی‌اش برگردد، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر می‌گویند. در نمودار مقابل، شیب نمودار برابر ثابت فنر k می‌باشد:

$$F_e = k\Delta x$$

پایه تشریحی:

مطابق نمودار زیر، با اعمال نیروهای F_{e1} به فنر (۱)، F_{e2} به فنر (۲) و F_{e3} به فنر (۳) تغییر طول فنرها یکسان و برابر x' می‌شود، بنابراین:



$$\begin{cases} F_{e1} = k_1 x' \\ F_{e2} = k_2 x' \\ F_{e3} = k_3 x' \end{cases}$$

$$\frac{F_{e1}}{F_{e3}} = \frac{k_1 x'}{k_3 x'} = \frac{k_1}{k_3} = 3 \rightarrow F_{e1} = 3 F_{e3} \quad (I)$$

از طرفی اندازه BC، ۲ برابر اندازه AB است، بنابراین:

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \overline{AB} \rightarrow F_{e_1} - F_{e_r} = 2(F_{e_r} - F_{e_r}) \rightarrow F_{e_1} - F_{e_r} = 2F_{e_r} - 2F_{e_r} \\ \rightarrow F_{e_1} &= 2F_{e_r} - 2F_{e_r} \xrightarrow{(I)} 2F_{e_r} = 2F_{e_r} - 2F_{e_r} \rightarrow \Delta F_{e_r} = 2F_{e_r} \rightarrow \\ \frac{F_{e_r}}{F_{e_r}} &= \frac{\Delta}{2} \rightarrow \frac{k_2 x'}{k_2 x'} = \frac{\Delta}{2} \rightarrow \frac{k_2}{k_2} = \frac{\Delta}{2} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

120- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم 2 kg به فنری با ثابت $100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ متصل شده و در داخل آسانسور ساکنی به حال تعادل قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت کندشونده به سمت پایین در حال حرکت باشد، طول فنر نسبت به حالتی که آسانسور ساکن است چند سانتی‌متر و چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۲، افزایش
- (۲) ۲، کاهش
- (۳) ۴، افزایش
- (۴) ۴، کاهش

پاسخ: گزینه ۴

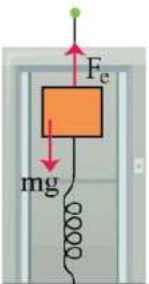
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | موزن |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سوال | دوازدهم | آسانسور | و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |

درسنامه:

هرگاه جسمی به فنر متصل باشد و مجموعه جسم و فنر در راستای قائم حرکت کنند، برای تعیین شتاب حرکت جسم، کافی است تا پس از تعیین جهت مثبت، قانون دوم نیوتون را برای راستای قائم بنویسیم؛ بعنوان مثال با فرض اینکه جهت رو به بالا، مثبت باشد، داریم:

$$F_e - mg = ma \rightarrow kx = m(g + a)$$

پایه تشریحی:

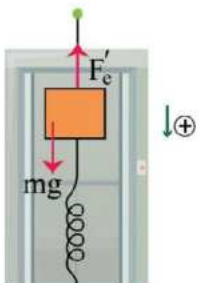


مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: آسانسور ساکن است؛ با فرض اینکه x_1 طول فنر در این حالت باشد، مطابق شکل زیر، داریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}, y} &= 0 \rightarrow F_e - mg = 0 \rightarrow \\ F_e - 2 \times 10 &= 0 \rightarrow F_e = 20 \text{ N} \rightarrow \\ k(x_1 - x_1) &= 20 \rightarrow x_1 - x_1 = \frac{20}{100} \rightarrow \\ x_1 - x_1 &= 0 / 2 \quad (I) \end{aligned}$$

حالت دوم: آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت کندشونده به سمت پایین در حال حرکت است؛ با فرض اینکه طول فنر در این حالت x'_1 و جهت رو به پایین مثبت باشد، قانون دوم نیوتون را در راستای قائم می‌نویسیم:



$$\begin{aligned} mg - F'_e &= ma \rightarrow \\ 20 - F'_e &= 2 \times (-\frac{2}{3}) \rightarrow F'_e = 24 \text{ N} \rightarrow \\ k(x_1 - x'_1) &= 24 \rightarrow x_1 - x'_1 = \frac{24}{100} \rightarrow \\ x_1 - x'_1 &= 0 / 24 \quad (II) \end{aligned}$$

با کم کردن طرفین رابطه‌های (I) و (II) از یکدیگر، داریم:

$$(x_2 - x'_1) - (x_2 - x_1) = 0.24 - 0.2 = 0.04 \rightarrow$$

$$x_1 - x'_1 = 0.04 \Rightarrow x'_1 - x_1 = -0.04 \text{ m} = -4 \text{ cm}$$

بعبارت دیگر طول فنر در حال حرکت آسانسور به مقدار 4 cm کمتر از طول آن در حال سکون آسانسور است.

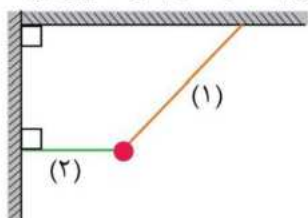
اگر...

در تست بالا، اگر آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت کند برای خواسته تست چه مقداری بدست می‌آید؟

جواب: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

121- در شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 400 g به دو نخ بدون جرم متصل و در حال تعادل قرار دارد و نیروی کشش نخ (۱) به مقدار 2 N بزرگ‌تر از نیروی کشش نخ (۲) است. اگر نخ (۲) پاره شود، پس از برقراری تعادل، نیروی کشش نخ (۱) نسبت به حالت قبل از آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

(۱)، کاهش ۲۰

(۲)، افزایش ۲۰

(۳)، کاهش ۲۵

(۴)، افزایش ۲۵

پاسخ: گزینه ۱

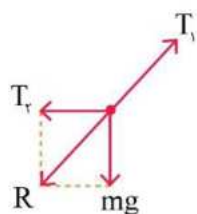
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۱ | ۱ | ۱ | سوال | دوازدهم | نیروی کشش نخ | و ترکیب | | | سه | متوسط |

درسنامه:

نیروی کشش نخ: هرگاه نخ یا طناب سبکی از دو سمت کشیده شود، نیرویی در آن ظاهر می‌شود که به آن نیروی کشش نخ می‌گویند. برای تعیین جهت نیروی کشش در یک نقطه کافی است تا نخ را در آن نقطه برش دهیم و سپس وضعیت جدید دستگاه را مورد ارزیابی قرار دهیم. بعنوان مثال در شکل مقابل، جهت نیروی کشش نخ به سمت بالاست چرا که با برش نخ، وزنه سقوط می‌کند و برای اینکه سقوط نکند باید نیروی کشش به جسم روبه بالا وارد شود.

پایه تخصصی

گام اول: در ابتدا جهت نیروی کشش نخ‌های (۱) و (۲) را که به گلوله اعمال می‌شود، تعیین می‌کنیم؛ نیروی کشش T_2 و نیروی وزن بر یکدیگر عمودند و برآیند آن‌ها برابر نیروی کشش T_1 و در خلاف جهت آن است چرا که گلوله در حالت تعادل قرار دارد:



$$R = \sqrt{T_2^2 + m^2 g^2} \rightarrow T_1 = \sqrt{T_2^2 + m^2 g^2} \rightarrow$$

$$T_1^2 = T_2^2 + m^2 g^2 \rightarrow T_1^2 - T_2^2 = m^2 g^2 \rightarrow$$

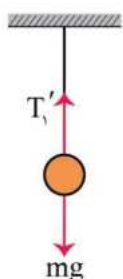
$$(T_1 - T_2)(T_1 + T_2) = (mg)^2 \xrightarrow{\text{فرض تست}} 2 \times (T_1 + T_2) = (0.4 \times 10)^2 \rightarrow$$

$$T_1 + T_2 = 8$$

$$(T_1 - T_2) = 2 \quad (\text{فرض تست})$$

از حل دو معادله دو مجهول بالا، داریم:

$$T_1 = 5 \text{ N}, T_2 = 3 \text{ N}$$



گام دوم: پس از پاره شدن نخ (۲) و برقراری تعادل، مطابق شکل زیر، داریم:

$$T_1' = mg = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

و در پایان درصد تغییرات نیروی کشش نخ (۱)، برابر است با:

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} \times 100 = \frac{4 - 5}{5} \times 100 = -\frac{1}{5} \times 100 = -20\%$$

گروه آموزشی ماز

122- به یک وزنه ۱ کیلوگرمی که روی سطح زمین قرار دارد نخ بسته و به نخ نیروی رو به بالای T را وارد می‌کنیم و وزنه را تا ارتفاع h بالا می‌بریم. پس از توقف کوتاه، با اعمال نیروی رو به بالای $\frac{T}{3}$ به نخ، وزنه را از ارتفاع h به زمین انتقال می‌دهیم. اگر مدت زمان لازم برای این جابجایی‌ها به ترتیب ۲s

و $2\sqrt{2}$ s باشد، h چند متر است؟ $g = 10 \frac{N}{kg}$ و اثر مقاومت هوا ناچیز است.

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

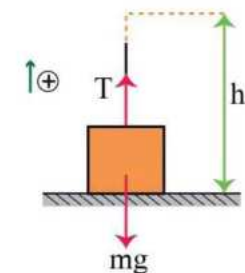
| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان سختی |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|--------------|-------------------|-------------------|----------------------|-----------|------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۸ | ۸ | سؤال | دوازدهم | نیروی کشش نخ | حرکت با شتاب ثابت | فصل اول دوازدهم | فصل اول دوازدهم | سختی | سختی |

نیروی کشش نخ

هرگاه جسمی به نخ متصل باشد و جسم به وسیله نیروی کشش نخ، در راستای قائم حرکت کند، برای تعیین شتاب حرکت جسم، کافی است تا پس از تعیین جهت مثبت، قانون دوم نیوتون را در راستای قائم بنویسیم، مثال:

$$mg - T = ma$$

پایه هفتم و نهم

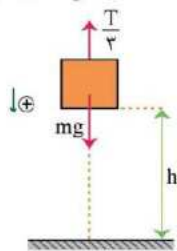


مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: وزنه با استفاده از نیروی رو به بالای T که به نخ وارد می‌شود تا ارتفاع h بالا آورده می‌شود. در این حالت با فرض اینکه شتاب حرکت جسم و a مدت زمان لازم برای این جابجایی باشد، داریم:

$$\begin{cases} T - mg = ma \\ h = \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

حالت دوم: وزنه با استفاده از نیروی رو به بالای $\frac{T}{3}$ که به نخ وارد می‌شود از ارتفاع h به زمین انتقال داده می‌شود، با فرض اینکه شتاب حرکت جسم و a' مدت زمان لازم برای این جابجایی باشد، خواهیم داشت:



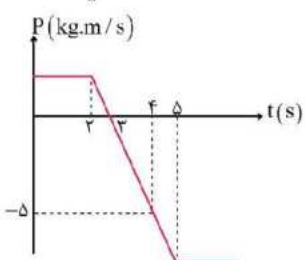
$$\begin{cases} mg - \frac{T}{3} = ma' \\ h = \frac{1}{2}a't'^2 \end{cases}$$

با توجه به روابط پدست آمده بالا، داریم:

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a't'^2 \rightarrow \frac{a}{a'} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \rightarrow \frac{a}{a'} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \\ \frac{T - mg}{mg - \frac{T}{3}} &= \frac{ma}{ma'} \rightarrow \frac{T - mg}{mg - \frac{T}{3}} = \frac{a}{a'} = 2 \rightarrow T - mg = 2\left(mg - \frac{T}{3}\right) \\ T - mg &= 2mg - \frac{2T}{3} \rightarrow \frac{\Delta T}{3} = 2mg \rightarrow T = \frac{9}{\Delta}mg = \frac{9 \times 1 \times 10}{5} = 18 \text{ N} \\ T - mg &= ma \rightarrow 18 - 1 \times 10 = 1 \times a \rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2} \\ h &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times (2)^2 = 16 \text{ m} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

123- نمودار تکانه - زمان جسمی که بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط جسم در ۵ ثانیه اول حرکت $\frac{2m}{s}$ باشد،



اندازه نیروی متوسطی که در بازه زمانی $t=0$ تا $t=4s$ بر جسم وارد می شود، چند نیوتون است؟

- ۱/۵ (۱)
۲ (۲)
۲/۵ (۳)
۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۶ | سؤال | دوازدهم | تکانه | پیش نیاز و ترکیب | تست | مفاهیم قابل ترکیب با | سختی | ساده |

تکانه

تکانه: به حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن تکانه می گویند و آن را با نماد \vec{p} نشان می دهند:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

بیان تکانه ای قانون دوم نیوتون: نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با تغییرات تکانه آن جسم نسبت به زمان.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

پاسخ تشریحی:

$$P = -5t + 10 ; 2s \leq t \leq 5s$$

$$P(t=0) = P(t=2s) = -5(2) + 10 = 0 \frac{kg.m}{s}$$

$$P(t=4s) = -5 \frac{kg.m}{s}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{-5 - 0}{4} = -1.25 N \Rightarrow F_{av} = -1.25 N$$

گروه آموزشی ماز

124- اگر تکانه جسمی ۱۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن $42J$ افزایش می یابد. اگر تکانه این جسم ۱۰ درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی آن چند ژول می شود؟

۱۶۸ (۴)

۱۶۲ (۳)

۸۴ (۲)

۸۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|------------------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | تکانه | پیش نیاز و ترکیب | تست | مفاهیم قابل ترکیب با | سختی | متوسط |

تکانه

با مقایسه رابطه انرژی جنبشی $(K = \frac{1}{2}mv^2)$ و رابطه اندازه تکانه $(p = mv)$ ملاحظه می کنید که هر دو کمیت به جرم و سرعت بستگی دارند و در نتیجه می توان هر دو رابطه را در یک رابطه به صورت زیر قرار داد:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

اثبات:

$$k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}PV \quad \text{یا} \quad k = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}PV \quad \text{یا} \quad \frac{P^2}{2m}$$

$$k = \frac{1}{2} \frac{m^2 V^2}{m} = \frac{P^2}{2m}$$

با فرض اینکه p و K به ترتیب تکانه و انرژی جنبشی جسم باشد، چون با افزایش ۱۰ درصدی تکانه جسم، انرژی جنبشی ۴۲٪ افزایش می‌یابد، داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\left. \begin{aligned} p' &= p + \frac{10}{100}p = 1.1p \\ K' &= K + 42 \end{aligned} \right\} \rightarrow K' = \frac{p'^2}{2m} \rightarrow K + 42 = \frac{(1.1p)^2}{2m} \rightarrow$$

$$K + 42 = \frac{1.21p^2}{2m} \rightarrow K + 42 = 1.21K \rightarrow$$

$$0.21K = 42 \rightarrow K = 200 \text{ J}$$

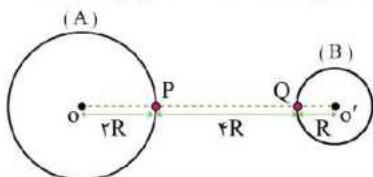
بنابراین چنانچه تکانه جسم ۱۰ درصد کاهش یابد، خواهیم داشت:

$$p'' = p - \frac{10}{100}p = 0.9p$$

$$K'' = \frac{(p'')^2}{2m} = \frac{(0.9p)^2}{2m} = 0.81K = 0.81 \times 200 = 162 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

125- در شکل زیر، جسمی به جرم m_1 در نقطه P و جسمی به جرم m_2 در نقطه Q قرار دارد. اگر نیرویی که سیاره A بر جسم به جرم m_2 وارد می‌کند ۲ برابر نیرویی باشد که سیاره B بر جسم به جرم m_1 وارد می‌کند، نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ کدام است؟ (جرم سیاره A ، $\frac{3}{6}$ برابر جرم سیاره B است.)



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------------|----------|-------------------|----------------------|---------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۸ | ۸ | ۸ | سؤال | دوازدهم | قانون گرانش عمومی | و ترکیب | | | استحسان | سطح |

قانون گرانش عمومی

قانون گرانش عمومی: هرگاه دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 در فاصله r از یکدیگر باشند، نیروی جاذبه F را به یکدیگر وارد می‌کنند که اندازه این نیرو با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها نسبت عکس دارد:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

نکته:

در رابطه بالا r فاصله مرکز جرم‌ها از یکدیگر است؛ بعنوان مثال برای محاسبه نیروی گرانشی دو سیاره که بر یکدیگر وارد می‌کنند r فاصله مراکز دو سیاره از یکدیگر است:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

گام اول: فاصله جسم به جرم m_2 از مرکز سیاره A برابر است با:

$$r_{OQ} = R_A + \overline{PQ} = 2R + 4R = 6R$$

و در نتیجه نیرویی که سیاره A بر جسم به جرم m_2 وارد می کند، برابر است با:

$$F = G \frac{M_A m_2}{r_{OQ}^2} = \frac{GM_A m_2}{(\epsilon R)^2} = \frac{1}{\epsilon^2} \frac{GM_A m_2}{R^2}$$

گام دوم: فاصله جسم به جرم m_1 از مرکز سیاره B برابر است با:

$$r_{OP} = R_B + \overline{PQ} = R + \epsilon R = \Delta R$$

بنابراین نیرویی که سیاره B بر جسم به جرم m_1 وارد می کند، برابر است با:

$$F' = G \frac{M_B m_1}{r_{OP}^2} = \frac{GM_B m_1}{(\Delta R)^2} = \frac{1}{\Delta^2} \frac{GM_B m_1}{R^2}$$

گام سوم: مطابق فرض تست، نیروی F ، برابر نیروی F' است، پس:

$$\begin{aligned} F = \epsilon F' &\rightarrow \frac{1}{\epsilon^2} \frac{GM_A m_2}{R^2} = \epsilon \times \frac{1}{\Delta^2} \frac{GM_B m_1}{R^2} \rightarrow \\ \frac{1}{\epsilon^2} M_A m_2 &= \frac{\epsilon}{\Delta^2} M_B m_1 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta^2}{\epsilon \times \epsilon^2} \times \frac{M_A}{M_B} \\ \frac{(M_A = \epsilon/\epsilon M_B)}{m_2} &\rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta^2}{\epsilon \times \epsilon^2} \times \epsilon/\epsilon = \frac{\Delta^2}{\epsilon \times 10} = \frac{5}{4} = 1/25 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

126- دو نیروی افقی با اندازه‌های F_1 و F_2 بر جسمی به جرم m وارد می شوند و پیشینه و کمینه شتابی که این دو نیرو می توانند به جسم بدهند به ترتیب $17a$ و $7a$ می باشد. اگر این دو نیرو عمود بر هم به جسم وارد شوند شتاب حرکت جسم کدام خواهد شد؟ (از نیروی اصطکاک صرف نظر شود)

۱۳a (۴)

۷a (۳)

۳a (۲)

a (۱)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|------------------|------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۱ | ۱ | ۷ | سؤال | دوازدهم | قانون دوم نیوتون | ترکیب | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | متوسط |

قانون دوم نیوتن:

اگر نیروهای وارد بر یک جسم متوازن نباشند و نیروی خالصی بر جسم وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

نکته

هرگاه دو نیروی F_1 و F_2 به جسمی وارد شوند داریم:

۱) هم جهت $F_1, F_2 \Rightarrow F_{max} = F_1 + F_2$

۲) مختلف جهت $F_1, F_2 \Rightarrow F_{min} = |F_1 - F_2|$

۳) عمود بر هم $F_1, F_2 \Rightarrow F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

مثال: ؟

نیروی F به جرم m کیلوگرم شتاب $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ و به جرم $(m + \Delta)$ کیلوگرم شتاب $\frac{m}{s^2}$ می‌دهد، m چند کیلوگرم است؟

- پاسخ: گزینه ۳
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۸

$$F = ma \rightarrow \begin{cases} F = \frac{1}{2}m \\ F = (m + \Delta) \times \frac{m}{s^2} \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2}m = (m + \Delta) \times \frac{m}{s^2} \rightarrow \frac{1}{2}m = m + \Delta$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}m = \Delta \rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

پاسخ تشریحی:

با فرض اینکه $F_1 > F_2$ باشد داریم:

$$\begin{cases} a_{\max} = \frac{F_1 + F_2}{m} \\ a_{\min} = \frac{F_1 - F_2}{m} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_1 + F_2 = \frac{1}{2}ma \\ F_1 - F_2 = ma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{1}{4}ma \\ F_2 = \frac{1}{2}ma \end{cases}$$

اگر F_1 و F_2 عمود بر هم به جسم وارد شوند خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(\frac{1}{4}ma)^2 + (\frac{1}{2}ma)^2} = \frac{1}{2}ma$$

$$a' = \frac{1}{2}ma \rightarrow a' = \frac{1}{2}a$$

گروه آموزشی ماز

127- گلوله‌ای به جرم m به صورت قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت بوده و اندازه شتاب گلوله هنگام بالا رفتن

$\frac{12}{5} \frac{m}{s^2}$ باشد، اندازه شتاب گلوله هنگام پائین آمدن چند متر بر مربع ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شداشه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میران |
|------------|--------|----------|--------|-------|---------|-------------------|------------------|-------------------|----------------------|--------|-------|
| درجه از ۱۰ | ۶ | ۷ | ۶ | سوال | دوازدهم | نیروی مقاومت شاره | و ترکیب | | | سه‌گتی | متوسط |

نیروی مقاومت شاره:

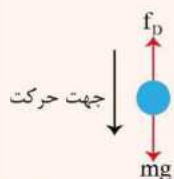
وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم، به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند و معمولاً آن را با f_D نشان می‌دهند اگر جسم در هوا حرکت کند به این نیرو، نیروی مقاومت هوا گفته می‌شود.

نکات طلایی

نکته: نیروی مقاومت شاره به بزرگی جسم، تندی آن و ... بستگی دارد.
نکته: هرچه تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بیشتر خواهد بود.

مثال: ؟

گلوله‌ای به جرم m را از بالای برجی رها می‌کنیم با فرض اینکه نیروی مقاومت هوا در طی حرکت گلوله ثابت و برابر f_D باشد، شتاب حرکت گوی را به دست آورید.

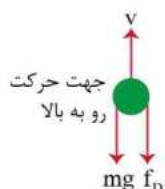


$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

پاسخ تشریحی:

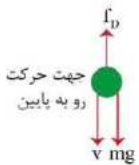
هنگام بالا رفتن گلوله داریم:



$$F_{\text{net}} = mg + f_D = ma$$

$$\rightarrow 10m + f_D = \frac{1}{2}m \rightarrow f_D = \frac{1}{2}m$$

حال هنگام پائین آمدن گلوله داریم:



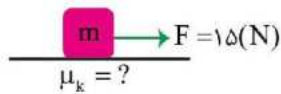
$$F_{\text{net}} = mg - f_D = ma'$$

$$\rightarrow 10m - 2m = ma' \rightarrow 8m = ma' \rightarrow a' = 8 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

گروه آموزشی ماز

128- مطابق شکل به جسمی به جرم 5 kg که روی سطح افقی ساکن است نیروی افقی $F = 15 \text{ (N)}$ وارد می‌کنیم، سرعت جسم پس از طی مسافت ۲۵

متر به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۰/۲ (۲)

۰/۳ (۴)

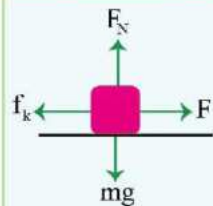
۰/۱ (۱)

۰/۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | معماری | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|--------|--------|-------|---------|--------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۱ | ۱ | ۱ | سوال | دوازدهم | اصطکاک | و ترکیب | ۵ | ۵ | متوسط | متوسط |

نکته:



اگر جسم روی سطح افقی در حال حرکت باشد نیروی اصطکاک جنبشی f_k در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود که داریم:

$$\left. \begin{aligned} f_k &= \mu_k F_N \\ F_N &= mg \end{aligned} \right\} \rightarrow f_k = \mu_k mg$$

$$F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

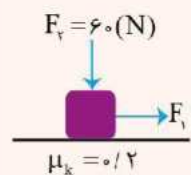
نکته:

هرگاه جسم با شتاب a در حال حرکت باشد، می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

مثال:



در شکل زیر، وزنه ۴ کیلوگرمی بر اثر نیروهای وارد شده به آن با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر نیروی قائم F_T را حذف کنیم،

شتاب حرکت وزنه چند $\frac{m}{s^2}$ می‌شود؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$$a = 0 \rightarrow F_{\text{net}} = 0 \rightarrow F_T - f_{k_1} = 0 \rightarrow F_T = f_{k_1} \quad (1)$$

$$f_{k_1} = (mg + F_T)\mu_k = (40 + 40) \times 0.2 = 20 \rightarrow f_{k_1} = 20 \text{ N} \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{\rightarrow F_T = 20 \text{ (N)}}$$

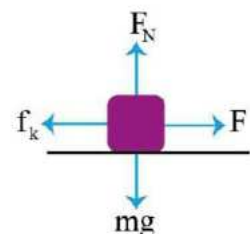
با حذف F_T خواهیم داشت:

$$f_{k_2} = \mu_k mg = 0.2 \times 40 = 8 \text{ (N)}$$

$$F_T - f_{k_2} = ma \rightarrow 20 - 8 = 4a \rightarrow 4a = 12 \rightarrow a = 3 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

پاسخ: ۳ متر بر ثانیه

بعد از حرکت جسم، چون شتاب حرکت شتاب ثابت است (چرا؟)، می‌توان نوشت:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

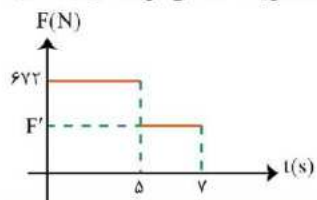
$$10^2 - 0 = 2a \times 25 \rightarrow a = 2 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$F - f_k = ma \rightarrow 15 - \mu_k mg = ma$$

$$\rightarrow 15 - 5 \cdot \mu_k = 5 \times 2 = 10 \rightarrow 5 \cdot \mu_k = 5 \rightarrow \mu_k = 0.1$$

گروه آموزشی ماز

129- شخصی به جرم 60 kg درون آسانسور ساکنی روی یک ترازوی فنری ایستاده است. از شروع حرکت آسانسور به سمت بالا، تا لحظه‌ای که می‌ایستد، نمودار عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد برحسب زمان مطابق شکل زیر است. از لحظه شروع حرکت آسانسور تا لحظه‌ای توقف $(t = \gamma(s))$.



آسانسور چند متر را طی می‌کند و F' چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

۱) $420(\text{N})$ ، $21(\text{m})$

۲) $540(\text{N})$ ، $21(\text{m})$

۳) $420(\text{N})$ ، $42(\text{m})$

۴) $540(\text{N})$ ، $42(\text{m})$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | معنایاتی | آموزشی | شناسیه | پایه | مبعت | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب یا | درجه سختی | میزان متوسط |
|------------|--------|----------|--------|--------|---------|---------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه از ۱۰ | ۷ | ۷ | ۶ | سوال | دوازدهم | آسانسور | | | | | |

نیروی عمودی سطح در آسانسور

اگر شخصی به جرم m درون آسانسوری روی یک ترازوی فنری ایستاده باشد عددی که ترازو نشان می‌دهد از روابط زیر به دست می‌آید:
الف) اگر آسانسور ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند:

$$F_N = mg$$

ب) اگر آسانسور شتاب رو به بالایی a داشته باشد (تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین)

$$F_N = m(g + a)$$

ج) اگر آسانسور شتاب رو به پائینی a داشته باشد (تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا)

$$F_N = m(g - a)$$

مثال:

شخصی به جرم 60 kg درون آسانسور روی یک ترازوی فنری ایستاده است، عددی که ترازو نشان می‌دهد در هر یک از حالت‌های زیر چند نیوتن است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

الف) آسانسور با شتاب ثابت $2(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ تندشونده به طرف بالا شروع به حرکت کند؟

ب) آسانسور در حرکت به طرف بالا با شتاب $2(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ متوقف شود؟

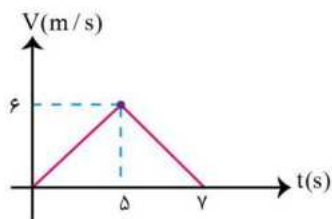
$$F_N = m(g + a) = 60(10 + 2) = 720(\text{N}) \quad \text{تندشونده رو به بالا (الف)}$$

$$F_N = m(g - a) = 60(10 - 2) = 480(\text{N}) \quad \text{کندشونده رو به بالا (ب)}$$

پاسخ تشریحی:

در ۵ ثانیه اول حرکت داریم:

$$F = m(g + a) \rightarrow 672 = 60(10 + a) \rightarrow 10 + a = 11.2 \rightarrow a = 1.2(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$



حال نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

در ۵ ثانیه اول حرکت شیب نمودار سرعت - زمان برابر $a = 1.2(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ است. از ثانیه ۵ تا γ که توقف صورت می‌گیرد شتاب حرکت برابر است با:

$$a' = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6}{2} = -3(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$F' = m(g + a') = 60(10 - 3) \rightarrow F' = 420(\text{N})$$

$$\ell = S \rightarrow \ell = \frac{6 \times 2}{2} \rightarrow \ell = 6(\text{m})$$

$\leftarrow S$ سطح زیر نمودار سرعت - زمان

\leftarrow مسافت طی شده

130- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m روی ترازوی فنری قرار گرفته و فنری به جرم ناچیز به آن متصل شده است. اگر فنر نسبت به طول عادی به اندازه 10 cm فشرده شود ترازو عدد 60 (N) و اگر فنر نسبت به طول عادی به اندازه 10 cm کشیده شود، ترازو عدد 40 (N) را نشان خواهد داد. حال اگر فنر را به سقف آویزان کرده و وزنه m را به آن متصل کنیم فنر تا رسیدن به حالت تعادل چند سانتی متر از حالت عادی خود کشیده خواهد شد؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز و ترکیب | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۷ | ۶ | ۷ | سؤال | دوازدهم | فنر | پیش نیاز و ترکیب | ☑ | ☑ | سختی | متوسط |



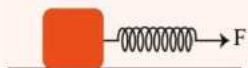
هرگاه به فنری که طول عادی خود را دارد نیرو وارد کرده و فنر را به اندازه x بکشیم یا فشرده کنیم فنر نیرویی به طرف نقطه تعادل به جسم وارد می کند که به آن نیروی کشسانی فنر گفته و آن را با F_e نشان می دهیم.

نیروی کشسانی فنر $F_e = kx$ قانون هوک

ضریب k در رابطه فوق ثابت فنر نام دارد که از مشخصات فنر بوده و به اندازه، شکل و ساختار ماده ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد و برحسب $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ است.



مطابق شکل زیر فنری با ثابت $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ را به وزنه ای به جرم 5 kg بسته ایم و آن را با نیروی افقی F با سرعت ثابت روی یک سطح افقی می کشیم اگر فنر 10 cm افزایش طول پیدا کند ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

$$a = 0 \rightarrow F_{\text{net}} = 0$$

$$\rightarrow F - F_k = 0 \rightarrow kx - \mu_k mg = 0 \rightarrow 50 \times 0.1 = \mu_k \times 5 \times 10 \rightarrow \mu_k = 0.1$$

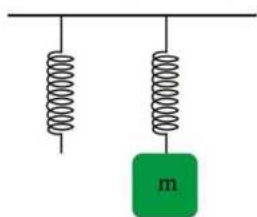
پاسخ: گزینه ۳

$$\text{در حالت فشرده شدن فنر: } F_N = mg + kx = 60\text{ (N)}$$

$$\text{در حالت کشیده شدن فنر: } F'_N = mg - kx = 40\text{ (N)}$$

$$\rightarrow 2mg = 100 \rightarrow 20m = 100 \rightarrow m = 5\text{ kg}$$

$$\rightarrow 2kx = 20 \rightarrow kx = 10 \rightarrow k(0.1) = 10 \rightarrow k = 100 (\frac{\text{N}}{\text{m}})$$

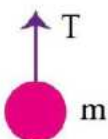


حال اگر وزنه m را به فنر آویخته از سقف متصل کنیم خواهیم داشت:

$$kx = mg \rightarrow 100x = 50 \rightarrow x = 0.5\text{ (m)} \rightarrow x = 50\text{ (cm)}$$

گروه آموزشی ماز

131- در شکل زیر نیروی کشش طناب برابر T بوده و جسم با شتاب $2g$ رو به بالا در حال حرکت است. اگر نیروی کشش طناب را 2 برابر کنیم، شتاب حرکت جسم چند برابر می شود؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|----------------|------------------|-------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۷ | ۷ | سؤال | دوازدهم | نیروی کشش طناب | و ترکیب | ۱ | ۱ | سهانی | متوسط |

نیروی کشش طناب:

وقتی طناب متصل به جسمی را مانند شکل زیر می‌کشیم، طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است چون در این حالت طناب تحت کشش قرار دارد به این نیرو، نیروی کشش طناب گفته می‌شود و آن را با T نشان می‌دهند.



مثال:



کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم ۱۶ kg را با طناب سبکی به طرف بالا می‌کشد اگر شتاب رو به بالای سطل $\frac{۱}{۲}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد

نیروی کشش طناب چقدر است؟ ($g = ۹/۸\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$T - mg = ma \rightarrow T = m(g + a)$$

$$T = ۱۶(۹/۸ + ۱/۲) \rightarrow T = ۱۷۶(\text{N})$$

پاسخ تشریحی:

$$\text{اول حالت اول: } T_1 - mg = ma_1 \rightarrow T_1 = m(g + a_1) \rightarrow T_1 = ۳mg$$

$$\text{دوم حالت دوم: } T_2 = ۳T_1 \rightarrow T_2 = ۹mg$$

$$T_2 - mg = ma_2 \rightarrow ۹mg - mg = ma_2$$

$$\rightarrow ۸mg = ma_2 \rightarrow a_2 = ۸g$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{۸g}{۲g} \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = ۴$$

گروه آموزشی ماز

۱۳۲- در شکل زیر اصطکاک بین دیوار قائم و انتهای نردبان ناچیز، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پایه‌های نردبان برابر $\frac{۵}{۱۲}$ و نیرویی که دیوار قائم بر نردبان وارد می‌کند $۱۰(\text{N})$ است. اگر نردبان در آستانه لغزش باشد، به ترتیب جرم نردبان چند کیلوگرم و اندازه نیرویی که سطح افقی به آن وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$(۱) \quad ۲۴, ۲/۴$$

$$(۲) \quad ۲۶, ۲/۴$$

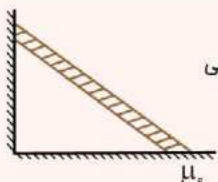
$$(۳) \quad ۱۲, ۱$$

$$(۴) \quad ۱۳, ۱$$

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-----------------|------------------|-------------------|----------------------|-------|-------|
| درجه ۱۰ | ۵ | ۶ | ۶ | سؤال | دوازدهم | نیروی عمودی سطح | و ترکیب | ۱ | ۱ | سهانی | متوسط |

اگر نیروی خالص وارد بر یک جسم برابر صفر باشد جسم در حال تعادل است.

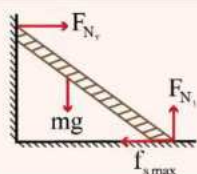
مثال:



مطابق شکل نردبانی یکنواخت به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و نردبان در آستانه لغزش است. اگر نیرویی

که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند F_N و نیروی عمودی که سطح افقی بر آن وارد می‌کند F_{N_1} باشد، نسبت $\frac{F_N}{F_{N_1}}$ را

بر حسب μ_s به دست آورید؟

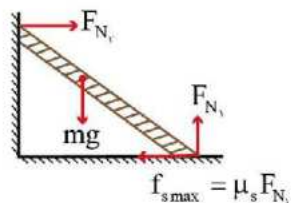


چون جسم در آستانه لغزش است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:

$$f_{s \max} = \mu_s F_{N_i} = F_{N_r} \rightarrow \frac{F_{N_i}}{F_{N_r}} = \frac{1}{\mu_s}$$

پاسخ: **تشریحی**

چون جسم در آستانه حرکت است، می توان نوشت:



$$F_{N_r} = f_{s \max} = \mu_s F_{N_i} \rightarrow 10 = \frac{5}{12} \times F_{N_i} \rightarrow F_{N_i} = 24 \text{ (N)}$$

$$mg = F_{N_i} \rightarrow 10 \cdot m = 24 \rightarrow m = 2/5 \text{ kg}$$

$$R = \sqrt{F_{N_i}^2 + (\mu_s F_{N_i})^2} = F_{N_i} \sqrt{1 + \mu_s^2} \rightarrow R = 24 \sqrt{1 + \frac{25}{144}}$$

$$\rightarrow R = 24 \times \frac{13}{12} \rightarrow R = 26 \text{ (N)}$$

گروه آموزشی ماز

133- سه نیروی ۸ و ۱۲ و ۱۶ نیوتنی که در یک صفحه قرار دارند، به جسمی به جرم ۵ کیلوگرم بر روی سطح افقی بدون اصطکاک وارد شده و جسم ساکن است. اگر ناگهان نیروی ۱۲ نیوتنی حذف شود، پس از ۱۰ ثانیه اندازه تکانه جسم چند واحد SI خواهد شد؟

۱۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش نیاز | پیش نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه | میزان |
|---------|--------|----------|--------|-------|---------|-------|----------|-------------------|----------------------|------|-------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۵ | ۶ | سؤال | دوازدهم | تکانه | و ترکیب | | | سختی | ساده |

تکانه و قانون دوم نیوتن:

حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن، تکانه جسم نامیده شده و آن را با \vec{p} نشان می دهیم

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

تکانه کمیتی برداری است و جهت آن همان جهت سرعت است و یکای SI تکانه، $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. نیروی خالص وارد بر جسم با آهنگ متوسط تغییر تکانه جسم برابر است یعنی داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \cdot \Delta t$$

مثال:

توپی به جرم ۴۵۰ گرم با تندی $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور افقی به تیر دروازه برخورد کرده و با تندی $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت مخالف برمی گردد:

(الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

(ب) اگر توپ با تیر 0.5 s در تماس باشد اندازه نیروی وارد بر توپ از طرف تیر را به دست آورید.

پاسخ: اگر سرعت اولیه را در جهت مثبت فرض کنیم آنگاه سرعت ثانویه منفی می شود و داریم:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = 0.45 [(-25\vec{i}) - (15\vec{i})]$$

$$= 0.45 \times (-40\vec{i}) = -18\vec{i} \rightarrow |\Delta p| = 18 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ب) } F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{18}{0.5} \rightarrow F_{\text{net}} = 36 \text{ (N)}$$

جسم در حال سکون و در تعادل قرار دارد، پس برآیند نیروهای ۸ و ۱۲ و ۱۶ نیوتنی صفر است. در نتیجه می‌توان گفت برآیند نیروهای ۸ و ۱۶ نیوتنی برابر ۱۲ نیوتن و در خلاف جهت نیروی ۱۲ نیوتنی است تا آن را خنثی کند حال پس از حذف نیروی ۱۲ نیوتنی، برآیند نیروهای وارد بر جسم ۱۲ نیوتن خواهد شد و داریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \rightarrow \Delta p = (F_{\text{net}}) \times \Delta t$$

$$p_f - 0 = 12 \times 10 \rightarrow p_f = 120 \text{ kg} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

گروه آموزشی ماز

134- جرم جسمی ۴ kg است، اگر جرم جسم ۷۵ درصد کاهش یافته و اندازه تکانه آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی جسم ۲۳۸ ژول افزایش خواهد یافت. اندازه تکانه اولیه این جسم چند واحد SI بوده است؟

۴۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

| مشخصه | مفهومی | محاسباتی | آموزشی | شناسه | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|-------|--------|----------|--------|-------|------|------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
|-------|--------|----------|--------|-------|------|------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|



تعریف تکانه

حاصلضرب جرم جسم در سرعت را تکانه می‌گوئیم.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

رابطه‌ی انرژی جنبشی و تکانه:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}p \cdot v$$

مثال:

اگر اندازه تکانه جسمی ۱۰ درصد افزایش یابد انرژی جنبشی آن چند درصد افزایش خواهد یافت؟ (جرم جسم ثابت است)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{v_2}{v_1} \rightarrow 1/1 = 1 \times \frac{v_2}{v_1} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1/1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1 \times (1/1)^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1/21$$

انرژی جنبشی جسم ۲۱ درصد افزایش خواهد یافت.

$$m_f = \frac{1}{4}m_i \rightarrow m_f = 1 \text{ kg}$$

$$p_f = 1/2 p_i \rightarrow m_f v_f = 1/2 m_i v_i \rightarrow \frac{1}{4} m_i v_f = 1/2 m_i v_i \rightarrow v_f = 4/8 v_i$$

$$K_f = K_i + 238 \rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times (4/8 v_i)^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_i^2 + 238$$

$$\rightarrow 11/52 v_i^2 - 2 v_i^2 = 238$$

$$\rightarrow 9/52 v_i^2 = 238 \rightarrow v_i^2 = 25 \rightarrow v_i = 5 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$p_i = m_i v_i \rightarrow p_i = 4 \times 5 \rightarrow p_i = 20 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

135- اگر از سطح زمین به اندازه h بالا برویم، اندازه نیروی وزن نسبت به سطح زمین $\frac{16}{25}$ برابر می‌شود. حال اگر از سطح زمین به اندازه $2h$ بالا برویم، اندازه نیروی وزن نسبت به سطح زمین چند برابر می‌شود؟

$$\frac{9}{16} \quad (4)$$

$$\frac{9}{25} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

| مشخصه | مفهومی | معماری | آموزشی | شناختی | پایه | مبحث | پیش‌نیاز و ترکیب | پیش‌نیاز لازم تست | مفاهیم قابل ترکیب با | درجه سختی | میزان متوسط |
|---------|--------|--------|--------|--------|----------|-------------|------------------|-------------------|----------------------|-----------|-------------|
| درجه ۱۰ | ۶ | ۶ | ۷ | سوال | دو فردهم | شتاب گرانشی | | | | | |

نکات طلایی

نکته ۱: نیروی گرانشی که دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 در فاصله r به یکدیگر وارد می‌کنند:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

نکته ۲: وزن جسم در سطح زمین

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

نکته ۳: وزن جسم در ارتفاع h از سطح زمین:

$$W' = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

نکته ۴: شتاب گرانشی در سطح کره‌ای به جرم M و شعاع R :

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

مثال:

جرم و حجم سیاره‌ای A برابر جرم و حجم کره زمین است. شتاب گرانشی در سطح این سیاره چند برابر شتاب گرانشی در سطح زمین است؟

$$M_p = 8M_e$$

$$V_p = 8V_e \rightarrow \frac{4}{3}\pi R_p^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi R_e^3 \rightarrow R_p = 2R_e$$

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{G \frac{M_p}{R_p^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{M_p}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{g_p}{g_e} = 2$$

پایه تشریحی

ابتدا بر اساس نسبت نیروی وزن داده شده در صورت سوال، مقدار h را می‌یابیم و سپس به خواسته سوال یعنی اندازه نیروی وزن نسبت به سطح زمین می‌پردازیم:

$$\frac{g_h}{g} = \frac{16}{25} \rightarrow \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} = \frac{16}{25} \rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{4}{5} \rightarrow h = \frac{1}{4}R_e$$

$$\frac{g_{2h}}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e + 2h)^2} = \frac{R_e^2}{(R_e + \frac{1}{2}R_e)^2} = \frac{R_e^2}{\frac{9}{4}R_e^2} \rightarrow \frac{g_{2h}}{g} = \frac{4}{9}$$

گروه آموزشی ماز



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 2(12\vec{i} - 5\vec{j}) = 24\vec{i} - 10\vec{j}$$
$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow 24\vec{i} - 10\vec{j} = -10\vec{j} + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_2 = 24\vec{i}$$

۲. گزینه ۲ درست است.

طبق قانون دوم نیوتون، خواهیم داشت:

$$\{N_1 - mg = ma_1 \Rightarrow N_1 = m(10 + 3) = 13m$$
$$mg - N_2 = ma_2 \Rightarrow N_2 = m(10 - 2) = 8m$$
$$N_1 - N_2 = 13m - 8m = 5m \Rightarrow 30 = 5m \Rightarrow m = 6\text{kg}$$

۳. گزینه ۴ درست است.

با رسم نمودار تکیانه - زمان نتیجه می‌شود که در بازه $t = 1\text{s}$ تا $t = 3\text{s}$ ، حرکت ابتدا تند شونده و سپس کند شونده است.

۴. گزینه ۴ درست است.

برای اینکه وزنه m در حال تعادل باشد، باید برابری نیروهای T_1 و T_2 و mg در راستای T_1 باشد $\Leftarrow T_2$ و mg باید با هم، هم‌اندازه باشند.

$$T_2 = mg = 40 \Rightarrow m = 4\text{kg}$$

۵- گزینه ۲ درست است.

چون جسم ساکن است باید نیروی وزن برابر نیروی اصطکاک ایستایی باشد.

۶. گزینه ۱ درست است.

اولاً: در این سوال، نیروی کشش طناب، نیرویی است که طناب به سطل وارد می‌کند، پس طبق قانون سوم نیوتون واکنش این نیرو از طرف سطل به طناب وارد می‌شود. ثانیاً: طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$T - mg = ma \Rightarrow T - 80 = 8(1/5) \Rightarrow T = 92\text{N}$$

۷. گزینه ۱ درست است.

براساس تعریف تکیانه و انرژی جنبشی، خواهیم داشت:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = 4$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \times (4)^2 = 4$$

۸- گزینه ۲ درست است.

در حالت اول چون وزنه با تندی ثابت در حال حرکت در امتداد قائم است:

$$F_l = W \rightarrow k\Delta l_l = mg \quad (I)$$

در حالت دوم به کمک قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = m'a \rightarrow F_l - f_k = m'a \rightarrow k\Delta l_l = \mu_k m'g + m'a = m'(\mu_k g + a) \quad (II)$$

با تقسیم رابطه (I) بر رابطه (II) داریم:

$$\frac{\Delta l_l}{\Delta l_l} = \frac{mg}{m'(\mu_k g + a)} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{m}{m'} \times \frac{10}{(3+2)} \rightarrow \frac{m}{m'} = \frac{1}{4}$$

۹- گزینه ۳ درست است.

چتر باز در لحظه t_1 به سرعت حدى بدون چتر و در لحظه t_3 به سرعت حدى با چتر خود رسیده است. با توجه به نمودار، چتر باز در لحظه t_1 ، چتر خود را باز کرده است و از این لحظه، بزرگی نیروی مقاومت هوا بیشتر از نیروی وزن چتر باز است. در دو لحظه t_1 و t_3 به دلیل آن که چتر باز به سرعت حدى رسیده است، بزرگی نیروی مقاومت هوا و وزن چتر باز با یکدیگر برابرند.

۱۰- گزینه ۴ درست است.

به کمک $F_m = kA$ و $E = \frac{1}{2}kA^2$ داریم:

$$E = \frac{F_m^2}{2k} \rightarrow E = \frac{1600}{200} = 8J$$

در مکانی که $U = K$ است، $K = \frac{1}{2}E$ خواهد بود:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}E \rightarrow 2v^2 = 8 \rightarrow v^2 = 4 \rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

۱۱- گزینه ۱ درست است.

دوره تناوب آونگ‌های ساده به صورت $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و شتاب گرانشی در سطح هر سیاره‌ای از $g = G\frac{M}{R^2}$ به دست

می‌آید:

$$\frac{T_{(l)}}{T_{(r)}} = \sqrt{\frac{l_{(l)}}{l_{(r)}}} \times \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} = \sqrt{\frac{l_{(l)}}{l_{(r)}}} \times \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} \times \frac{R_A}{R_B} \rightarrow \frac{T_{(l)}}{T_{(r)}} = 2 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

۱۲- گزینه ۴ درست است.

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-20\vec{i}}{5} = -4\vec{i}$$

$$v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} v = v_0 + at \rightarrow v = 4 - 4t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \rightarrow x = -2t^2 + 4t \end{cases} \xrightarrow{t=2} \begin{cases} v = -4 \frac{m}{s} \\ x = -6m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{d} = -6\vec{i} \\ \vec{v} = -4\vec{i} \end{cases}$$

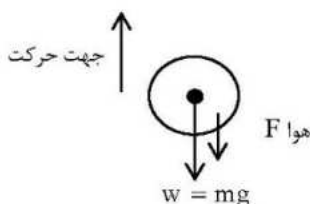
۱۳- گزینه ۱ درست است.

$$W_{AE} = W_{BM} \rightarrow M_A g_E = M_B g_M$$

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{g_E}{g_M} = \frac{9/9}{1/65} = 6$$

$$\frac{W_{BE}}{W_{AM}} = \frac{M_B g_E}{M_A g_M} = \frac{M_B}{M_A} \times \frac{g_E}{g_M} \rightarrow \frac{W_{BE}}{W_{AM}} = 6 \times 6 = 36$$

۱۴- گزینه ۳ درست است.



$$\begin{cases} F_{\text{برآیند}} = F_{\text{هوا}} + mg_{\text{وزن}} \\ F_{\text{برآیند}} = ma \end{cases} \Rightarrow F_{\text{هوا}} + mg = ma$$

$$F_{\text{هوا}} = M(a - g)$$

$$F_{\text{هوا}} = 10 \times (14 - 10) = 40 \text{ N}$$

۱۵- گزینه ۱ درست است.

$$F_{\text{برآیند}} = 0 \rightarrow F_N - W = 0 \rightarrow F_N = mg = 60 \text{ N}$$

$$F_{\text{برآیند}} = F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k N = ma$$

$$24 - \mu_k \times 60 = 6 \times 3$$

$$24 - 18 = 60 \mu_k \rightarrow \mu_k = \frac{6}{60} = 0.1$$

۱۶- گزینه ۱ درست است.

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{g_A}{g_B} \rightarrow 2 = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{4}{25}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{25} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{25} = 0.08$$

۱۷. گزینه ۴ درست است.

$$F' = f_k \rightarrow F' = \mu_k N = \mu_k mg$$

$$F' = \frac{1}{4} \times 4 \times 10 = 10 \text{ N}$$

برای اینکه سرعت کاهش نیابد نیروی وارد حداقل باید مساوی اصطکاک لغزشی باشد.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

$$F_{\text{برآیند}} = W - F_{\text{هوا}} \rightarrow W - F_{\text{هوا}} = ma$$

$$6000 - F_{\text{هوا}} = 600 \times 5 \rightarrow F_{\text{هوا}} = 3000 \text{ نیوتن}$$

↑ حرکت به بالا

$$F_{\text{برآیند}} = W' - F_D \rightarrow W' - F_D = m'a$$

$$10m' - 3000 = m'(-5)$$

$$15m' = 3000 \rightarrow m' = 200 \text{ kg}$$

$$\Delta m = 600 - 200 \rightarrow \Delta m = 400 \text{ kg}$$

۱۹. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \frac{F_{e_2}}{F_{e_1}} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_1}{x_2} \rightarrow 1 = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{2} \\ F_1 = F_2 \\ x_1 = x_0, x_2 = 2x_0 \end{cases}$$

حال داریم:

$$F_e = w$$

$$kx = mg$$

$$\frac{k_1}{k_2} \times \frac{x_2}{x_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1} \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.

$$V_1 = \frac{36}{3/6} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow 20^2 - 10^2 = 2a \times 300$$

$$V_2 = \frac{72}{3/6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$300 = 600a \rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = ma \rightarrow F = 1200 \times \frac{1}{2} = 600 \text{ N}$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta P = P_f - P_i$$

$$\Delta P = mV_f - mV_i \xrightarrow[V_f = 0/\lambda V]{V_i = V} \Delta P = mV - m(-0/\lambda V)$$

$$\Delta P = m(1/\lambda)V$$

$$\Delta P = 1/\lambda(mV)$$

یعنی اندازه حرکت خطی $1/\lambda$ برابر می شود.

۲۲. گزینه ۴ درست است.

جمع برداری سه نیرو باید صفر باشد تا جسم ساکن بماند:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \rightarrow \vec{F}_3 = -6\hat{i}$$

اکنون اگر \vec{F}_3 تنها نیروی وارد بر جسم باشد:

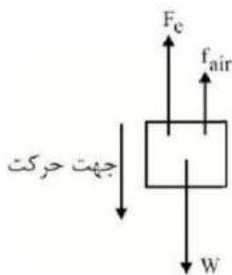
$$F_{net} = ma \rightarrow 6 = 2a \rightarrow a = 3 \text{ kg}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 = 24 \text{ m}$$

۲۳-گزینه ۲ درست است.

با رسم نیروهای وارد بر جسم و به کمک $F_{net} = 0$ داریم:

$$W = F_e + f_{air} \rightarrow F_e = W - f_{air} \rightarrow kx = mg - f_{air}$$



$$500 \times 5 = 400 - \lambda \rightarrow x = \frac{32}{500} \text{ m} = 6/4 \text{ cm}$$

۲۴-گزینه ۳ درست است.

نیروی متوسط از رابطه $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ به دست می آید:

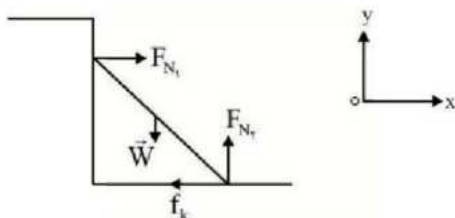
$$F_{av} = \frac{6 + 8}{0.005} = 2800 \text{ N} = 2/8 \text{ kN}$$

۲۵-گزینه ۳ درست است.

در حالتی که چتر باز در حال سقوط با تندی حدی است، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر است.

۲۶-گزینه ۴ درست است.

نیروهای وارد بر نردبان به صورت مقابل است:



$$\begin{cases} F_{net_x} = 0 \rightarrow f_k = F_{N1} = 100 \text{ N} \\ F_{net_y} = 0 \rightarrow F_{N2} = W = 240 \text{ N} \end{cases} \rightarrow R = \sqrt{f_k^2 + F_{N2}^2} \rightarrow R = \sqrt{100^2 + 240^2} = 260 \text{ N}$$

۲۷- گزینه ۴ درست است.

اتومبیل پیش از آن که ترمز کند، با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ ، به مدت $5s$ / جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 \rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

پس در مرحله ترمز تا توقف، 40 m جابه‌جا شده است. در این مرحله تنها نیروی وارد بر اتومبیل، اصطکاک جنبشی است:

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow a = -\mu_k g \quad (I)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \xrightarrow{v=0} 40 = \frac{-20^2}{-2 \times \mu_k \times 100} \rightarrow \mu_k = 0.5$$

۲۸- گزینه ۴ درست است.

در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است. این یعنی شتاب حرکت برابر با صفر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow -\vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \quad (I)$$

در حالت دوم با تغییر جهت \vec{F}_3 ، داریم:

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + (-\vec{F}_3) \xrightarrow{(I)} \vec{F}'_{\text{net}} = -2\vec{F}_3 = m\vec{a} \quad (II)$$

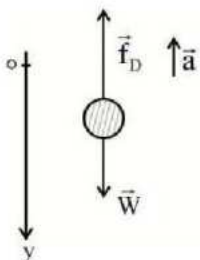
$$a = \frac{2F_3}{m} \rightarrow a = \frac{2 \times 8}{20} = 0.8 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta v = a\Delta t \rightarrow \Delta v = 0.8 \times 5 = 4 \frac{m}{s}$$

با توجه به رابطه (II)، بردار شتاب در خلاف جهت \vec{F}_3 و هم جهت با سرعت جسم است. پس تندی جسم افزایش می‌یابد.

۲۹- گزینه ۳ درست است.

در حالتی که چترباز چتر خود را باز کرده و به تندی حدی خود نرسیده است، به دلیل بزرگتر بودن اندازه نیروی مقاومت هوا نسبت به وزن چترباز، جهت بردار شتاب رو به بالا است.



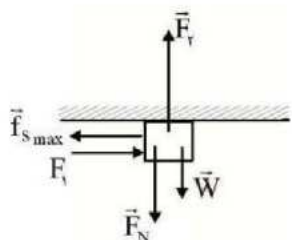
$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow W - f_D = ma \rightarrow f_D = 80 \times 10 - 80 \times (-0.15) \rightarrow f_D = 812 \text{ N}$$

۳۰- گزینه ۳ درست است.

از آنجا که جسم در آستانه حرکت است، بزرگی نیروی F_1 با بزرگی نیروی اصطکاک در آستانه حرکت یکسان است.

$$F_1 = F_N + W \rightarrow F_N = 50 - 2 \times 10 = 30 \text{ N}$$

$$F_1 = f_{s\text{max}} = \mu_s F_N \rightarrow F_1 = 0.6 \times 30 = 18 \text{ N}$$



۳۱- گزینه ۴ درست است.

در حالت اول، بزرگی نیروی اصطکاک در آستانه حرکت با بزرگی وزن جسم برابر است:

$$W = f_{s\text{max}} \rightarrow W = \mu_s F \rightarrow F = \frac{60}{0.5} = 120 \text{ N}$$

در حالت دوم، بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی با بزرگی وزن جسم برابر است تا جسم بدون شتاب و با تندی ثابت رو به پایین حرکت کند:

$$W = f_k = \mu_k F' \rightarrow F' = \frac{60}{0.4} = 150 \text{ N} \rightarrow F' - F = 30 \text{ N}$$

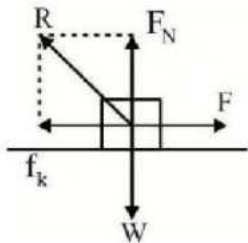
۳۲. گزینه ۳ درست است.

از آنجا که تنها نیروی وارد بر جسم نیروی افقی F است، پس از حذف F ، هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود. در نتیجه بنا به قانون اول نیوتون جسم با سرعت ثابت $۱۲ \frac{m}{s}$ ، به حرکت خود ادامه می‌دهد:

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow \Delta x = ۱۲ \times ۳ = ۳۶m$$

۳۳- گزینه ۱ درست است.

از آنجا که جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، پس:



$$f_k = F = kx \rightarrow f_k = ۳۰۰ \times \frac{۳}{۱۰۰} = ۹N$$

نیروی سطح (R) برآیند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و اصطکاک (f_k) است:

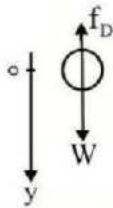
$$R^y = f_k^y + F_N^y \rightarrow ۱۵^y = ۹^y + F_N^y \rightarrow F_N = ۱۲N$$

اکنون به سادگی می‌توانیم مقدار ضریب اصطکاک جنبشی را تعیین کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = ۹ = \mu_k \times ۱۲ \rightarrow \mu_k = ۰/۷۵$$

۳۴- گزینه ۱ درست است.

مطابق شکل مقابل در طی سقوط گلوله دو نیروی ثابت وزن و مقاومت هوا بر این دو جسم وارد می‌شوند:



$$F_{net} = ma \rightarrow W - f_D = ma \rightarrow mg - f_D = ma \rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \quad (۱)$$

از آنجا که شتاب سقوط دو گلوله با یکدیگر برابر است:

$$a_A = a_B \xrightarrow{(۱)} \frac{f_{DA}}{m_A} = \frac{f_{DB}}{m_B} \rightarrow f_{DB} = \frac{m_B}{m_A} f_{DA} \rightarrow f_{DB} = \frac{۳}{۲} \times ۲/۴ = ۳/۶N$$

۳۵- گزینه ۲ درست است.

شتاب حرکت آسانسور در چهار ثانیه اول حرکت برابر با $a_1 = ۲ \frac{m}{s^2}$ است. بیشترین نیرویی که جعبه بر کف آسانسور وارد می‌کند در این مرحله است و کمترین نیرو در مرحله پایانی حرکت رخ می‌دهد:

$$F_{N1} - F_{N3} = m(a_1 + |a_3|) \rightarrow ۷ = ۲(۲ + |a_3|) \rightarrow a_3 = -۱/۵ \frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به این که شیب نمودار $v-t$ معرف شتاب است:

$$\Delta t_3 = \frac{-۶}{-۱/۵} = ۴s$$

از آنجا که در تمامی حرکتها سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرک است:

$$\Delta x = \frac{۲+۹}{۲} \times ۶ = ۱۱ \times ۳ = ۳۳m$$

۳۶- گزینه ۴ درست است.

در حالت الف، بزرگی نیروی کشسانی فنر، برابر با بزرگی نیروی وزن است:

$$F_e = W \rightarrow F_e = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

در حالت دوم، بزرگی نیروی کشسانی فنر، $\frac{4}{5}$ برابر حالت اول است:

$$F'_e = \frac{4}{5} F_e = 32 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F'_e - f_k = ma \rightarrow 32 - 0 / 3 \times 40 = 4a \rightarrow a = \frac{8}{5} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

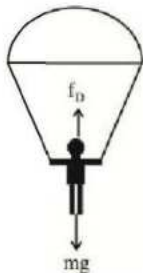
۳۷- گزینه ۲ درست است.

حداکثر مقدار F' مربوط به حالتی است که جسم در آستانه حرکت رو به بالا است و حداقل مقدار F' مربوط به حالتی است که جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد:

$$\frac{F'_{\text{max}}}{F'_{\text{min}}} = \frac{W + f_{s\text{max}}}{W - f_{s\text{max}}} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{60 + f_{s\text{max}}}{60 - f_{s\text{max}}} \rightarrow f_{s\text{max}} = 12 \text{ N}$$

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N \rightarrow \mu_s = \frac{f_s}{F} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۳۸- گزینه ۲ درست است.



$$f_D - mg = ma$$

$$f_D = m(g + a)$$

$$f_D = 75(10 + 2/5) = 937.5 \text{ N}$$

۳۹- گزینه ۱ درست است.

ترازو (نیروسنج) نیروی وارد بر خود که واکنش نیروی F_N است را نشان می‌دهد که البته پس از تبدیل به جرم عدد روی ترازو مشاهده می‌شود بنابراین:



$$F_N = (mg + ma)$$

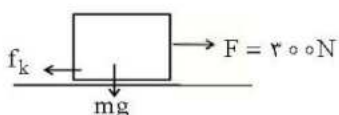
$$F_N = (80 \times 10 + 80 \times 1/5)$$

$$\begin{cases} F_N - W = ma \\ W = mg \end{cases} \rightarrow F_N = 800 + 120 = 920 \text{ N}$$

$$m' = \frac{920}{10} = 92$$

عدد جرمی که ترازو نشان می‌دهد

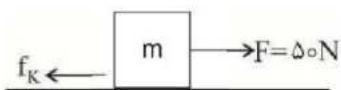
۴۰- گزینه ۴ درست است.



$$f_k = mg\mu_k = 150 \times 10 \times 0.12 = 180 \text{ N}$$

$$a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{300 - 180}{150} = \frac{120}{150} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴۱. گزینه ۱ درست است.



$$a = \frac{F - f_k}{m} \rightarrow 0.5 = \frac{50 - f_k}{50}$$

$$25 = 50 - f_k \rightarrow f_k = 25 \text{ N}$$

$$f_k = mg\mu_k \rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{mg}$$

$$\mu_k = \frac{25}{500} = 0.05$$

$$\begin{cases} a = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ m = 50 \text{ kg} \\ g = 10 \\ F = 50 \text{ N} \end{cases}$$

۴۲. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} L_0 = 10 \text{ cm} \\ m = 4.5 \text{ kg} \\ g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{cases}$$

$$\Delta L = L - L_0 = \frac{1}{4} L_0 = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5 \text{ cm} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\begin{cases} F_e = K \Delta L \\ F_e = mg \end{cases} \rightarrow K \Delta L = mg \rightarrow K = \frac{mg}{\Delta L} = \frac{4.5 \times 9.8}{2.5 \times 10^{-2}}$$

$$K = \frac{44.1}{2.5 \times 10^{-2}} = 1764 \times 10^2 = 1764 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$\Delta x = \Delta L$ طول اولیه فنر L_0
طول ثانویه فنر L

۴۳. گزینه ۲ درست است.

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

طبق معادله نیروی گرانش داریم:

$$\rightarrow m_2 = \frac{F_G \times r^2}{G m_1} \rightarrow m_2 = \frac{1.6 \times 10^{-7} \times (2)^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 100}$$

$$m_2 = \frac{6.4 \times 10^{-7}}{6.67 \times 10^{-9}} = 0.96 \times 10^2$$

$$m_2 = 96 \text{ kg}$$

۴۴- گزینه ۳ درست است.

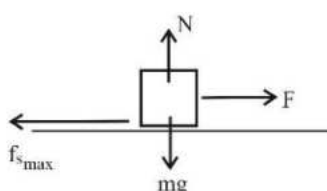
طبق قانون دوم نیوتن

$$W - f_D = ma$$

$$\begin{cases} a = \frac{mg - f_D}{m} \\ f_D = \frac{1}{4}mg \end{cases} \rightarrow a = \frac{m(g - \frac{1}{4}g)}{m} \rightarrow a = \frac{3}{4}g = \frac{3}{4} \times 9.8 \rightarrow a = 7.35 \frac{m}{s^2}$$

۴۵- گزینه ۱ درست است.

شرط توقف جسم در آستانه حرکت:

$$F = f_{smax}$$


$$\begin{cases} F = mg\mu_k \\ N = mg \end{cases} \rightarrow 15/4 = 3/5 \times 10 \times \mu_k \rightarrow \mu_k = \frac{15/4}{35} \rightarrow \mu_k = 0.44$$

۴۶- گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} P = mV \\ m = 40 \times 10^{-3} \text{ kg} \rightarrow P = 40 \times 10^{-3} \times 20 = 0.8 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \\ V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$


$$k = \frac{P^2}{2m} = \frac{0.64}{0.08} = 8 \text{ J}$$

راه دوم انرژی جنبشی:

$$K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times (20)^2$$

$$K = 20 \times 10^{-3} \times 400 = 8000 \times 10^{-3} = 8 \text{ J}$$

۴۷- گزینه ۴ درست است.



$$F_{net} = ma \rightarrow F_N - mg = ma$$

$$780 - 10m = ma \quad (1)$$

$$F'_N - mg = m(-a)$$

$$520 - 10m = -ma \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 1300 - 20m = 0 \rightarrow m = 65 \text{ kg}$$

$$(1) \Rightarrow 780 - 10(65) = 65a \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۴۸- گزینه ۴ درست است.

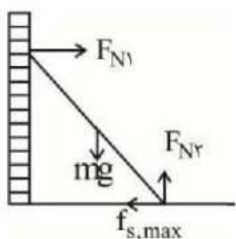
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_1 - f_{sm} = 0 \Rightarrow 30 - \mu_s mg = 0$$

$$30 = 50 \mu_s \rightarrow \mu_s = 0.6$$

$$F_2 - f_k = ma \rightarrow 40 - \mu_k mg = ma$$

$$40 - 50 \mu_k = 50 \times 2/2 \rightarrow \mu_k = 0.58$$

۴۹- گزینه ۲ درست است.



$$f_{s,max} = F_{N1} \Rightarrow \mu_s F_{N2} = F_{N1} \rightarrow 0.2 F_{N2} = 32 \rightarrow F_{N2} = 160 \text{ N}$$

$$F_{N2} = mg \Rightarrow 160 = m \times 10 \rightarrow m = 16 \text{ kg}$$

۵۰- گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} g' = \frac{GM_e}{r^2} \\ g = \frac{GM_e}{R_e^2} \end{cases} \rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM_e}{r^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \rightarrow \frac{40}{10} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2$$

$$r = 9600 \text{ km} \rightarrow h = r - R_e = 9600 - 6400 = 3200 \text{ km}$$

۵۱- گزینه ۴ درست است.

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$4^2 - 0 = 2a \times 2/5$$

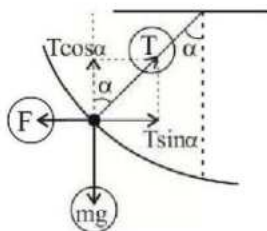
$$a = 2/2 \frac{m}{s}$$

$$F_{net} = ma \rightarrow F_{net} = 5 \times 2/2 = 16 \text{ N}$$

$$F_{net} = F - f_K \rightarrow 16 = 24 - f_K \rightarrow f_K = 8 \text{ N}$$

$$\begin{cases} f_K = \mu_K F_N \\ F_N = mg = 50 \end{cases} \rightarrow 8 = \mu_K \times 50 \rightarrow \mu_K = 0.16$$

۵۲- گزینه ۳ درست است.



چون گلوله در حال تعادل است پس غیر از نیروی کشش نخ و نیروی وزن نیروی دیگری باید برای خنثی کردن آن‌ها باشد پس ۳ نیرو حداقل اثر می‌کند.

۵۳- گزینه ۲ درست است.

$$K = \frac{P^2}{2m}$$

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2m} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$32000 = \frac{1}{2m} (1000^2 - 800^2) \rightarrow m = 2/5 \text{ kg}$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.

از طرف سطح به جسم دو نیروی F_N و f_s وارد می‌شود که بر هم عموداند و برآیندها برابر است با:

$$F_N = mg = 50 \text{ N}$$

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 50 = 30 \text{ N}$$

چون $F < F_{s\max}$ است، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک همان 25 N است.

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \rightarrow R = \sqrt{25^2 + 50^2} = 25\sqrt{5} \text{ N}$$

۵۵. گزینه ۳ درست است.

$$W_f = \mu mg.d = 0.25 \times 0.5 \times 10 \times 10 = 12.5 \text{ J}$$

۵۶- گزینه ۲ درست است.

$$F - mg = ma \Rightarrow F - mg = \frac{mg}{4} \Rightarrow F = \frac{5mg}{4}$$

$$W_F = \frac{5}{4} mgh \Rightarrow W_F = \frac{5}{4} u$$

پتانسیل گرانشی جسم

۵۷- گزینه ۴ درست است.

$$W_f = \Delta E_K = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 42 \times 10^{-3} (10^4 - 25 \times 10^4) = 21 \times 240 \text{ J}$$

$$Q = 0.1 \times 21 \times 240 = 504 \text{ J}$$

۵۸. گزینه ۴ درست است.

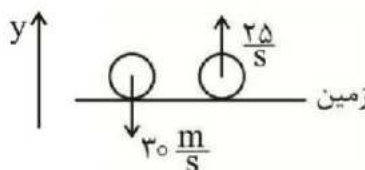
$$\vec{P} = m\vec{V}$$

$$\vec{P}_1 = 0.5 \times (-30\vec{j}) = -15\vec{j}$$

$$\vec{P}_2 = 0.5 \times (20\vec{j}) = 10\vec{j}$$

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 10\vec{j} - (-15\vec{j}) = 25\vec{j}$$

$$\Delta P = 25 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۵۹. گزینه ۱ درست است.

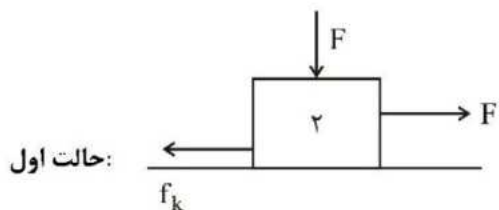
$$\Delta y = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow -100 = \frac{1}{2} a (25) \rightarrow a = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}} = ma = 0.5 \times 8 = 4 \text{ N}$$

$$mg - f_D = 5 - f_D = 4 \rightarrow f_D = 1 \text{ N}$$



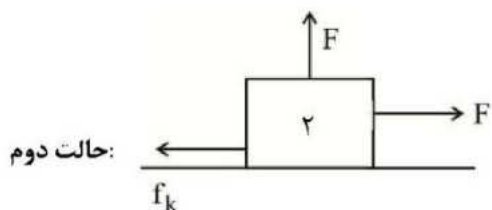
۶۰- گزینه ۴ درست است.



$$N = mg + F = 10m + F$$

$$f_k = \mu_k N = 0.5(10m + F) = 5m + \frac{F}{2}$$

$$a_1 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - f_k}{m} = \frac{\frac{F}{2} - 5m}{m}$$



$$N = mg - F = 10m - F$$

$$f_k = \mu_k N = 0.5(10m - F) = 5m - \frac{F}{2}$$

$$a_2 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - f_k}{m} = \frac{\frac{3F}{2} - 5m}{m}$$

$$a_2 - a_1 = \frac{\frac{3F}{2} - 5m}{m} - \frac{\frac{F}{2} - 5m}{m} = \frac{F}{m} = 4 \rightarrow F = 4m = 4 \times 2 = 8 \text{ N}$$

۶۱- گزینه ۴ درست است.

$$V_1 = 22 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\div 3.6} 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_2 = 0$$

$$\bar{F}_{\text{net}} = \frac{m|\Delta V|}{\Delta t} = \frac{10^4 \times |-20|}{0.5} = 4 \times 10^5 \text{ N}$$

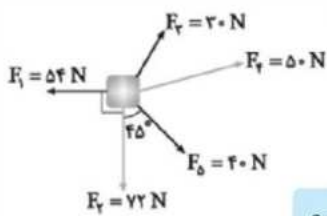
۶۲- گزینه ۱ درست است.

$$g = G \frac{M}{R^2} \rightarrow \frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_m^2} = \frac{1}{100} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{100}$$

$$g = \frac{16}{100} \times 10 = \frac{16}{10} = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



تست و پاسخ 1



مطابق شکل، پنج نیرو به جسمی به جرم 10 kg وارد می‌شوند و جسم ساکن است. اگر نیروهای F_1 و F_2 را حذف کنیم، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

- ۵ (۲)
 $9\sqrt{2}$ (۴)

- $5\sqrt{2}$ (۱)
 ۹ (۳)

$$a = 0 \Rightarrow F_{\text{net}} = 0$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا شرط تعادل را برای جسم بنویسید و رابطه‌ای بین F_1 و F_2 با سایر نیروها پیدا کنید. در حالت دوم با حذف نیروهای F_1 و F_2 ، مسئله را تحلیل کنید.

درس نامه •• قانون دوم نیوتون

اگر نیروی خالص وارد بر جسم صفر نباشد (نیروهای وارد بر جسم متوازن نباشند)، حرکت جسم شتابدار است. شتاب ایجادشده، با جرم جسم رابطه عکس و با اندازه نیروی خالص واردشده رابطه مستقیم دارد و هم‌جهت با نیروی خالص است.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m}$$

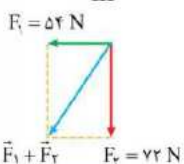
تکنیک برای محاسبه برابند نیروهای عمود برهم \vec{F}_1 و \vec{F}_2 می‌توانیم از ضرایب اعداد فیثاغورسی ($3k, 4k, 5k$) استفاده کنیم.

پاسخ تشریحی **گام اول**، با توجه به این که جسم ساکن است، برابند نیروهای وارد بر جسم (نیروی خالص) صفر است؛ بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_5 = -(\vec{F}_3 + \vec{F}_4)$$

گام دوم، با حذف نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 ، تنها نیروهای مؤثر وارد بر جسم، نیروهای \vec{F}_3 ، \vec{F}_4 و \vec{F}_5 است، شتاب در این حالت را به دست آوریم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5}{m} \quad \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \rightarrow \vec{a} = \frac{-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)}{m}$$



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{(54)^2 + (30)^2} = 90 \text{ N}$$

گام سوم، برابند نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|}{m} = \frac{90}{10} = 9 \text{ m/s}^2$$

گام چهارم، اندازه شتاب را به راحتی به دست می‌آوریم:

تکنیک اگر یک جسم تحت تأثیر چند نیرو در تعادل باشد، با حذف یک یا چند نیرو، جسم در حالت جدید شتاب می‌گیرد. در حالت جدید برابند نیروها معادل با قرینه نیرو یا نیروهای حذف‌شده است.

تست و پاسخ 2

جسمی به جرم 5 kg تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1 = (-15\text{N})\vec{i} + (8\text{N})\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = (16\text{N})\vec{i} + (-12\text{N})\vec{j}$ و \vec{F}_3 قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = (-4 \text{ m/s}^2)\vec{i} + (3 \text{ m/s}^2)\vec{j}$ پیدا کرده است. اگر نیروی \vec{F}_3 را حذف کنیم، بزرگی شتاب جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۸۰٪ افزایش

۸۰٪ کاهش

۲۰٪ افزایش

۲۰٪ کاهش

پاسخ: گزینه ۴

خوبت حل کنی بهتره با استفاده از رابطه $F_{\text{net}} = ma$ نیروی \vec{F}_p را بیابید. سپس در حالت جدید با حذف نیروی \vec{F}_p و برآیندگیری از نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_p ، شتاب وارد بر جسم در حالت جدید را به دست آورید تا در نهایت بزرگی شتاب‌ها را مقایسه کنید.

درس نامه درس نامه تست ۵۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** شتاب جسم تحت تأثیر نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_p ، برابر با $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_p + \vec{F}_p = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow (-15\vec{i} + 8\vec{j}) + (16\vec{i} - 12\vec{j}) + \vec{F}_p = 5(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{F}_p = -20\vec{i} + 15\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_p = -21\vec{i} + 19\vec{j}$$

گام دوم: با حذف نیروی \vec{F}_p ، تنها نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_p بر جسم تأثیرگذار هستند، شتاب جسم در این حالت را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_p}{m} = \frac{-15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j}}{5} = \frac{-36\vec{i} + 27\vec{j}}{5} = -7.2\vec{i} + 5.4\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$|a| = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = 5 \text{ m/s}^2$$

گام سوم: درصد تغییرات اندازه شتاب را به دست می‌آوریم:

$$|a'| = \sqrt{(-7.2)^2 + (5.4)^2} = 9 \text{ m/s}^2$$

$$\text{درصد تغییرات شتاب} = \left(\frac{|a'|}{|a|} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{9}{5} - 1 \right) \times 100 = +80\%$$

اندازه شتاب ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ 3



مطابق شکل، دو شخص ساکن (۱) و (۲) به ترتیب به جرم‌های m و $\frac{4}{5}m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی به مدت 0.1 s، در راستای افقی به یکدیگر نیروی ثابتی وارد می‌کنند و سپس از هم جدا می‌شوند. اگر بزرگی شتاب شخص سبک‌تر قبل از جدانشدنشان 2 m/s^2 باشد، فاصله دو شخص 10 s بعد از جدانشدن از هم تقریباً

چند متر می‌شود؟

(۱) ۱۸

(۲) ۳۶

(۳) $1/8$

(۴) $3/6$

بزرگی نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کنند، با هم برابر است، پس شتاب شخص سنگین‌تر باید، کم‌تر از 2 m/s^2 باشد.

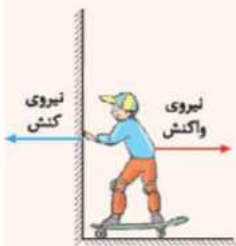
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در حل سوالاتی که قانون دوم نیوتون را باید به کار ببریم، جدا کردن جسم در آشفته باز از نیروهای وارد بر آن، یک مهارت بسیار مهم است. توصیه می‌کنم با تمرین و تکرار، تمرکز خود را در حل سؤال‌ها بر روی جسم مورد نظر داشته باشید.

خوبت حل کنی بهتره با کمک قانون سوم نیوتن، شتاب جسم سنگین‌تر را به دست آورید. حال با توجه به اثر نیرو در مدت زمان 0.1 s، سرعت هر یک را پس از 0.1 s به دست آورید. در نهایت هر جسم را به صورت جداگانه با سرعت‌های اولیه خود و به کمک روابط حرکت‌شناسی تحلیل کنید.

درس نامه درس نامه سوم نیوتون

(۱) اگر دو جسم به یکدیگر نیرو وارد کنند، این دو نیرو، همواره هم‌اندازه و در یک راستا، ولی در خلاف جهت هم هستند. قانون سوم نیوتون به قانون کنش و واکنش معروف است.



نیروهای کنش و واکنش هم‌نوع‌اند و باید بدانیم که این نیروها قابل برآیندگیری نیستند، چرا که بر دو جسم مختلف اثر می‌کنند.

به عنوان مثال در شکل مقابل شخص بر روی تختهٔ اسکیت قرار دارد. شخص نیرویی به سمت چپ به دیوار وارد می‌کند، دیوار هم نیرویی به همان اندازه و هم‌راستا، ولی در خلاف جهت به شخص وارد می‌کند و باعث حرکت شخص می‌شود.

(۲) درس‌نامهٔ تست ۵۱ را بخوانید.

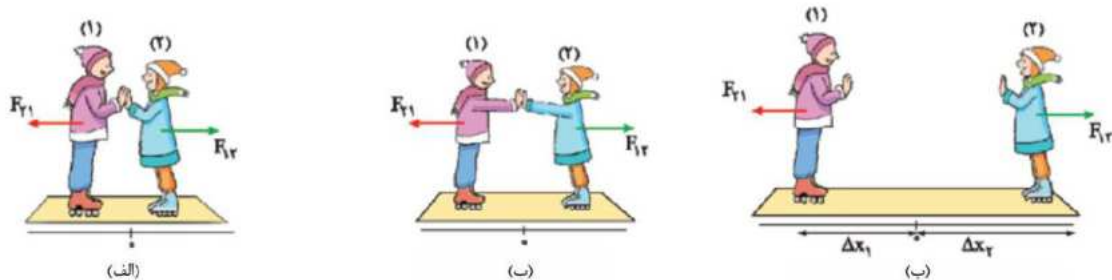
پاسخ تشریحی

گام اول: طبق قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند، برابر اندازهٔ نیرویی است که

شخص (۲) به شخص (۱) وارد می‌کند.

$$|F_{12}| = |F_{21}| \Rightarrow m_2 a_2 = m_1 a_1 \Rightarrow \frac{4}{5} m \times 2 = m \times a_1 \Rightarrow a_1 = 1/6 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: مدت‌زمان اثر نیرو، $1/8 \text{ s}$ است. جابه‌جایی دو شخص (۱) و (۲) را تحت تأثیر شتاب‌های ثابت در این مدت‌زمان به دست می‌آوریم. در شکل (الف) زمان اعمال نیروها توسط دو شخص و در شکل (ب) وضعیت دو شخص در پایان $1/8 \text{ s}$ مشخص شده است.



$$|\Delta x_1| = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{1i} t = \frac{1}{2} (1/6) (0/8)^2 + 0 = 0/008 \text{ m} = 0/8 \text{ cm}$$

$$|\Delta x_2| = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_{2i} t = \frac{1}{2} (2) (0/8)^2 + 0 = 0/01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

بنابراین در مدت‌زمان $1/8 \text{ s}$ که نیروها به اشخاص اثر می‌کنند، دو شخص به اندازهٔ $1/8 \text{ cm}$ از هم فاصله می‌گیرند که با توجه به گزینه‌ها قابل چشم‌پوشی است.

گام سوم: حرکت با تندی ثابت دو شخص (۱) و (۲) را پس از جداشدن بررسی می‌کنیم. ابتدا تندی آن‌ها را در پایان جداشدن به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t + v_{1i} = 1/6 (0/8) + 0 = 0/16 \text{ m/s}$$

$$v_2 = a_2 t + v_{2i} = 2 (0/8) + 0 = 0/2 \text{ m/s}$$

گام چهارم: مسافت طی‌شدهٔ دو شخص را در مدت‌زمان 1 s به دست می‌آوریم. حرکت دو شخص پس از جداشدن به صورت یکنواخت است. (شکل پ).

$$|\Delta x_1| = v_1 \Delta t = 0/16 \times 1 = 0/16 \text{ m}$$

$$|\Delta x_2| = v_2 \Delta t = 0/2 \times 1 = 0/2 \text{ m}$$

بنابراین فاصلهٔ تقریبی دو شخص 1 s ثانیه پس از جداشدن، به $3/6 \text{ m}$ می‌رسد.

تست و پاسخ 4

جسمی به جرم 800 g از بالای برجی به ارتفاع 210 m رها می‌شود. اگر رابطهٔ نیروی مقاومت هوا برای این جسم در این محیط در SI به صورت $F_D = 0/02 v^2$ باشد و جسم پس از طی مسافت 50 m در مدت‌زمان 7 s به تندی حدى خود برسد، تندی متوسط جسم از زمان رهاشدن آن تا زمان رسیدن به زمین، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

نیروی مقاومت اشاره با
نیروی وزن برابر می‌شود.

۱۶ (۲)

۲۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خوبت حل کنی بهتره با برابر قرار دادن نیروی وزن و نیروی مقاومت شاره، تندی حدی جسم را به دست آورید. سپس با توجه به این که پس از رسیدن جسم به تندی حدی، جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، مدت زمان پیموده شده بعد از رسیدن به تندی حدی را به دست آورده و در نهایت تندی متوسط کل حرکت را به دست آورید.

درس نامه ..

زمانی که یک جسم داخل شاره (گاز یا مایع) حرکت می‌کند، به دلیل برخورد مولکول‌های شاره با جسم، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با \vec{F}_D نمایش می‌دهیم.

عوامل مؤثر بر نیروی مقاومت شاره

- (۱) **تندی جسم:** هر چه تندی جسم بیشتر باشد، مولکول‌های شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند.
- (۲) **سطح مؤثر جسم:** هر چه سطح بیشتری از جسم با مولکول‌های شاره برخورد داشته باشند، شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.
- (۳) **چگالی:** هر چه چگالی شاره بیشتر باشد، تعداد مولکول‌های بیشتری با جسم برخورد دارند.

تندی حدی:

مطابق شکل روبه‌رو فرض کنیم جسمی از ارتفاع بسیار زیاد رها می‌شود. در لحظه رهاشدن تندی جسم صفر است، بنابراین نیروی مقاومت هوا هم صفر است و تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است. (شکل الف)



(الف)

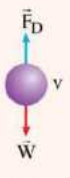
$$v = 0 \quad F_D = 0$$



(ب)

$$W > F_D$$

پس از مدتی به دلیل نیروی وزن رو به پایین، حرکت جسم شتابدار شده و باعث افزایش تندی جسم می‌شود و در نتیجه نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (شکل ب)

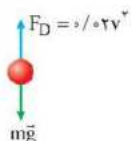


(پ)

$$W = F_D$$

روند افزایش تندی به همین صورت ادامه دارد تا جایی که نیروی مقاومت هوا هم افزایش می‌یابد و برابر با نیروی وزن می‌شود و از این جا به بعد نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و شتاب حرکت صفر می‌شود و تندی جسم به «تندی حدی» می‌رسد. (شکل پ)

پاسخ تشریحی **گام اول:** در شکل مقابل نیروهای مؤثر وارد بر جسم در طول مسیر حرکت مشخص شده است. با توجه به این که حرکت جسم رو به پایین است، نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت جسم و رو به بالا است. **گام دوم:** زمانی که جسم به تندی حدی (v) می‌رسد، نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌شود؛ بنابراین داریم:

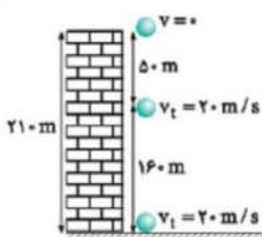


$$F_D = mg \Rightarrow 0.2v^2 = 0.8 \times 10 \Rightarrow v^2 = \frac{4}{0.2} = 20 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

گام سوم: جسم مسافت 50 m را در مدت زمان 7 s طی می‌کند تا به تندی حدی ($v = 20 \text{ m/s}$) برسد و پس از آن با تندی ثابت حدی به حرکت خود ادامه می‌دهد. شکل مقابل مسیر حرکت جسم را نمایش می‌دهد.

مدت زمان 7 s طول می‌کشد تا جسم به تندی حدی برسد:

$$\Delta t_1 = 7 \text{ s}$$



$$L = v_t \times \Delta t \Rightarrow 160 = 20 \times \Delta t_p \Rightarrow \Delta t_p = 8 \text{ s}$$

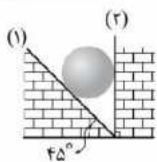
جسم ۱۶۰ m پایانی مسیر را با تندی حدی ثابت طی می‌کند؛ پس:

$$s_{av} = \frac{L_1 + L_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{210}{7 + 8} = 14 \text{ m/s}$$

گام چهارم: تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ 5

$$F_{net} = 0$$



مطابق شکل، جسمی کروی به جرم $3/5 \text{ kg}$ در حال سکون قرار دارد. اگر سطح (۱) کاملاً صیقلی (بدون اصطکاک) و بزرگی نیرویی که به جسم وارد می‌کند، $20\sqrt{2} \text{ N}$ باشد، بزرگی نیرویی که جسم به سطح عمودی (۲) وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

نیرویی که جسم به سطح عمودی وارد می‌کند (R) مدنظر سؤال است، نه نیروی عمودی سطح!!

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره نیروی عمودی سطح با نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، متفاوت است، ممکن است با خواندن این جمله بگویید این که ساده است، اما در لابه‌لای شلوغی حل سؤال هاممکن است حواس پرتی به سراغ مایباید و گزینه اشتباه را انتخاب کنیم (مثلاً ۳) در این سؤال).

درس‌نامه: روند محاسبه نیروی خالص وارد بر جسم

(۱) جسم را از انبوه اتفاقاتی که برای آن می‌افتد، جدا کنید.

(۲) نیروهای میدانی را به مرکز جسم رسم کنید — مانند — نیروی وزن، نیروی ناشی از میدان الکتریکی و نیروی ناشی از میدان مغناطیسی.

نیروی اصطکاک (ایستایی یا جنبشی)

نیروی مقاومت هوا (F_D)

نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N)

نیرویی که ناشی از تماس با جسم دیگر است.

(۳) نیروهایی که با جسم در تماس هستند را رسم کنید — مانند —

$$ma = \text{راستای جهت حرکت } (F_{net})$$

(۴) جسم را در دو راستای جهت حرکت و عمود بر جهت حرکت مورد تحلیل قرار دهید.

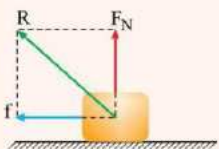
$$ma' = \text{راستای عمود بر جهت حرکت } (F_{net})$$

جسم ساکن یا در حال حرکت از طرف تکیه‌گاه (سطح) دو نیرو را احساس می‌کند:

۱) نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N) ۲) نیروی اصطکاک (f)

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید، این دو نیرو به صورت عمود بر هم به جسم وارد می‌شوند، بنابراین بزرگی برابری این دو نیرو برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



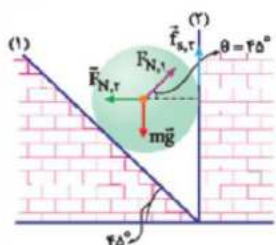
حواستون پاشه نیروی سطح (R) را با نیروی عمودی سطح (F_N) اشتباه نگیرید.

پاسخ تشریحی

گام اول: به جسم کروی از طرف مرکز زمین، سطح (۱) و سطح (۲) نیرو وارد می‌شود، در شکل مقابل نیروهای وارد شده رسم شده‌اند.

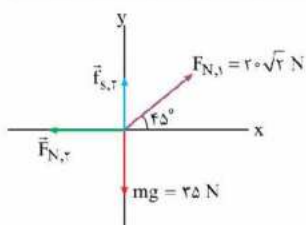
توجه کنید، سطح (۱) بدون اصطکاک است و تنها نیرویی که از طرف سطح (۱) به جسم وارد می‌شود، نیروی عمودی سطح است.

از آن‌جا که جسم در حالت سکون قرار دارد، نیروی اصطکاک وارد شده از طرف سطح (۲) از نوع ایستایی است.



حواستون باشه جهت نیروی اصطکاک ناشی از سطح (۲) $(f_{s,2})$ را به سمت بالا فرض کردیم. اگر مقدار آن مثبت به دست آمد، جهت آن درست فرض شده است و اگر مقدار آن منفی باشد، جهت آن باید تغییر کند و رو به پایین در نظر گرفته شود.

حواستون باشه با توجه به عمودبودن نیروی عمودی سطح (۱) بر سطح شیبدار که با جسم در تماس است، زاویه ۰ برابر 45° است.



گام دوم: مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را در دستگاه مختصات XOY رسم می کنیم و با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای محور X و محور Y، نیروهای $(f_{s,2})$ و $(F_{N,2})$ را به دست می آوریم.

(توجه کنید، جسم در حالت سکون قرار دارد و برآیند نیروها در راستای محور X و محور Y، صفر است.)

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_{N,1} \cos 45^\circ - F_{N,2} = 0 \Rightarrow 20\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - F_{N,2} = 0 \Rightarrow F_{N,2} = 20 \text{ N}$$

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N,1} \sin 45^\circ + f_{s,2} - mg = 0 \Rightarrow 20\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f_{s,2} - 25 = 0 \Rightarrow f_{s,2} = 15 \text{ N}$$

گام سوم: اندازه نیرویی که جسم به سطح عمودی وارد می کند، برابر اندازه نیرویی است که سطح عمودی (سطح ۲) به جسم وارد می کند،

$$R = \sqrt{F_{N,2}^2 + f_{s,2}^2} = \sqrt{(20)^2 + (15)^2} = 25 \text{ N}$$

بنابراین داریم:

6 تست و پاسخ

در شکل زیر یک فرد مسن به جرم 80 kg روی یک ترازو ایستاده است و با دست دیگر به یک عصا به جرم 2 kg که انتهای آن روی سطح افقی زمین قرار دارد، نیروی رو به پایین وارد می کند. اگر بزرگی نیرویی که سطح افقی به عصا وارد می کند، 100 N باشد، ترازو در این حالت

چند نیوتون را نشان می دهد؟

($g = 10 \text{ N/kg}$ و عصا کاملاً قائم قرار گرفته شده است.)



100 N = زمین به عصا (F_N)

۷۲۰ (۲)

۷۰۰ (۱)

۸۸۰ (۴)

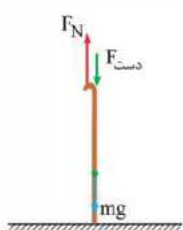
۹۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در سؤالاتی که چند جسم وجود دارد، جسمها را به صورت جدا جدا تحلیل کنید، مراقب باشید با جدا کردن هر جسم،

نیروهایی که از طرف جسمهای دیگر وارد می شود را اعمال کنید.

درس نامه درس نامه تست ۵۵ را بخوانید.

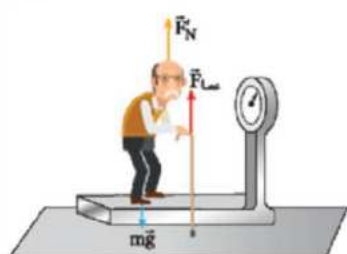


پاسخ تشریحی **گام اول:** در شکل مقابل نیروهای وارد بر عصا مشخص شده است، قانون دوم

نیوتون را برای عصا می نویسیم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - F_{دست} - m_{عصا}g = 0$$

$$\Rightarrow 100 - F_{دست} - 20 = 0 \Rightarrow F_{دست} = 80 \text{ N}$$



گام دوم: در شکل مقابل نیروهای وارد بر فرد، مشخص شده است. با نوشتن قانون دوم نیوتون، نیروی عمودی سطح که بیانگر عدد ترازو است را به دست می آوریم.

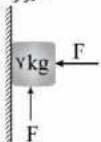
همان طور که در گام اول محاسبه کردیم، بزرگی نیرویی که دست فرد به عصا وارد می کند، 80 N و رو به پایین است. طبق قانون سوم نیوتون، بزرگی نیرویی که عصا به دست فرد وارد می کند نیز

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F'_N + F_{عصا} - mg = 0 \Rightarrow F'_N + 80 - 80 = 0$$

$$\Rightarrow F'_N = 720 \text{ N}$$

تست و پاسخ 7

دیواره قائم



در شکل داده شده جسم با شتاب 2 m/s^2 در حال حرکت رو به بالا است. اگر هر یک از نیروهای افقی و قائم F را 48 N کاهش دهیم، بلافاصله پس از کاهش، نیرویی که جسم به دیواره قائم وارد می‌کند، چند نیوتون تغییر خواهد کرد؟
 $(\sqrt{5} = 2/25 \text{ و } \mu_s = 0/75, \mu_k = 0/5, g = 10 \text{ N/kg})$

۵۹ (۱)

۴۸ (۲)

۵۴ (۳)

۳۹ (۴)

جسم هم‌چنان در حال حرکت است و نیازی به مقایسه نیرو با f_s نیست که آیا حرکت می‌کند یا نمی‌کند؟

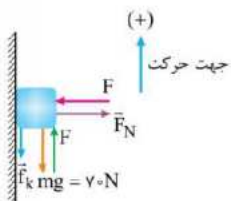
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره قانون دوم نیوتون را برای جسم در حالتی که شتاب 2 m/s^2 است، بنویسید تا نیروی F را به دست آورید. سپس نیروی سطح را در این حالت به دست آورید. در حالت دوم با کاهش نیروی F به اندازه 48 N ، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را به دست آورید و در نهایت خواسته سؤال که اختلاف نیروی سطح است را محاسبه کنید.

درس نامه... درس‌نامه تست ۵۵ را بخوانید.

پاسخ تشریحی

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول، مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. سپس قانون دوم نیوتون را برای جسم در این حالت می‌نویسیم:



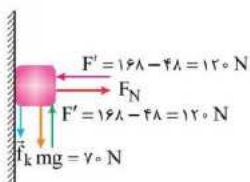
$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow F - f_k - mg = ma \Rightarrow F - \mu_k (F_N) - 70 = 7(2)$$

$$\Rightarrow F - 0/5(F_N) - 70 = 14 \xrightarrow{F_N=F} 0/5F = 84 \Rightarrow F = 168 \text{ N}$$

گام دوم: نیرویی که سطح (دیواره) به جسم وارد می‌کند را در حالت اول (قبل از تغییرات نیروی F) به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{F^2 + (\mu_k F)^2} = F\sqrt{1 + \mu_k^2} = 168\sqrt{1 + \frac{1}{4}} = 168 \times \frac{\sqrt{5}}{2} = 189 \text{ N}$$



گام سوم: حرکت جسم با کاهش نیروی $F = 168 \text{ N}$ به اندازه 48 N را بررسی می‌کنیم. شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم را در این حالت نمایش می‌دهد. توجه کنید بلافاصله پس از کاهش نیرو، جسم در حال حرکت است و اصطکاک از نوع جنبشی است.

$$F_N = F' = 120 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0/5 \times 120 = 60 \text{ N}$$

$$R' = \sqrt{F_N'^2 + f_k'^2} = \sqrt{(120)^2 + (60)^2} = 60\sqrt{5} = 135 \text{ N}$$

$$R' - R = 135 - 189 = -54 \text{ N}$$

گام چهارم: تغییرات نیرویی که سطح (دیواره قائم) به جسم وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ 8

آسانسوری با شتاب ثابت $1/2 \text{ m/s}^2$ تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند. جسمی 2 کیلوگرمی با نیروی افقی \vec{F} به دیواره این آسانسور با ضریب اصطکاک ایستایی $0/5$ تکیه داده شده است. کمینه F چند نیوتون باشد تا جسم ساکن بماند؟ ($g = 9/8 \text{ m/s}^2$)

۱۷/۲ (۱)

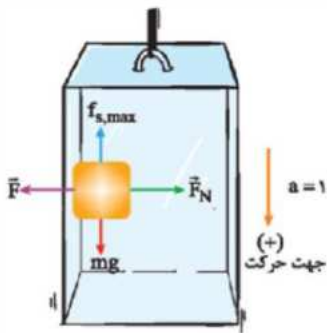
۲۲ (۳)

۳۴/۴ (۲)

۴۴ (۴)

جسم در آستانه حرکت است.

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول: در شکل مقابل، جسمی درون یک اتاقک آسانسور قرار دارد و

نیروهای وارد بر جسم در این حالت رسم شده است. خواسته سؤال کمترین نیروی افقی F است تا جسم ساکن بماند، بنابراین نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بیشینه است.

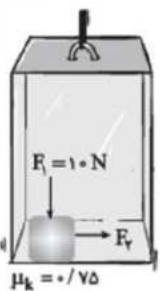
گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

$$F_{net, x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{net, y} = ma \Rightarrow mg - f_{s, max} = ma \Rightarrow mg - ma = f_{s, max}$$

$$\Rightarrow m(g - a) = \mu_s F_N \Rightarrow 2(9/8 - 1/2) = 0/5 \times F \Rightarrow F = 34/4 \text{ N}$$

تست و پاسخ 9



مطابق شکل، جسمی به جرم 3 kg در کف آسانسور ساکنی قرار گرفته و نیروهای ثابت $F_1 = 10 \text{ N}$ و F_2 به آن وارد می‌شود و جسم با سرعت ثابت $1/5 \text{ m/s}$ به سمت راست در حرکت است. اگر ناگهان آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، بلافاصله پس از حرکت آسانسور، نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می‌کند نسبت به حالت قبل چند نیوتون تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

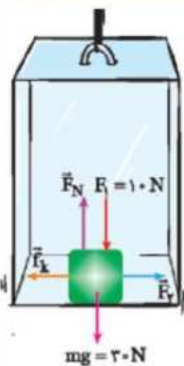
۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

۹ (۴)

۱۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی گام اول: شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم را در کف آسانسور نمایش می‌دهد. در این

حالت آسانسور ساکن است، اما جسم با تندی ثابت به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین شتاب جسم در راستای x نیز همانند شتاب در راستای y صفر است.

با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم داریم:

$$F_{net, y} = 0 \Rightarrow F_N - F_1 - mg = 0 \Rightarrow F_N - 10 - 30 = 0 \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

$$F_{net, x} = 0 \Rightarrow F_2 - f_k = 0 \Rightarrow F_2 = f_k = \mu_k F_N = 0/75 \times 40 = 30 \text{ N}$$

نیرویی که در این حالت از طرف کف آسانسور به جسم وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(40)^2 + (30)^2} = 50 \text{ N}$$

در حالت دوم که آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا حرکت می‌کند، قانون دوم نیوتون را برای هر

$$F_{net, y} = ma \Rightarrow F'_N - F_1 - mg = ma \Rightarrow F'_N - 10 - 30 = 3 \times 4$$

دو راستا می‌نویسیم:

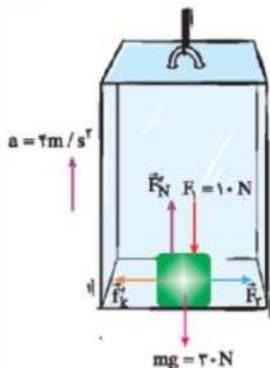
$$\Rightarrow F'_N = 12 + 40 = 52 \text{ N}$$

$$F_{net, x} = 0 \Rightarrow F_2 = f'_k = \mu_k F'_N = 0/75 \times 52 = 39 \text{ N}$$

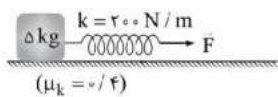
$$R = \sqrt{F_N'^2 + f_k'^2} = \sqrt{(52)^2 + (39)^2} = 65 \text{ N}$$

پس بلافاصله پس از حرکت آسانسور، نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می‌کند (عکس العمل نیرویی

که کف آسانسور به جسم وارد می‌کند)، 15 ($65 - 50$) نیوتون افزایش می‌یابد.



جسمی مطابق شکل زیر، توسط فنری بر روی سطح افقی با شتاب 2 m/s^2 کشیده می‌شود. اگر با افزایش نیروی \vec{F} ، شتاب جسم را به 3 m/s^2 برسانیم، طول فنر چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و ضریب اصطکاک بین جسم و سطح افقی 0.4 است).



$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$25 \quad (4)$$

$$30 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره قانون دوم نیوتون را در حالت اول و دوم برای جسم بنویسید و با استفاده از رابطه $\Delta F = k(L_2 - L_1)$ ، تغییرات طول فنر را به دست آورید.

درس‌نامه

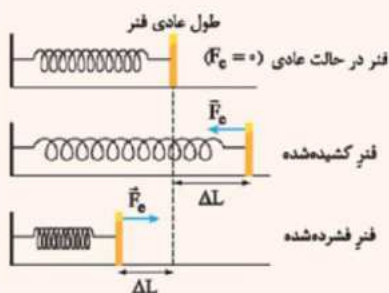
(۱) درس‌نامه تست ۵۵ را بخوانید.

(۲) به نیرویی که تمایل دارد، فنر را به حالت اولیه‌اش برگرداند، نیروی کشسانی فنر گفته می‌شود و آن را با \vec{F}_e نمایش می‌دهیم. اندازه این نیرو با تغییر طول فنر متناسب است، به عبارتی داریم:

نیروی کشسانی
فنر (N)
تغییر طول
فنر (m)
$$F_e = k \Delta L$$

ثابت فنر (N/m)

رابطه $F_e = k \Delta L$ به قانون هوک معروف است.

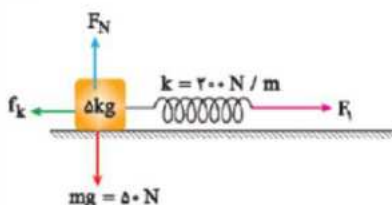


ثابت فنر به مشخصات فیزیکی فنر (جنس، تعداد حلقه‌ها، ضخامت حلقه و شعاع حلقه‌ها) وابسته است و هیچ ربطی به طول فنر ندارد.

در شکل‌های مقابل جهت نیروی \vec{F}_e نشان داده شده است و همان‌طور که می‌بینیم، این نیرو تمایل دارد، فنر را به حالت اولیه‌اش برگرداند.

پاسخ تشریحی

گام اول: مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N - 50 = 0 \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}, x} = ma_1 \Rightarrow F_1 - f_k = ma_1 \Rightarrow F_1 - \mu_k (F_N) = ma_1$$

$$\Rightarrow F_1 - 0.4(50) = 5(2) \Rightarrow F_1 = 30 \text{ N}$$

گام دوم: دوباره قانون دوم نیوتون برای جسم در حالت جدید می‌نویسیم.

$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}, x} = ma_2 \Rightarrow F_2 - f_k = ma_2 \Rightarrow F_2 - \mu_k (F_N) = ma_2 \Rightarrow F_2 - 0.4(50) = 5(3) \Rightarrow F_2 = 25 \text{ N}$$

گام سوم: تغییرات طول فنر از حالت اول به حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = k \Delta L \Rightarrow (F_2 - F_1) = k(L_2 - L_1) \Rightarrow 25 - 30 = 200(L_2 - L_1)$$

$$L_2 - L_1 = \frac{5}{200} \text{ m} = \frac{5}{2} \text{ cm} = 2.5 \text{ cm}$$

تست و پاسخ 11

در شکل زیر، شخصی با کفش‌های چرخ‌داری که اصطکاک آن‌ها با سطح افقی ناچیز است، درون اتاقک یک کامیون ساکن ایستاده است. اگر کامیون رو به جلو شروع به حرکت کند، طبق قانون نیوتون، فاصله شخص از انتهای اتاقک کامیون، می‌یابد.



(۲) دوم - افزایش

(۴) دوم - کاهش

(۱) اول - کاهش

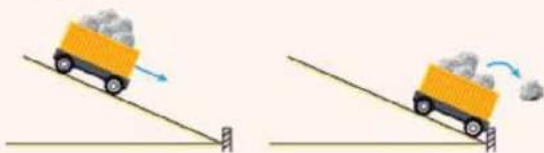
(۳) اول - افزایش

پاسخ: گزینه ۱

درس‌نامه قانون اول نیوتون به صورت زیر بیان می‌شود:

اگر جسم ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

طبق قانون اول نیوتون، اجسام تمایل دارند وضعیت حرکت خود را تغییر ندهند. به تمایل اجسام به حفظ وضعیت حرکتی خود، لختی می‌گوییم.



مثلاً مطابق شکل روبه‌رو در بررسی پایین آمدن متحرکی که در آن گوی‌هایی

وجود دارد، هنگامی که جسم توسط مانعی متوقف شود، گوی‌ها تمایل دارند

به حرکت خود ادامه دهند. به همین دلیل به بیرون از متحرک پرتاب می‌شوند.

پاسخ تشریحی طبق قانون اول نیوتون، جسم تمایل دارد حالت قبلی خودش را حفظ کند. با شروع حرکت کامیون به سمت جلو، شخص

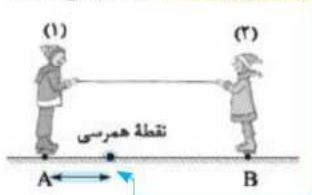
درون اتاقک تمایل دارد ساکن بماند؛ در نتیجه فاصله بین شخص و انتهای کامیون کم می‌شود.

تست و پاسخ 12

$$f_s = 0, f_k = 0$$

مطابق شکل زیر، دو نفر به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{1}{4}m_1$ روی یک سطح افقی با اصطکاک ناچیز قرار دارند. اگر این دو نفر ابتدا در نقاط A و B

و در فاصله ۶ متری از هم قرار داشته باشند و هر یک توسط طنابی دیگری را به سمت خود بکشد، در فاصله چند متری نقطه A به هم می‌رسند؟



(۲) ۱/۲

(۴) ۳

(۱) ۲

(۳) ۴

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک قانون سوم نیوتون، نسبت شتابی که دو شخص می‌گیرند را به دست آورید؛ سپس با استفاده از رابطه

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

نسبت مسافتی که هر شخص طی می‌کند تا به هم برسند را به دست آورید. با توجه به این که مجموع مسافت هر دو فرد ۶ متر است، مسافت پیموده شده توسط شخص (۱) را به دست آورید.

درس‌نامه قانون دوم نیوتون

اگر نیروی خالص وارد بر جسم صفر نباشد (نیروهای وارد بر جسم متوازن نباشند)، حرکت جسم شتابدار است.

شتاب ایجادشده، با جرم جسم رابطه عکس و با اندازه نیروی خالص واردشده رابطه مستقیم دارد و هم‌جهت با نیروی خالص است.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا، اما در خلاف جهت وارد می‌کند. قانون

سوم نیوتون به قانون کنش و واکنش معروف است.



نیروهای کنش و واکنش هم‌نوع هستند و باید مراقب باشیم که این نیروها بر دو جسم مختلف اثر می‌کنند. به عنوان مثال در شکل مقابل شخص بر روی تخته اسکیت قرار دارد. با اعمال نیروی رو به چپ توسط شخص به دیوار، دیوار هم نیرویی به همان اندازه و هم‌راستا با آن، ولی خلاف جهت، به شخص وارد می‌کند و باعث حرکت شخص می‌شود.

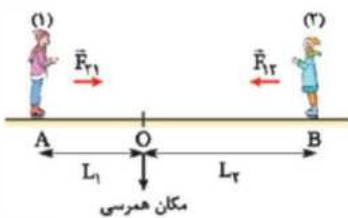
پاسخ تشریحی

طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند، برابر است؛ بنابراین:



$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow m_2 a_2 = m_1 a_1 \xrightarrow{m_1 = 2m_2} m_2 a_2 = 2m_2 a_1 \Rightarrow a_2 = 2a_1$$

همان‌طور که در شکل بالا مشاهده می‌کنیم، جهت نیروی \vec{F}_{21} (نیروی وارد بر شخص (۱)) به سمت راست و جهت نیروی \vec{F}_{12} (نیروی وارد بر شخص (۲)) به سمت چپ است. پس جهت شتاب‌های a_1 و a_2 به ترتیب در جهت محور X و خلاف جهت محور X است. **گام دوم:** مطابق شکل زیر مجموع مسافت‌های طی شده توسط دو شخص تا رسیدن به هم (نقطه O) بعد از مدت زمان t، برابر ۶ m است، به عبارتی $L_1 + L_2 = 6 \text{ m}$.



$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ L_2 &= |\Delta x_2| = \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{a_2 = 2a_1} \Rightarrow L_2 = 2L_1$$

$$L_1 + L_2 = 6 \text{ m} \xrightarrow{L_2 = 2L_1} L_1 + 2L_1 = 6 \Rightarrow 3L_1 = 6 \Rightarrow L_1 = 2 \text{ m}$$

بنابراین در فاصله ۲ متری نسبت به مکان اولیه A به هم می‌رسند.

تست و پاسخ 13

نیروهای وارد بر جسم متوازن است.

چتربازی از ارتفاع بسیار بلندی سقوط می‌کند. قبل از بازکردن چتر، چترباز به تندی حدی v_1 می‌رسد.

در این حالت اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر مجموعه $F_{D(1)}$ است. بعد از بازکردن چتر، چترباز به تندی حدی v_2 رسیده و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر مجموعه برابر $F_{D(2)}$ می‌شود. کدام مقایسه درست است؟

نیروهای وارد بر جسم متوازن است.

سطح مؤثر نسبت به حالت قبل بیشتر است.

$$F_{D(1)} = F_{D(2)}, v_1 = v_2 \quad (1)$$

$$F_{D(1)} < F_{D(2)}, v_1 = v_2 \quad (2)$$

$$F_{D(1)} = F_{D(2)}, v_1 > v_2 \quad (3)$$

$$F_{D(1)} < F_{D(2)}, v_1 > v_2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاروه: نیروی مقاومت شاره، مقداری متغیر دارد که به تندی و سطح مقطع مؤثر جسم درگیر با شاره وابسته است و زمانی که این نیرو توسط نیروهای دیگر به توازن برسد، تندی جسم به مقدار حدی خود می‌رسد.

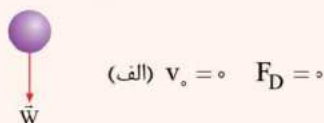
خودت حل کنی بهتره: با توجه به این که در حالتی که جسم به تندی حدی رسیده است، نیروهای وارد بر جسم متوازن است، نیروهای مقاومت هوا را در هر دو حالت به دست آورید.

درس نامه... زمانی که یک جسم داخل شاره (گاز یا مایع) حرکت می‌کند، به دلیل برخورد مولکول‌های شاره با جسم، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را نیروی مقاومت شاره می‌نامیم و با \vec{F}_D نمایش می‌دهیم. عوامل مؤثر در نیروی مقاومت شاره

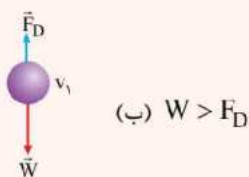
- (۱) **تندی جسم:** هر چه تندی جسم بیشتر باشد، مولکول‌های شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.
- (۲) **سطح مؤثر جسم:** هر چه سطح بیشتری با تعداد مولکول‌های شاره برخورد داشته باشند، شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.
- (۳) **چگالی:** هر چه چگالی شاره بیشتر باشد، تعداد مولکول‌های بیشتری با جسم برخورد دارند.

تندی حدی

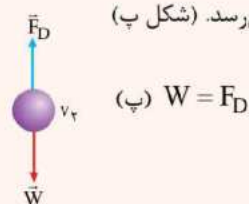
مطابق شکل زیر فرض کنیم جسمی از ارتفاع بسیار زیاد رها می‌شود. در لحظه رهاشدن، تندی جسم صفر است، بنابراین نیروی مقاومت هوا هم صفر است و تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است. (شکل الف)



پس از مدتی به دلیل نیروی وزن رو به پایین، حرکت جسم شتابدار شده و باعث افزایش تندی جسم می‌شود و در نتیجه نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (شکل ب)



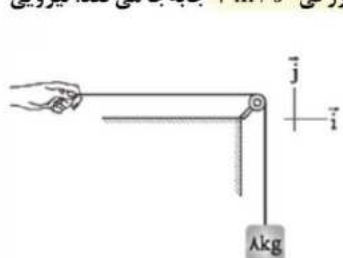
روند افزایش تندی به همین صورت ادامه دارد تا جایی که نیروی مقاومت هوا هم افزایش می‌یابد و برابر با نیروی وزن می‌شود که از این جا به بعد نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و شتاب حرکت صفر می‌شود و تندی جسم به «تندی حدی» می‌رسد. (شکل پ)



پاسخ تشریحی زمانی که چتر باز به تندی حدی می‌رسد، $F_D = mg$ می‌شود. چه در حالتی که چتر باز شده باشد و چه بسته باشد، در زمان رسیدن به تندی حدی، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر است، پس $F_{D(1)} = F_{D(2)}$ است. نیروی مقاومت هوا، به سطح مؤثر و تندی جسم وابسته است. زمانی که چتر باز چتر خود را باز می‌کند، سطح مؤثر به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد؛ بنابراین تندی حدی نسبت به حالتی که چتر باز، چترش را باز نکرده، کم‌تر است.

تست و پاسخ 14

شخصی توسط طنابی با جرم ناچیز، مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 8 kg را با شتاب رو به پایینی به بزرگی 2 m/s^2 جابه‌جا می‌کند. نیرویی که طناب به دست شخص وارد می‌کند، در SI کدام است؟
 $g = 10 \text{ m/s}^2$ و از جرم طناب و تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود.



جرم نخ را در محاسبات در نظر نمی‌گیریم.

$a = -2 \vec{j}$ $g = -10 \vec{j}$

$+64 \vec{i}$ (۲) $-64 \vec{i}$ (۱)

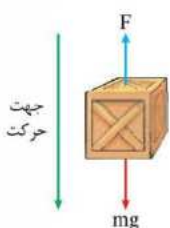
$+96 \vec{i}$ (۴) $-96 \vec{i}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با توجه به جهت شتاب جسم و نیروی وزن وارد بر جسم که رو به پایین است و استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی وارد شده از طرف طناب که منتقل کننده نیروی دست است را به دست آورید. سپس با استفاده از قانون سوم نیوتون، جهت نیرویی که طناب به دست وارد می کند را مشخص کنید.

درس نامه •• روند محاسبه نیروی خالص وارد بر جسم

- (۱) جسم را از انبوه اتفاقاتی که برای آن می افتد، جدا کنید.
 - (۲) نیروهای میدانی را از مرکز جرم رسم کنید — مانند — نیروی وزن، نیروی ناشی از میدان الکتریکی و نیروی ناشی از میدان مغناطیسی.
 - (۳) نیروهایی که با جسم در تماس هستند را رسم کنید — مانند —
 نیروی اصطکاک (ایستایی یا جنبشی)
 نیروی مقاومت هوا (F_D)
 نیروی عمودی تکیه گاه (F_N)
 نیرویی که ناشی از تماس با جسم دیگر است.
 - (۴) جسم را در دو راستای جهت حرکت و عمود بر جهت حرکت مورد تحلیل قرار دهید.
- $(F_{net}) = ma$ راستای جهت حرکت
 $(F_{net}) = 0$ راستای عمود بر جهت حرکت



پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل نیروی وزن رو به پایین و نیرویی از سمت طناب و با فرض رو به بالا (F) به جسم ۸ کیلوگرمی وارد می شود.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F = ma \Rightarrow 8 \times 10 - F = 8 \times 2 \Rightarrow F = 64 \text{ N}$$

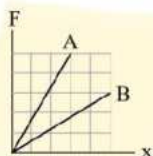
مثبت بودن نیروی F نشان دهنده این است که جهت نیروی وارد شده از طرف طناب به جسم درست فرض شده است.



گام دوم: شکل مقابل جهت نیروهای وارد بر جسم، شخص و طناب را نمایش می دهد. همان طور که مشاهده می کنید، نیروی وارد از طرف طناب به دست شخص ۶۴ N و در جهت محور X است.

تست و پاسخ 15

نمودار زیر، تغییرات نیروی کشسانی دو فنر A و B را بر حسب تغییر طول آن ها نشان می دهد. از فنر قائم A جسمی به جرم m آویخته شده و در حال تعادل طول آن نسبت به حالت عادی $2/4 \text{ cm}$ افزایش یافته است. اگر از فنر قائم B جسمی به جرم $3m$ آویخته شود، در حال تعادل طول آن نسبت به وضعیت عادی چند سانتی متر افزایش می یابد؟



شیب نمودار بیانگر ثابت فنر است.

- (۲) ۴
(۴) ۲۰

- (۱) ۳
(۳) ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در سؤالاتی که نمودار دیده می شود، با تقسیم کمیت محور قائم به کمیت محور افقی، متوجه خواهید شد که شیب نمودار بیانگر چیست.

خودت حل کنی بهتره با مقایسه شیب خط A و B، نسبت ثابت فنر A و B را بیابید. سپس با استفاده از رابطه $F_e = k \Delta L$ ، برای دو فنر A و B تغییر طول فنر B را به دست آورید.

درس نامه

به نیرویی که تمایل دارد فنر را به حالت اولیه اش برگرداند، نیروی کشسانی فنر گفته می شود و آن را با \vec{F}_e نمایش می دهیم. اندازه این نیرو با تغییر طول فنر متناسب است، به عبارتی داریم:

نیروی کشسانی فنر (N)

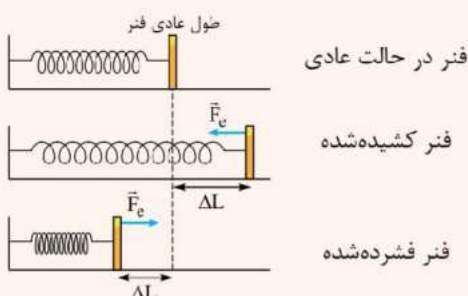
$$F_e = k \Delta L \rightarrow (m) \text{ تغییر طول فنر}$$

ثابت فنر (N/m)

رابطه $F_e = k \Delta L$ به قانون هوک معروف است.

ثابت فنر به مشخصات فیزیکی فنر (اندازه، شکل و ساختار ماده سازنده فنر) وابسته است.

در شکل های زیر جهت نیروی \vec{F}_e نشان داده شده است و همان طور که می بینیم این نیرو تمایل دارد، فنر را به حالت اولیه اش برگرداند.



پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این که شیب خط نمودار اندازه نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول فنر، بیانگر ثابت فنر است، نسبت ثابت فنرهای A و B را به دست می آوریم.

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{2}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $F_e = k \Delta L$ و مقایسه آن برای فنرهای A و B داریم:

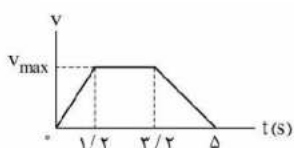
$$\frac{(F_e)_A}{(F_e)_B} = \frac{k_A}{k_B} \times \frac{(\Delta L)_A}{(\Delta L)_B} \rightarrow \frac{(F_e)_A = mg, (F_e)_B = 2mg}{\frac{k_A}{k_B} = \frac{5}{2}, \Delta L_A = 2/3 \text{ cm}} \rightarrow \frac{mg}{2mg} = \frac{5}{2} \times \frac{2/3}{\Delta L_B} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2/3}{\Delta L_B} \Rightarrow \Delta L_B = 2/3 \text{ cm}$$

تست و پاسخ 16

جهت حرکت رو به بالاست، مهمه!!

نمودار سرعت - زمان آسانسوری که به سمت بالا حرکت می کند، به شکل زیر است. شخصی درون این آسانسور روی

یک ترازو ایستاده است. اگر بیشترین مقداری که ترازو نشان می دهد، $1/5$ برابر کم ترین مقدار آن باشد، بیشینه تندی آسانسور در این



ترازو، نیروی عمودی سطح (F_N) را نشان می دهد.

حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۲ (۲)

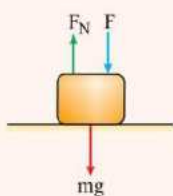
۳ (۴)

۱/۸ (۱)

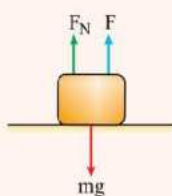
۲/۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در سوالات آسانسور، بهتر است از وزن ظاهری که در تکنیک درس نامه گفته شده، استفاده کنید.



$$F_N = F + mg$$



$$F_N = mg - F$$

درس نامه... نیروی عمودی سطح همیشه با نیروی وزن برابر نیست؛ حتی اگر جسم بر روی سطح افقی قرار داشته باشد. مثلاً در شکل‌های مقابل عدم برابری نیروی وزن و نیروی عمودی سطح نشان داده شده است:

به عنوان مثال زمانی که جسم بر روی کف آسانسور قرار دارد و حرکت آسانسور هم شتابدار باشد، نیروی عمودی تکیه‌گاه با نیروی وزن برابر نیست، در این حالت برای محاسبه نیروی عمودی سطح به صورت زیر عمل می‌کنیم:

- (۱) جهت حرکت آسانسور را به عنوان جهت مثبت در نظر می‌گیریم.
- (۲) اگر حرکت تندشونده باشد، شتاب را مثبت ($a > 0$) در نظر می‌گیریم و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب را منفی ($a < 0$) در نظر می‌گیریم.
- (۳) قانون دوم نیوتون را با توجه به جهت حرکت می‌نویسیم.

تکنیک برای محاسبات راحت‌تر در حرکت آسانسور، می‌توانیم از وزن ظاهری (W') استفاده کنیم، وزن ظاهری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W' = m(g \pm a)$$

→ تندشونده رو به بالا / کندشونده رو به پایین
→ کندشونده رو به بالا / تندشونده رو به پایین

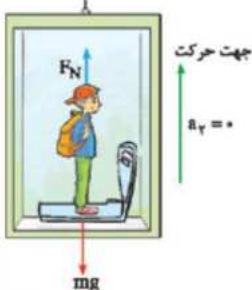


پاسخ تشریحی گام اول: حرکت شخص را در $1/2$ ثانیه اول بررسی می‌کنیم. آسانسور با شتاب تندشونده a_1 رو به بالا حرکت می‌کند.

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\max}}{1/2} = \frac{\Delta v_{\max}}{\epsilon}$$

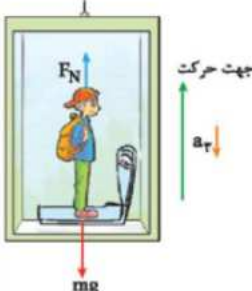
$$(F_{\text{net}})_y = ma_1 \Rightarrow F_{N1} - mg = ma_1$$

$$\Rightarrow F_{N1} = m(g + a_1) = m(g + \frac{\Delta v_{\max}}{\epsilon})$$



گام دوم: حرکت شخص درون آسانسور را در بازه زمانی $1/2$ s تا $3/2$ s بررسی می‌کنیم. در این بازه زمانی نمودار $v-t$ افقی است؛ بنابراین آسانسور بدون شتاب ($a_2 = 0$) حرکت می‌کند.

$$(F_{\text{net}})_y = ma_2 = 0 \Rightarrow F_{N2} - mg = 0 \Rightarrow F_{N2} = mg$$



گام سوم: حرکت شخص درون آسانسور را در بازه زمانی $3/2$ s تا 5 s بررسی می‌کنیم. آسانسور با شتاب کندشونده a_3 رو به بالا حرکت می‌کند.

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_{\max}}{1/8} = \frac{-\Delta v_{\max}}{9}$$

$$(F_{\text{net}})_y = ma_3 \Rightarrow F_{N3} - mg = m(\frac{-\Delta v_{\max}}{9}) \Rightarrow F_{N3} = m(g - \frac{\Delta v_{\max}}{9})$$

گام چهارم: بیشترین مقداری که ترازو نشان می‌دهد، در مرحله اول و کم‌ترین مقداری که ترازو نشان می‌دهد، در مرحله سوم اتفاق افتاده است؛

$$\frac{F_{N1}}{F_{N3}} = 1/5 \Rightarrow \frac{m(g + \frac{\Delta v_{\max}}{6})}{m(g - \frac{\Delta v_{\max}}{9})} = \frac{3}{2} \Rightarrow 20 + \frac{\Delta v_{\max}}{3} = 30 - \frac{\Delta v_{\max}}{3} \Rightarrow \frac{10 \Delta v_{\max}}{3} = 10 \Rightarrow \Delta v_{\max} = 3 \text{ m/s}$$

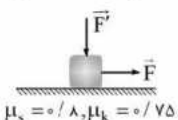
بنابراین:

تست و پاسخ 17

اصطکاک ایستایی
($f_{s, \max}$) بیشینه

در شکل زیر جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروهای هم‌اندازه \vec{F} و \vec{F}' در آستانه حرکت قرار دارد.

اگر اندازه هر یک از این نیروها 100 N افزایش یابد، اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، به چند نیوتون می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

نیروی \vec{F} افقی و نیروی \vec{F}' قائم است.)

$$50\sqrt{85} \quad (2)$$

$$50\sqrt{68} \quad (1)$$

$$437/5 \quad (4)$$

$$350 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا جسم را زمانی که در آستانه حرکت قرار دارد، تحلیل کنید و قانون دوم نیوتون را برای جسم بنویسید تا

نیروی F به دست بیاید. سپس در حالت دوم که اندازه نیروها تغییر می‌کند، با نوشتن قانون دوم نیوتون در حالت جدید برای جسم، نیروی

عکس‌العمل سطح $R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$ را محاسبه کنید.

درس نامه ۱۰۰ در طرحواره شکل مقابل نحوه محاسبه نیروی اصطکاک نشان داده شده است.

محاسبه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N$$

$$F_{\text{محرک}} > f_{s, \max}$$

بله

خیر

جسم حرکت می‌کند.

جسم حرکت نمی‌کند.

$$f_k = \mu_k F_N$$

$$F_{\text{محرک}} = f_{s, \max}$$

$$F_{\text{محرک}} < f_{s, \max}$$

جسم در آستانه حرکت است.

جسم ساکن است.

$$f_s = f_{s, \max} = \mu_s F_N$$

$$f_s = F_{\text{محرک}}$$

(۲) هر جسم ساکن یا در حال حرکت، از طرف تکیه‌گاه (سطح) دو نیرو را احساس می‌کند.

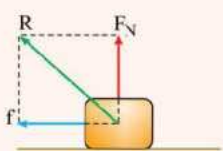
(۱) نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N)

(۲) نیروی اصطکاک (\vec{f})

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید، این دو نیرو به صورت عمود بر هم به جسم وارد می‌شود، بنابراین

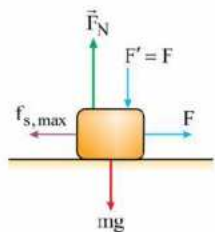
بزرگی برابری این دو نیرو برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



حواستون باشه نیروی سطح (R) را با نیروی عمودی سطح (F_N) اشتباه نگیرید.

پاسخ تشریحی گام اول: قانون دوم نیوتون را در حالتی که جسم در آستانه حرکت قرار دارد، برای جسم می‌نویسیم. در شکل نیروهای وارد شده در این حالت رسم شده است. جسم در راستای قائم جابه‌جایی ندارد:

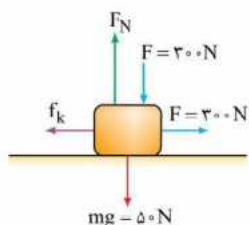


$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_N - F - mg = 0 \Rightarrow F_N = F + mg$$

جسم در راستای افق، در آستانه حرکت است:

$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F - f_{s,\text{max}} = 0 \Rightarrow F = f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow F = 0.8(F + mg) \Rightarrow F = 0.8F + 40 \Rightarrow F = 200 \text{ N}$$

گام دوم: در شرایط جدید اندازه هر یک از نیروهای F و F' ، 100 نیوتون افزایش می‌یابد و به 300 N می‌رسد. در این حالت نیروی 300 نیوتون باعث حرکت شده و اصطکاک از نوع جنبشی است. جسم در راستای قائم حرکت ندارد:



$$F_N = F + mg = 350 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.8 \times 350 = 280 \text{ N} \xrightarrow{F=300 \text{ N}} f_{s,\text{max}} < F \text{ (جسم حرکت می‌کند.)}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.75 \times 350 \text{ N}$$

گام سوم: اندازه نیروی عکس‌العمل سطح را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(0.75 \times 350)^2 + (350)^2} = 350 \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = 350 \times \frac{5}{4} = 437.5 \text{ N}$$

تست و پاسخ 18

$a > 0 \Rightarrow$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

مطابق شکل زیر، جسمی با شتاب $\vec{a} = (2 \text{ m/s}^2) \hat{i}$ روی سطح افقی به صورت تندشونده در حال حرکت است.

اگر نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند در SI به صورت $\vec{F} = 60\hat{i} - 200\hat{j}$ باشد، بزرگی نیروی \vec{F}_r چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) و نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 افقی هستند.



نیروی سطح بر جسم، $\vec{R} = -60\hat{i} + 200\hat{j}$ است.

۲۴۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۰ (۱)

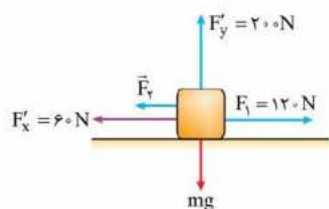
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مراقب آشفته‌بازار نیروها باشید. در نیروهای تماسی از خود سؤال کنید که، کی به کی نیرو وارد می‌کند؟ در این سؤال، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند بیان شده است. در صورتی که برای تحلیل جسم به نیروهای وارد شده به جسم نیاز داریم.

درس‌نامه درس‌نامه‌های تست ۸۴ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، به صورت $\vec{F} = 60\text{N}\hat{i} - 200\text{N}\hat{j}$ است. طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت با نیرویی است که جسم به سطح وارد می‌کند؛ بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}' = -60\text{N}\hat{i} + 200\text{N}\hat{j}$$



گام دوم: نیروهای وارد شده بر جسم را در شکل مشخص می‌کنیم، بنابراین داریم:
جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$f_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow mg = F'_y = 200 \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$

گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم در راستای افقی می‌نویسیم. باید توجه کنیم که نیرویی که سطح در راستای افق به جسم وارد می‌کند، همان نیروی اصطکاک است:

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F_y - F'_y - F'_x = ma \Rightarrow 120 - F_y - 60 = 20 \times 2 \Rightarrow F_y = 20 \text{ N}$$

تست و پاسخ 19

آسانسوری با شتابی به بزرگی $1/2 \text{ m/s}^2$ به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. جسمی به جرم 2 kg با نیروی افقی \vec{F} به دیوارهٔ این آسانسور با ضریب اصطکاک ایستایی $0/5$ تکیه داده شده است. اندازهٔ نیروی F حداقل چند نیوتون باشد تا جسم روی دیوارهٔ آسانسور نلغزد؟
($g = 9/8 \text{ m/s}^2$)

تندشوونده
رو به پایین

جسم در آستانهٔ حرکت است.

۴۴ (۴)

۲۲ (۳)

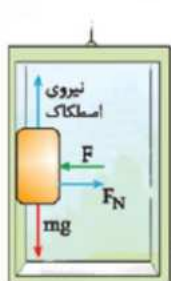
۳۴ / ۴ (۲)

۱۷ / ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با استفاده از قانون دوم نیوتون برای جسم در آستانهٔ حرکت (چون حداقل نیروی لازم برای جلوگیری از سقوط را می‌خواهد) نیروی F به دست می‌آید.

درس نامه در سنامهٔ تست‌های ۸۴ و ۸۶ را بخوانید.



جهت حرکت

$$a = 1/2 \text{ m/s}^2$$

$$F_N = F$$

گام اول: شکل زیر نیروهای وارد بر جسم که بر دیوارهٔ آسانسور قرار دارد را نمایش می‌دهد.

با توجه به این که جسم در راستای افق حرکت ندارد، داریم:

گام دوم: خواستهٔ سؤال، حداقل نیروی لازم برای نگه‌داشتن جسم و جلوگیری از سقوط آن است؛ بنابراین جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد و نیروی اصطکاک بیشینه است.

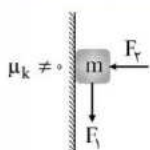
گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم در راستای قائم می‌نویسیم.

$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow mg - f_{s,\text{max}} = ma \Rightarrow mg - \mu_s F_N = ma \Rightarrow mg - ma = \mu_s F \Rightarrow m(g - a) = \mu_s F$$

$$\Rightarrow 2(9/8 - 1/2) = 0/5 \times F \Rightarrow F = 34/4 \text{ N}$$

تست و پاسخ 20

در شکل زیر جسمی به جرم 600 g تحت تأثیر دو نیروی افقی وقائم F_1 و F_2 از حال سکون با شتاب ثابت به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت 20 cm تندی آن به 2 m/s می‌رسد. اگر در این لحظه جهت نیروی F_1 عکس شود، جسم پس از طی مسافت 40 cm متوقف می‌شود.



حرکت کند شوونده $av < 0$

۴ / ۵ (۴)

حرکت تند شوونده $av > 0$

۲ / ۵ (۳)

اندازهٔ نیروی F_1 چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۲ (۲)

۱ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

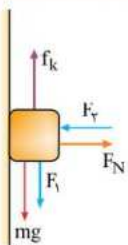
خودت حل کنی بهتره در مرحله اول که جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تندی 2 m/s می‌رسد، شتاب حرکت را از

رابطه $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta y$ به دست آورید و با نوشتن قانون دوم نیوتون به رابطه‌ای بین F_1 و f_k برسید. در مرحله دوم که جهت نیروی F_1 تغییر کرده و حرکت کندشونده است، با محاسبه شتاب، با استفاده از رابطه $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta y$ و نوشتن قانون دوم نیوتون در این حالت دوباره رابطه‌ای بین F_1 و f_k پیدا کنید و با مقایسه بین روابط بین F_1 و f_k در دو حالت، F_1 را به دست آورید.

درس نامه درس نامه تست ۸۴ را بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول نمایش می‌دهد.

در راستای افق جابه‌جایی نداریم، پس:



$$F_N = F_f$$

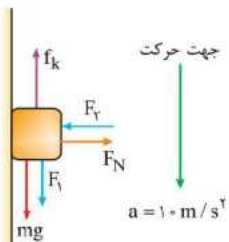
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k F_f$$

گام دوم: شتاب حرکت جسم در مرحله اول را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_1\Delta y_1 \Rightarrow 2^2 - 0^2 = 2a_1 \times 0.2 \Rightarrow a_1 = 10 \text{ m/s}^2$$

در این حالت جابه‌جایی به سمت پایین را مثبت در نظر گرفتیم.

گام سوم: قانون دوم نیوتون را در مرحله اول و در راستای قائم برای جسم می‌نویسیم.



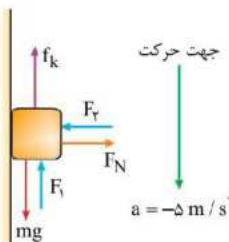
$$F_{\text{net},y} = ma_1 \Rightarrow mg + F_1 - f_k = ma_1 \Rightarrow 10\text{m} + F_1 - f_k = 10\text{m} \Rightarrow F_1 = f_k$$

گام چهارم: شتاب حرکت جسم در مرحله دوم را به دست می‌آوریم، جابه‌جایی جسم به سمت پایین را مثبت در نظر می‌گیریم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2\Delta y_2 \Rightarrow 0^2 - 2^2 = 2a_2 \times 0.4 \Rightarrow a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$

بنابراین در این مرحله شتاب حرکت جسم رو به بالا هست.

گام پنجم: قانون دوم نیوتون را در مرحله دوم و در راستای قائم برای جسم می‌نویسیم.

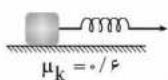


$$F_{\text{net},y} = ma_2 \Rightarrow mg - F_1 - f_k = ma_2 \Rightarrow 10\text{m} - F_1 - f_k = -5\text{m}$$

$$15\text{m} = F_1 + f_k \xrightarrow[\text{گام سوم}]{F_1 = f_k} 15\text{m} = 2F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{15\text{m}}{2} = \frac{15 \times 0.6}{2} = 4.5 \text{ N}$$

تست و پاسخ 21

در شکل زیر، توسط یک فنر به ثابت 200 N/m ، جسمی به جرم 5 kg را روی سطح افقی به حرکت درمی‌آوریم. اگر تغییر طول فنر نسبت



به حالت عادی آن 24 cm باشد، اندازه تغییر تکانه جسم در مدت 5 s ، چند واحد SI است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$\Delta p = F_{\text{net}} \times \Delta t$$

$$90 \text{ (2)}$$

$$240 \text{ (4)}$$

$$60 \text{ (1)}$$

$$150 \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در فنرهای متصل به جسم، فنر نقش انتقال‌دهنده نیرو را دارد که با داشتن تغییرات طول فنر و ثابت فنر، اندازه نیروی منتقل شده توسط فنر به دست می‌آید.

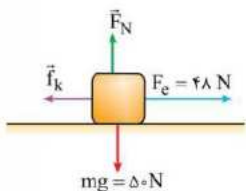
$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} = \vec{F}_{av} \Delta t$$

تغییر تکانه (kg.m/s) ← جرم (kg) ← تغییرات سرعت متوسط (m/s) ← مدت زمان تغییرات سرعت (s) ← نیروی خالص متوسط (N)

درس نامه •• اگر بردار سرعت جسم تغییر کند (اندازه سرعت یا جهت حرکت یا هر دو تغییر کند)، تکانه تغییر می‌کند. تغییرات تکانه از رابطه‌های مقابل به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** نیروی افقی را که توسط فنر به جسم منتقل می‌شود، به دست می‌آوریم. این نیروی افقی باعث تغییر طول فنر به اندازه ۲۴ cm شده است.

$$F_e = k \Delta L \Rightarrow F_e = 200 \times 0.24 = 48 \text{ N}$$



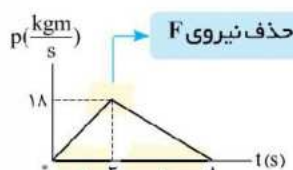
گام دوم: نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. شکل مقابل نیروهای وارد شده بر جسم را نمایش می‌دهد.

$$F_{net} = F_e - f_k = 48 - \mu_k (F_N) = 48 - 0.6(50) = 18 \text{ N}$$

$$\Delta p = F_{net} \times \Delta t = 18 \times 5 = 90 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

گام سوم: اندازه تغییرات تکانه جسم را در مدت ۵ ثانیه به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ 22



نیروی F و f_k بر جسم اثر دارند.

فقط نیروی f_k بر جسم اثر دارد.

جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، تحت تأثیر نیروی افقی \vec{F} شروع به حرکت کرده و پس از ۳ s این نیرو حذف می‌شود. اگر نمودار تکانه - زمان جسم در طی این حرکت به شکل مقابل باشد، اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟

- ۶ (۲)
۲/۴ (۴)

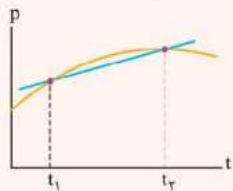
- ۳/۶ (۱)
۹/۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره شیب نمودار (p-t) در ۳ ثانیه اول بیانگر نیروی خالص (برایند نیروی F و f_k) است و در پنج ثانیه بعدی نیروی خالص ناشی از (f_k) است که برابر شیب نمودار (p-t) است. با مقایسه قسمت اول و دوم و با تشکیل دستگاه، نیروی F به دست می‌آید.

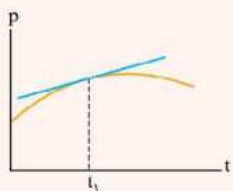
درس نامه

• شیب خط واصل بین دو نقطه در نمودار تکانه - زمان، برابر اندازه نیروی خالص متوسط بر جسم در مدت زمان مشخص شده است که در شکل مقابل بین لحظه t_1 تا t_2 رسم شده است.



اندازه نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم در بازه زمانی t_1 تا t_2 = شیب خط در بازه زمانی t_1 تا t_2

• شیب خط مماس بر نمودار تکانه - زمان، برابر اندازه نیروی خالص لحظه‌ای است. در شکل زیر اندازه شیب خط مماس رسم شده در لحظه t_1 بیانگر نیروی خالص لحظه‌ای در زمان t_1 است.



اندازه نیروی لحظه‌ای در لحظه t_1 = اندازه شیب خط مماس در لحظه t_1

پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم آهنگ تغییر تکانه $(\frac{\Delta p}{\Delta t})$ برابر نیروی خالص وارد بر جسم است. در ۳ ثانیه اول حرکت نیروهای F و f_k بر جسم اثر می‌کنند، بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}} = F - f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F - f_k = \frac{18 - 0}{3 - 0} = 6 \text{ N} \Rightarrow F - f_k = 6 \text{ N}$$

گام دوم: در بازه زمانی ۳ تا ۸ ثانیه، تنها نیروی اصطکاک بر جسم اثر می‌کند؛ بنابراین نیروی اصطکاک به دست می‌آید:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow -f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 18}{8 - 3} = -3/6 \Rightarrow f_k = 3/6 \text{ N}$$

گام سوم: نیروی F به راحتی به دست می‌آید.

$$F - f_k = 6 \xrightarrow{f_k = 3/6 \text{ N}} F - 3/6 = 6 \Rightarrow F = 9/6 \text{ N}$$

تست و پاسخ 23

اگر اندازه تکانه جسم A ، ۲۰ درصد بیشتر از اندازه تکانه جسم B و انرژی جنبشی جسم A ، ۱۰ درصد کمتر از انرژی جنبشی جسم B باشد،

$$K_A = 0/9 K_B$$

$$p_A = 1/2 p_B$$

جرم جسم A ، درصد از جرم جسم B است.

$$(2) \quad 60 - \text{کمتر}$$

$$(1) \quad 60 - \text{بیشتر}$$

$$(4) \quad 37/5 - \text{کمتر}$$

$$(3) \quad 37/5 - \text{بیشتر}$$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ که در درس‌نامه هم ثابت شده است و رابطه مقایسه‌ای بین دو جسم A و B ، نسبت جرم A به جرم B را به راحتی به دست آورید.

درس‌نامه ..

جسمی به جرم m که با تندی v در حال حرکت است را در نظر بگیرید. در این صورت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی $(K = \frac{1}{2}mv^2)$ و رابطه اندازه تکانه $(p = mv)$ ، به یک رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه می‌رسیم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم.}]{\text{طرفین را در } m} Km = \frac{1}{2}(mv)^2 \Rightarrow Km = \frac{p^2}{2} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

پاسخ تشریحی مطابق با رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ که در درس‌نامه ثابت شد، نسبت جرم جسم A به جرم جسم B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2 \times \frac{m_A}{m_B} \xrightarrow[\frac{K_A = 0/9 K_B}{p_A = 1/2 p_B}]{\frac{p_A = 1/2 p_B}{K_A = 0/9 K_B}} \frac{K_B}{0/9 K_B} = \left(\frac{p_B}{1/2 p_B}\right)^2 \times \frac{m_A}{m_B}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{(1/2)^2}{0/9} = \frac{1/2 \times 1/2}{3 \times 0/9} = 1/6$$

بنابراین جرم جسم A ، ۶۰ درصد بیشتر از جرم جسم B است.

حواستون باشه برای محاسبه درصد تغییرات یک کمیت یا نسبت یک کمیت به صورت درصد، کافی است نسبت آن‌ها را از عدد یک کم

کرده و در عدد ۱۰۰ ضرب کنید.

$$\frac{m_A}{m_B} = 1/6 \Rightarrow (1/6 - 1) \times 100 = \oplus 93.3\%$$

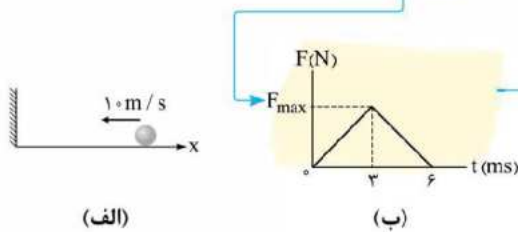
به عنوان مثال در این سؤال داریم:

جرم جسم A نسبت به جرم جسم B ، ۹۳.۳ درصد بیشتر است.

تست و پاسخ 24

جهت سرعت تغییر کرده است.

توپ به جرم 400 g مطابق شکل (الف)، در راستای افق با تندی 10 m/s به دیوار برخورد کرده و با تندی 8 m/s برمی گردد. اگر نمودار بزرگی نیرویی که دیوار به توپ وارد می کند، بر حسب زمان مطابق شکل (ب) باشد، اندازه بیشینه نیرویی که توپ به دیوار وارد می کند، چند نیوتون است؟



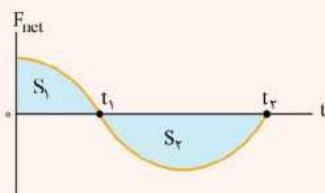
سطح زیر نمودار بیانگر تغییرات تکانه است.

- (۱) ۴۰۰
- (۲) ۸۰۰
- (۳) ۲۴۰۰
- (۴) ۴۸۰۰

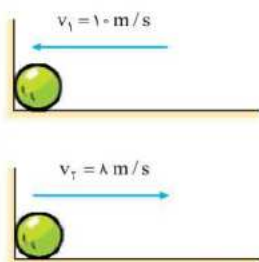
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا تغییرات تکانه را از رابطه $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$ به دست آورید (مراقب باشید سرعت کمیت برداری است). تغییرات تکانه با مساحت محدود به نمودار $F-t$ ، برابر است. حال می توانید بیشترین نیروی وارد بر گلوله را محاسبه کنید.

درس نامه سطح محدود به نمودار نیرو - زمان و محور زمان، برابر اندازه تغییرات تکانه است. در شکل زیر تغییرات تکانه در بازه های زمانی مختلف نشان داده شده است:

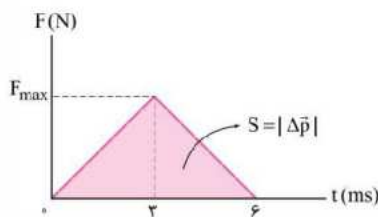


$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \text{تغییرات تکانه در بازه } (0 - t_1) \\ S_2 &= \text{تغییرات تکانه در بازه } (t_1 - t_2) \end{aligned} \right\} \Delta p = S_1 - S_2$$



پاسخ تشریحی گام اول: توپ با تندی 10 m/s به دیوار برخورد کرده (شکل (۱)) و با تندی 8 m/s برمی گردد (شکل (۲)). اندازه تغییرات تکانه (Δp) را به دست می آوریم:

$$|\Delta \vec{p}| = m |\Delta \vec{v}| = m |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 0.4 \left(8 - (-10) \right) = 7.2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$



گام دوم: سطح زیر نمودار نیرو - زمان که در شکل مقابل رسم شده است، برابر اندازه تغییرات تکانه است. تغییرات تکانه در گام اول 7.2 واحد SI به دست آمده، بنابراین داریم:

$$\frac{F_{\max} \times 6 \times 10^{-3}}{2} = 7.2 \Rightarrow F_{\max} = \frac{2 \times 7.2}{6 \times 10^{-3}} = 2400 \text{ N}$$

تست و پاسخ 25

چگالی سیاره ای ۴ برابر چگالی زمین و شعاع آن $\frac{1}{9}$ برابر شعاع زمین است. اگر شتاب گرانشی زمین در فاصله h از سطح زمین برابر با شتاب گرانشی این سیاره در سطح آن باشد، h چند برابر شعاع زمین است؟

$$g_e = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

(۴) ۵

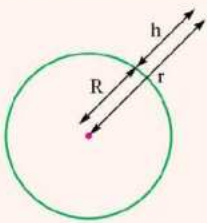
$$g_x = \frac{GM_x}{R_x^2}$$

(۳) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح یک سیاره از رابطه زیر به دست می آید:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

اگر چگالی متوسط این سیاره ρ باشد، در این صورت رابطه بالا به صورت زیر نوشته می شود:

$$g = \frac{G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{(R+h)^2} = \frac{4}{3}\pi\rho G \frac{R^3}{(R+h)^2}$$

اگر بخواهیم شتاب گرانش را در سطح سیاره ($h=0$) به دست آوریم، رابطه ساده تر هم خواهد شد.

$$g = \frac{4}{3}\pi\rho G \frac{R^3}{(R+h)^2} \xrightarrow{h=0} g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

بنابراین شتاب گرانش در سطح یک سیاره با (ρR) متناسب است.

پاسخ تشریحی باید شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین و سطح سیاره را با هم مقایسه کنیم. همان طور که در درس نامه ثابت کردیم،

شتاب گرانش در ارتفاع h از یک سیاره به شعاع R و چگالی ρ از رابطه $g = \frac{4}{3}\pi\rho G \frac{R^3}{(R+h)^2}$ به دست می آید.

$$g_e = \frac{4}{3}\pi\rho_e G \frac{R_e^3}{(R_e+h)^2}$$

گام اول: شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$g_x = \frac{4}{3}\pi\rho_x G \frac{R_x^3}{R_x^2} = \frac{4}{3}\pi\rho_x G R_x$$

گام دوم: شتاب گرانش در سطح سیاره x ($h=0$) برابر است با:

گام سوم: شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین با شتاب گرانش در سطح سیاره برابر است، بنابراین داریم:

$$g_e = g_x \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\rho_e G \frac{R_e^3}{(R_e+h)^2} = \frac{4}{3}\pi\rho_x G R_x \Rightarrow \rho_e \frac{R_e^3}{(R_e+h)^2} = \rho_x R_x \xrightarrow{\frac{\rho_x = \frac{4}{3}\rho_e R_e^3}{R_x = \frac{R_e^3}{9}}} \rho_e \frac{R_e^3}{(R_e+h)^2} = \frac{4}{3}\rho_e \times \frac{R_e^3}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e^3}{(R_e+h)^2} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \frac{R_e}{R_e+h} = \frac{2}{3} \Rightarrow h = \frac{R_e}{2}$$

تست و پاسخ 26

به جسمی، تنها دو نیروی عمود بر هم، به اندازه‌های F_1 و F_2 وارد می‌شود. با حذف نیروی F_1 ، اندازه شتاب جسم ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. نسبت $\frac{F_1}{F_2}$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

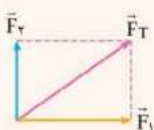
$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره برای بهتر فهمیدن سؤال، شکل مناسبی از آن را رسم کنید. این کار به شما کمک می‌کند تا راحت‌تر بتوانید به سؤال پاسخ بدهید.

درس نامه

(۱) اگر دو نیروی F_1 و F_2 بر هم عمود باشند، اندازه برابری آن‌ها از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

(۲) **قانون دوم نیوتون:** اگر بر جسمی نیروی خالص غیر صفری وارد شود، جسم تحت تأثیر این نیرو شتاب می‌گیرد. این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم و هم‌جهت با آن است، اما با جرم جسم نسبت وارون دارد.

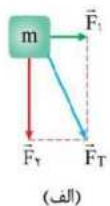
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m}$$

نیروی خالص (N) جرم جسم (kg)

شتاب جسم (m/s^2)

پاسخ تشریحی در حالت اول که دو نیروی عمود بر هم F_1 و F_2 بر جسم وارد می‌شود، جسم در جهت برابری این دو نیرو شتاب می‌گیرد:

(شکل «الف»)



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1) , F_T = ma \quad (2)$$

وقتی نیروی F_1 حذف می‌شود، فقط نیروی F_2 بر جسم اثر می‌کند و جسم در جهت نیروی F_2 شتاب می‌گیرد (شکل «ب»). با توجه به این که اندازه شتاب جسم در این حالت 20% درصد کاهش می‌یابد، می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$F_T = ma_T \xrightarrow{a_T = a - \frac{20}{100}a = \frac{80}{100}a} F_T = \frac{80}{100}ma \quad (3)$$

از طرفی با استفاده از رابطه (۱)، (۲) و (۳) می‌توانیم بنویسیم:

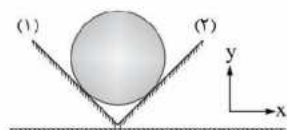
$$F_T = F_1 + F_2 \xrightarrow{F_T = ma} m^2 a^2 = F_1^2 + \frac{64}{100} m^2 a^2 \Rightarrow F_1^2 = \frac{36}{100} m^2 a^2 \Rightarrow F_1 = \frac{6}{10} ma$$

$$\frac{F_1}{F_T} = \frac{\frac{6}{10} ma}{\frac{80}{100} ma} = \frac{3}{4}$$

حالا نسبت $\frac{F_1}{F_T}$ را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ 26

کره همگنی به جرم 25 kg مطابق شکل زیر درون یک ناوه بدون اصطکاک قرار دارد. اگر نیرویی که کره به دیواره (۱) وارد می‌کند برابر $\vec{F} = (-120\text{N})\vec{i} + (-160\text{N})\vec{j}$ باشد، اندازه نیرویی که کره به دیواره (۲) وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



160 (2)

150 (4)

90 (1)

200 (3)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه: قانون سوم نیوتون:

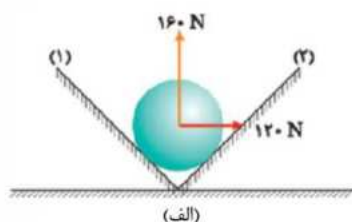
اگر جسم (۱) به جسم (۲) نیروی F را وارد کند، جسم (۲) نیز نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت نیروی F به جسم (۱) وارد می‌کند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

پاسخ تشریحی: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که کره به دیواره (۱) وارد می‌کند، هم‌اندازه،

هم‌راستا و در خلاف جهت نیرویی است که دیواره (۱) به کره وارد می‌کند (شکل «الف»); بنابراین بردار نیرویی که دیواره (۱) به کره وارد می‌کند، برابر است با:

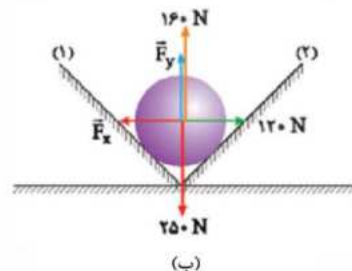
$$\vec{F}'_1 = (120\text{N})\vec{i} + (160\text{N})\vec{j}$$



(الف)

از طرفی دیواره (۲) نیز به کره نیرو وارد می‌کند که این نیرو از دو مؤلفه که یکی در خلاف جهت محور x و دیگری در جهت محور y است، تشکیل شده است. همچنین نیروی وزن نیز به کره وارد می‌شود که در خلاف جهت محور y است. (شکل «ب»)

چون کره ساکن است، پس برآیند نیروها در راستای x و y باید صفر باشد؛ بنابراین داریم:



(ب)

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow 120 - F_x = 0 \Rightarrow F_x = 120 \text{ N}$$

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_y + 160 - 250 = 0 \Rightarrow F_y = 90 \text{ N}$$

پس بردار نیرویی که دیواره (۲) به کره وارد می‌کند، برابر است با:

$$\vec{F}'_2 = (-120\text{N})\vec{i} + (90\text{N})\vec{j}$$

$$\vec{F}_T = (120\text{N})\vec{i} - (90\text{N})\vec{j}$$

طبق قانون سوم نیوتون، بردار نیرویی که کره به دیواره (۲) وارد می‌کند، برابر است با:

در آخر اندازه نیرویی را که کره به دیواره (۲) وارد می‌کند به دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{120^2 + 90^2} = \sqrt{(3 \times 40)^2 + (3 \times 30)^2} = 3 \times 50 = 150 \text{ N}$$

تست و پاسخ 27

ماهواره‌ای در فاصله h از سطح زمین قرار دارد. اگر فاصله ماهواره از سطح زمین ۳ برابر شود، نیروی وزن آن ۷۵ درصد کاهش می‌یابد. h چند برابر شعاع زمین است؟

به فاصله از «سطح زمین» توجه کنید.

۴ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

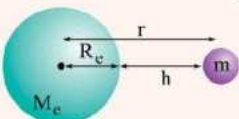
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره اگر چند سؤال از این مبحث حل کرده باشید، متوجه تکرارپذیر بودن سؤالات این مبحث می‌شوید. پس امتیاز این سؤالات را از دست ندهید.

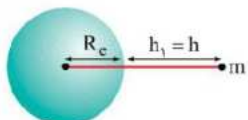
خودت حل کنی بهتره کافی است نسبت وزن جسم در دو حالت را به دست آورید.

درس‌نامه نیروی گرانشی که زمین به یک جسم وارد می‌کند، وزن نام دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

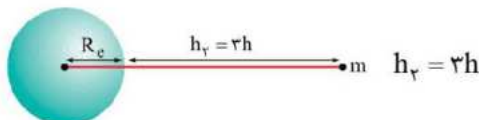


$$W = \frac{GM_em}{r^2} = \frac{GM_em}{(R_e + h)^2}$$

پاسخ تشریحی در حالت اول، ماهواره در فاصله h از سطح زمین قرار دارد (شکل «الف»). در حالت دوم، فاصله ماهواره از سطح زمین ۳ برابر می‌شود (شکل «ب»): یعنی:



(الف)



(ب)

با توجه به شکل‌های «الف» و «ب»، نسبت وزن در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$W = \frac{GM_em}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2} \right)^2 \xrightarrow[h_1 = h, h_2 = 3h]{\substack{W_2 = W_1 - \frac{75}{100} W_1 = \frac{25}{100} W_1 \\ h_1 = h, h_2 = 3h}} \frac{\frac{25}{100} W_1}{W_1} = \left(\frac{R_e + h}{R_e + 3h} \right)^2$$

$$\Rightarrow R_e + 3h = 2R_e + 2h \Rightarrow h = R_e$$

تست و پاسخ 28

گلوله‌ای به جرم 2 kg را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازه شتاب گلوله در یک ارتفاع معین، در مسیر رفت و مسیر برگشت به ترتیب 16 m/s^2 و a باشد، کدام مورد درباره a درست است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$a = 4 \text{ m/s}^2$ (۲)

$a < 4 \text{ m/s}^2$ (۱)

$a > 10 \text{ m/s}^2$ (۴)

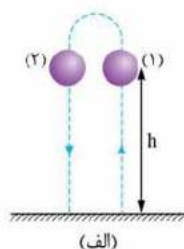
$4 \text{ m/s}^2 < a < 10 \text{ m/s}^2$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تا حالا به حرکت پرتابی جسم در راستای قائم فکر کرده بودید؟ در عین سادگی پر از پیچیدگی است. به قول هانف اصفهانی: «دل هر ذره را که بشکافی، آفتابیش در میان بینی». ما هم در پاسخ‌نامه دل ذره را شکافتیم.

درس‌نامه زمانی که یک جسم داخل شاره (گاز یا مایع) حرکت می‌کند، به دلیل برخورد مولکول‌های شاره با جسم، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را نیروی مقاومت شاره می‌نامیم و با \vec{f}_D نمایش می‌دهیم.

پاسخ تشریحی شکل «الف» مسیر رفت (۱) و برگشت (۲) گلوله را نشان می‌دهد:



دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر گلوله وارد می‌شود؛ بنابراین طبق قانون دوم نیوتون برای مسیر رفت گلوله می‌توانیم بنویسیم:



$$mg + f_D = ma \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, a=16 \text{ m/s}^2, g=10 \text{ m/s}^2} 2 \times 10 + f_D = 2 \times 16 \Rightarrow f_D = 12 \text{ N}$$

وقتی گلوله از ارتفاع h به نقطه اوج می‌رسد و مجدداً به ارتفاع h برمی‌گردد، مقداری از انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود (به اصطلاح تلف می‌شود)؛ بنابراین چون انرژی پتانسیل گرانشی آن در دو حالت (۱) و (۲) یکسان و انرژی مکانیکی آن در حالت (۲) کمتر از حالت (۱) است، پس انرژی جنبشی آن در حالت (۲) کمتر از انرژی جنبشی آن در حالت (۱) بوده و در نتیجه تندی آن در حالت (۲) کمتر از تندی آن در حالت (۱) است.



از طرفی چون نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله به تندی گلوله بستگی دارد، پس نیروی مقاومت هوا در حالت (۲) کمتر از حالت (۱) است؛ بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون برای حالت (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$mg - f'_D = ma \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, g=10 \text{ m/s}^2} 2 \times 10 - f'_D = 2a \xrightarrow{f'_D < 12 \text{ N}} a > 4 \text{ m/s}^2 \quad (۱)$$

از طرفی اگر گلوله در شرایط خلأ سقوط می‌کرد (مقاومت هوا وجود نداشت)، آن‌گاه شتاب گلوله برابر با شتاب جاذبه گرانش یعنی 10 m/s^2 بود؛ بنابراین $4 \text{ m/s}^2 < a < 10 \text{ m/s}^2$ است.

تست و پاسخ 29

۴ N/cm

جسمی به جرم 4 kg توسط یک فنر با ثابت 400 N/m از سقف یک آسانسور آویزان است. وقتی آسانسور با شتابی به بزرگی 2 m/s^2 به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، طول فنر به ℓ_1 و وقتی آسانسور با شتابی به بزرگی 3 m/s^2 به صورت کندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، طول فنر به ℓ_2 می‌رسد. $\ell_1 - \ell_2$ بر حسب سانتی‌متر کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۵ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره قانون دوم نیوتون را با توجه به قانون هوک، برای هر دو حالت بنویسید و با یکدیگر مقایسه کنید.

ثابت فنر
(N/m)

$$|F_e| = k x$$

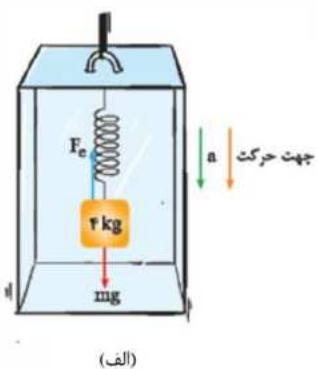
تغییر طول فنر
نسبت به طول
عادی (m)

نیروی کشسانی
فنر (N)

درس‌نامه: نیروی کشسانی فنر

اگر فنری را به اندازه x نسبت به طول عادی آن بکشیم یا فشرده کنیم، آن‌گاه اندازه نیروی کشسانی فنر از رابطه مقابل به دست می‌آید (قانون هوک):

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به شکل «الف»، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

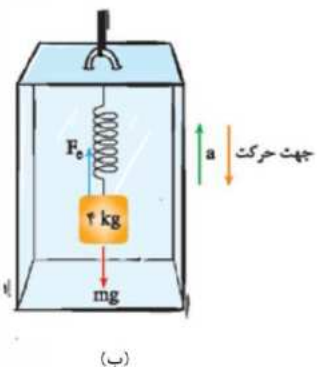


$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \xrightarrow{|F_e| = kx} kx = m(g - a)$$

$$\frac{k = 400 \text{ N/m} = 4 \text{ N/cm}}{a = 2 \text{ m/s}^2} \rightarrow 4(\ell_1 - \ell_0) = 4(10 - 2)$$

$$\Rightarrow \ell_1 - \ell_0 = 8 \text{ cm} \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به شکل «ب»، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = -ma \xrightarrow{|F_e| = kx} kx = m(g + a)$$

$$\frac{k = 4 \text{ N/cm}}{a = 2 \text{ m/s}^2} \rightarrow 4(\ell_2 - \ell_0) = 4(10 + 2)$$

$$\Rightarrow \ell_2 - \ell_0 = 12 \text{ cm} \quad (2)$$

گام سوم: حالا با استفاده از دو رابطه (1) و (2) می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} \ell_1 - \ell_0 = 8 \\ \ell_2 - \ell_0 = 12 \end{cases} \Rightarrow \ell_1 - \ell_2 = 8 - 12 = -4 \text{ cm}$$

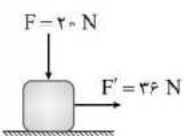
$$\Delta F = ma_1 - ma_2 = 4 \times 2 - 4 \times (-2) = 16 \text{ N}$$

$$\Delta F = k \Delta \ell \rightarrow 16 = 400 \Delta \ell \rightarrow \Delta \ell = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

$$\ell_2 - \ell_1 = 4 \rightarrow \ell_1 - \ell_2 = -4 \text{ cm}$$

تکنیک

30 تست و پاسخ



در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم 2 kg روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی ثابت در حال حرکت است. اگر اندازه نیروی F نصف شود، اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند چند برابر شده و زاویه بین این نیرو و سطح افقی چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\mu_k}$$

$$\frac{2}{5}, \text{ کاهش نمی‌کند.}$$

$$\frac{4}{5}, \text{ تغییر نمی‌کند.}$$

$$\frac{2}{5}, \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$\frac{4}{5}, \text{ کاهش می‌یابد.}$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره نیرویی که سطح به جسمی که در حال حرکت است، وارد می‌کند، از رابطه $R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$ به دست می‌آید که ساده‌شده آن به صورت $R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2}$ است، این نیرو را در دو حالت مختلف بیان‌شده در صورت تست، به دست آورید، سپس زاویه‌ای که نیروی سطح (R) با سطح افقی ایجاد می‌کند را در دو حالت به دست آورید.

درس نامه ۹۶ ۱) نیروی اصطکاک آستانه حرکت یا بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی از رابطه مقابل به دست می آید: $f_{s, \max} = \mu_s F_N$
 $f_{s, \max}$ فقط یک معیار برای تشخیص ساکن بودن یا حرکت کردن جسم است و هیچ گاه برای محاسبه شتاب از آن استفاده نمی کنیم:

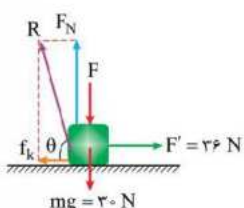
اگر $F_{\text{محری}} < f_{s, \max} \Rightarrow a = 0, f_s = F_{\text{محری}}$, جسم ساکن می ماند.

اگر $F_{\text{محری}} = f_{s, \max} \Rightarrow a = 0, f_{s, \max} = F_{\text{محری}}$, جسم ساکن می ماند (در آستانه حرکت است).

اگر $F_{\text{محری}} > f_{s, \max} \Rightarrow f_k = \mu_k F_N$, جسم حرکت می کند.

۲) نیروی واکنش سطح (R) در حالت کلی از رابطه $R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$ به دست می آید که f بیانگر نیروی اصطکاک است.

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \quad \text{جسم ساکن باشد و در آستانه حرکت نباشد:} \\ R &= F_N \sqrt{1 + \mu_s^2} \quad \text{جسم در آستانه حرکت باشد:} \\ R &= F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \quad \text{جسم در حال حرکت باشد:} \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل روبه رو، نیروهای وارد بر جسم را مشخص می کنیم و قانون دوم نیوتون را در راستای محور y می نویسیم: $(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_N - F - mg = 0 \Rightarrow F_N = F + 30$

گام دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می کند (R_1) را زمانی که $F = 20 \text{ N}$ است به دست می آوریم:

$$R_1 = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{(\mu_k F_N)^2 + (F_N)^2} = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \xrightarrow{\frac{F_N = F + 30}{F = 20 \text{ N}}} R_1 = 50 \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

گام سوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می کند (R_2) را زمانی که $F = 10 \text{ N}$ است به دست می آوریم:

$$R_2 = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \xrightarrow{\frac{F_N = F + 30}{F = 10 \text{ N}}} R_2 = 40 \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{40 \sqrt{1 + \mu_k^2}}{50 \sqrt{1 + \mu_k^2}} = \frac{4}{5}$$

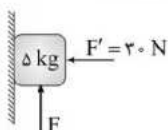
گام چهارم: نسبت نیروی سطح در حالت دوم به حالت اول را به دست می آوریم:

گام پنجم: زاویه ای که نیروی سطح با افق می سازد (θ) از رابطه زیر به دست می آید که فقط به ضریب اصطکاک جنبشی وابسته است. پس ثابت می ماند:

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{F_N}{\mu_k F_N} = \frac{1}{\mu_k}$$

تست و پاسخ 31

در شکل زیر جسم ساکن و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیواره برابر ۸/۰ است. اندازه نیروی F بر حسب نیوتون با چه تعداد از مقادیر زیر نمی تواند برابر باشد؟



ت) ۸۰
 ۴) ۱

پ) ۷۶
 ۳) ۲

ب) ۳۱
 ۲) ۳

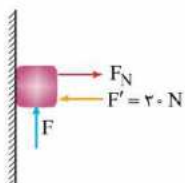
الف) ۲۴
 ۱) ۴

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا از بین نیروهای وارد بر جسم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه گاه را به دست آورید، سپس در دو حالت جسم را در آستانه حرکت رو به بالا و رو به پایین تحلیل کنید و محدوده نیروی F را به دست آورید.

درس نامه ۹۶ درس نامه تست ۹۶ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: حداقل و حداکثر نیروی F برای این که جسم ساکن باشد را به دست می آوریم، ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را محاسبه می کنیم:

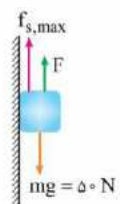


$$(F_{\text{net}})_x = 0$$

$$F_N = 30 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.8 \times 30 = 24 \text{ N}$$

گام دوم: یک بار جسم را در آستانه حرکت رو به پایین بررسی می کنیم:



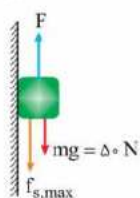
$$(F_{\text{net}})_y = 0$$

$$F + f_{s,\text{max}} - mg = 0$$

$$F + 24 - 50 = 0$$

$$F = 26 \text{ N}$$

گام سوم: جسم را در آستانه حرکت رو به بالا تحلیل می کنیم:



$$(F_{\text{net}})_y = 0$$

$$F - f_{s,\text{max}} - mg = 0$$

$$F - 24 - 50 = 0 \Rightarrow F = 74 \text{ N}$$

گام چهارم: برای این که جسم در حالت ساکن بماند، نیروی F باید بین 26 N و 74 N باشد؛ بنابراین مقادیر ارائه شده در قسمت های (الف)، (پ) و (ت) قابل قبول نیست.

تست و پاسخ 32

$$\left| \frac{p_x}{p_1} \right| = \left| \frac{v_x}{v_1} \right| = 2 \Rightarrow \frac{v_x}{v_1} = \pm 2$$

جسمی به جرم 20 kg با سرعت ثابت $\vec{v} = (5 \text{ m/s})\hat{i}$ در حال حرکت است. نیروی خالص و ثابت $\vec{F}_{\text{net}} = (-4 \text{ N})\hat{i}$ به مدت چند ثانیه بر جسم اثر کند تا اندازه تکانه آن دو برابر شود؟

۷۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

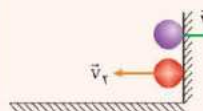
۱۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا تغییرات تکانه جسم را از رابطه $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$ به دست آورید. از آن جا که نیروی خالص در خلاف جهت محور x است، شتاب هم در خلاف جهت محور x است، پس سرعت ثانویه منفی است. با استفاده از رابطه $\Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$ ، مدت زمانی که نیروی خالص باید اثر کند را به دست آورید.

درس نامه

تکانه کمیتی برداری است و از رابطه $\vec{p} = m\vec{v}$ به دست می آید. به برداری بودن کمیت تکانه در حل مسائل باید توجه کنیم؛ به عنوان مثال در شکل زیر که توپ با تندی v_1 به دیوار برخورد کرده و با تندی v_2 برمی گردد در محاسبات تغییرات تکانه داریم:



$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\Delta p = m(-v_2 - v_1)$$

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: جسم تحت تأثیر نیروی ثابت و خالص $\vec{F}_{\text{net}} = (-4 \text{ N})\hat{i}$ است، ابتدا شتاب جسم را به دست می آوریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow -4 = 20a \Rightarrow a = -0.2 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: برای آن که اندازه تکانه دو برابر شود، باید تندی جسم دو برابر شود (جرم جسم ثابت است)؛ بنابراین داریم:

$$\left| \frac{v_x}{v_1} \right| = 2 \Rightarrow |v_x| = 2 \times 5 = 10 \Rightarrow v_x = \pm 10 \text{ m/s}$$

با توجه به این که شتاب جسم منفی است، تنها سرعت -10 m/s قابل قبول است.

گام سوم: مدت زمان رسیدن سرعت به -10 m/s را به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -\frac{10}{2} = \frac{(-10) - (\Delta)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{-10}{-10/2} = 2 \text{ s}$$

دام تستی اگر در محاسبات به علامت شتاب توجه نمی کردید و با علامت مثبت مسئله را حل می کردید، (۲) منتظر شما بود.

روش دوم: گام اول: برای دو برابر شدن اندازه تکانه، باید اندازه سرعت جسم، ۲ برابر شود؛ بنابراین:

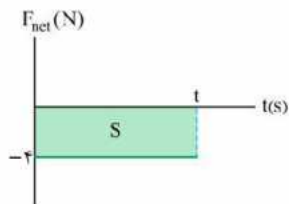
$$v_1 = \Delta \text{ m/s} \Rightarrow |v_2| = 2v_1 = 2 \times \Delta = 10 \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = \pm 10 \text{ m/s}$$

چون جهت نیرو در خلاف جهت محور X است، سرعت متحرک به -10 m/s نمی رسد و فقط -10 m/s قابل قبول است؛ بنابراین تغییر

تکانه جسم برابر است با:

$$\Delta p = m \Delta v = m (v_2 - v_1) = 20 (-10 - \Delta) = -300 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

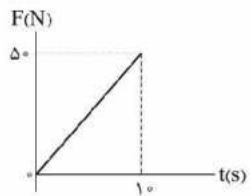
گام دوم: نمودار $F_{\text{net}} - t$ متحرک را رسم می کنیم. با توجه به این که سطح زیر نمودار $F_{\text{net}} - t$ برابر با اندازه تغییر تکانه متحرک است، t را به دست می آوریم:



$$S = |\Delta p| \Rightarrow 4 \times t = 300 \Rightarrow t = \frac{300}{4} = 75 \text{ s}$$

تست و پاسخ 33

جسمی به جرم 5 kg روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاک ایستایی 0.8 و ضریب اصطکاک جنبشی 0.6 ساکن است. از مبدأ زمان نیروی افقی \vec{F} به جسم وارد می شود. اگر نمودار اندازه این نیرو بر حسب زمان به شکل مقابل باشد، در لحظه $t = 10 \text{ s}$ اندازه تکانه جسم در SI چند واحد است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



توجه کنیم مساحت محدود به نمودار نیروی خالص بر حسب زمان، برابر تغییرات تکانه جسم است، نه نمودار نیرو بر حسب زمان!

(۱) ۲۵۰

(۲) ۹۰

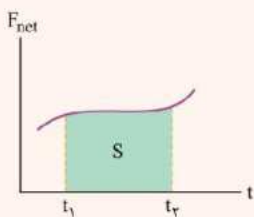
(۳) ۳۰

(۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم را به دست آورید. سپس نمودار نیروی خالص وارد شده بر جسم را بر حسب زمان رسم کنید. مساحت محدود به نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را تا لحظه 10 s محاسبه کنید تا تغییرات تکانه در 10 ثانیه ابتدایی را به دست آورید.

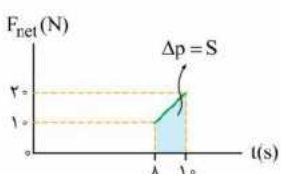
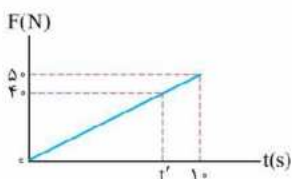
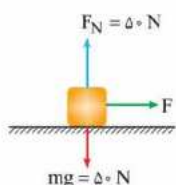
درس نامه ۱۰۰ مساحت محدود به نمودار نیروی خالص - زمان، برابر تغییرات تکانه است:



$$\Delta p_{(t_1 - t_2)} = S$$

$$m(v_2 - v_1) = S$$

(۲) درس نامه تست ۹۶ را بخوانید.



پاسخ تشریحی گام اول: نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) و نیروی اصطکاک جنبشی را برای جسم به دست می‌آوریم، در شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم مشخص شده است:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.8 \times 50 = 40 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.6 \times 50 = 30 \text{ N}$$

گام دوم: نمودار نیروی خالص (F_{net}) برحسب زمان را رسم می‌کنیم. حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جسم 40 N است، ابتدا زمانی که نیروی افقی به 40 N می‌رسد را به دست می‌آوریم (لحظه t' در نمودار):

$$\Rightarrow \frac{50}{10} = \frac{40}{t'} \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$

پس از لحظه $t' = 8 \text{ s}$ ، جسم شروع به حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) خلاف جهت نیروی F به جسم وارد می‌شود. در این صورت نمودار نیروی خالص برحسب زمان به صورت روبه‌رو خواهد شد:

گام سوم: مساحت محدود به نمودار ($F_{net} - t$)، برابر تغییرات تکانه است.

حال، تغییرات تکانه را تا 10 s به دست می‌آوریم:

$$\Delta p = S$$

$$\Delta p = \frac{(10 + 20) \times 2}{2} \Rightarrow \Delta p = 30 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$p_2 - p_1 = 30 \xrightarrow{p_1=0} p_2 = 30 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

تست و پاسخ 34

$$(f_D)_1 = mg$$

چتر بازی در مبدأ زمان از یک بلندی رها شده و در لحظه t_1 به تندی حدی خود می‌رسد. سپس در لحظه t_2 چتر را باز کرده و

$$(f_D)_2 = mg$$

در لحظه t_2 به تندی حدی در وضعیتی که چترش باز است می‌رسد. چه تعداد از عبارات‌های زیر درباره این چتر باز درست است؟

الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز در حال افزایش است.

آیا تندی یا مساحت مؤثر در حال افزایش است؟

ب) اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز بعد از لحظه t_2 با اندازه این نیرو در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر است.

پ) شتاب چتر باز در بازه زمانی صفر تا t_1 رو به پایین و اندازه آن در حال کاهش است.

$$av < 0$$

ت) حرکت چتر باز در بازه زمانی صفر تا t_1 تندشونده و در بازه زمانی t_1 تا t_2 کندشونده است.

$$av > 0$$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای حل این تست، مرحله به مرحله نیروهای وارد شده بر جسم و وضعیت جسم را مشخص کنید.

درس نامه ۱. عوامل مؤثر بر نیروی مقاومت شاره

۱) تندی جسم: هر چه تندی جسم بیشتر باشد، مولکول‌های شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند.

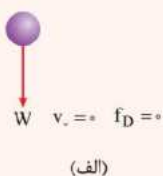
۲) سطح مؤثر جسم: هر چه سطح بیشتری با تعداد مولکول‌های شاره برخورد داشته باشد، شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.

۳) چگالی: هر چه چگالی شاره بیشتر باشد، تعداد مولکول‌های بیشتری با جسم برخورد دارند.

۴. تندی حدی

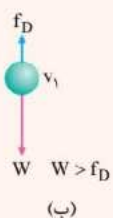
مطابق شکل روبه‌رو، فرض کنیم جسمی از ارتفاع بسیار زیاد رها می‌شود. در لحظه رها شدن، تندی جسم صفر است؛

بنابراین نیروی مقاومت هوا هم صفر است و تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است. (شکل «الف»)



(الف)

پس از مدتی به دلیل نیروی وزن رو به پایین، حرکت جسم شتابدار شده و باعث افزایش تندی جسم می‌شود و در نتیجه نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (شکل «ب»)



روند افزایش تندی به همین صورت ادامه دارد تا جایی که نیروی مقاومت هوا هم افزایش می‌یابد و برابر با نیروی وزن می‌شود. از این جا به بعد نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و شتاب حرکت صفر می‌شود و تندی جسم به «تندی حدی» یا $v_{\text{حدی}}$ می‌رسد. (شکل «پ»)



شکل زیر مسیر حرکت چتر باز و نیروهای وارد بر آن را نمایش می‌دهد.



از $t = 0$ تا t_1 ، رفته‌رفته مقاومت هوا افزایش می‌یابد تا برابر با نیروی وزن شود.

شتاب از رابطه $a = g - \frac{f_D}{m}$ به دست می‌آید.



$t_1 \leftarrow$ شخص به تندی حدی می‌رسد و از t_1 تا t_2 با تندی ثابت حرکت می‌کند.



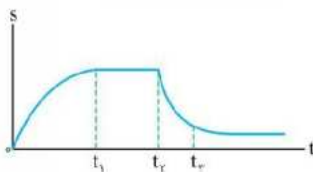
t_2 به بعد \leftarrow با باز شدن چتر در این لحظه و افزایش سطح مؤثر، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد.

از t_2 تا t_3 رفته‌رفته مقاومت هوا کاهش می‌یابد تا در نهایت برابر نیروی وزن شود. شتاب از رابطه $a = g - \frac{f_D}{m}$ به دست می‌آید.

t_p ← شخص با تندی ثابت حرکت می‌کند، اما نسبت به بازه t_1 تا t_p تندی کم‌تری دارد، چون سطح مؤثر بیشتر است.



$$mg = (f_D)_p$$



نمودار تندی چترباز بر حسب زمان به صورت روبه‌رو است.

پاسخ تشریحی حال، تمامی عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

عبارت (الف): در بازه t_1 تا t_p ، اندازه نیروی مقاومت هوا در حال کاهش است. (نادرستی عبارت الف)
 عبارت (ب): در بازه t_1 تا t_p و بعد از لحظه t_p ، شخص با تندی حدى و ثابت حرکت می‌کند (البته تندی حدى‌ها در این دو مرحله با هم برابر نیست)؛ بنابراین نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر است. (درستی عبارت ب)
 عبارت (پ): در بازه صفر تا t_1 ، شتاب رو به پایین است و همان‌طور که دیدیم، شتاب از رابطه $a = g - \frac{f_D}{m}$ به دست می‌آید که در این بازه رفته‌رفته با افزایش نیروی مقاومت هوا، اندازه شتاب در حال کاهش است. (درستی عبارت پ)
 عبارت (ت): در بازه صفر تا t_1 ، تندی چترباز افزایش می‌یابد، پس حرکت در این بازه، تندشونده است و در بازه t_1 تا t_p ، تندی چترباز کاهش می‌یابد، پس حرکت در این بازه کندشونده است. (درستی عبارت ت)

تست و پاسخ 35

نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی محور x و حول مبدأ در حال نوسان است. کدام یک از عبارت‌های زیر درباره این نوسانگر درست است؟

الف) در لحظه‌ای که جهت نیروی خالص وارد بر نوسانگر تغییر می‌کند، اندازه تکانه آن بیشینه است.

عبور از مبدأ (نقطه تعادل)

ب) در بازه زمانی‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر در حال افزایش است، اندازه شتاب آن کاهش می‌یابد.

دور شدن از نقطه تعادل

پ) هنگامی که نوسانگر در حال دور شدن از نقطه تعادل است، انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

ت) در لحظه‌ای که اندازه تکانه نوسانگر بیشینه است، جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند.

مبدأ (نقطه تعادل)

(۱) الف و ب

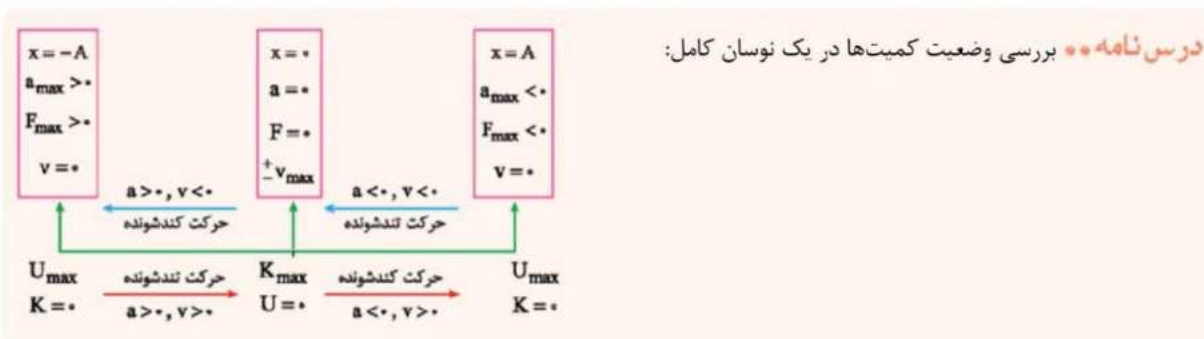
(۲) الف و پ

(۳) ب و ت

(۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• بررسی وضعیت کمیت‌ها در یک نوسان کامل:



پاسخ تشریحی همه عبارت‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

بررسی عبارت (الف): با عبور نوسانگر از مرکز نوسان (نقطه تعادل)، جهت نیروی خالص تغییر می‌کند که در این لحظه اندازه سرعت و تکانه بیشینه است. (درست)

بررسی عبارت (ب): زمانی که نوسانگر به نقاط بازگشت ($x = \pm A$) نزدیک می‌شود، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر افزایش می‌یابد، هم‌چنین طبق رابطه $a = -\omega^2 x$ با دور شدن از مرکز نوسان اندازه شتاب نیز افزایش می‌یابد. (نادرست)

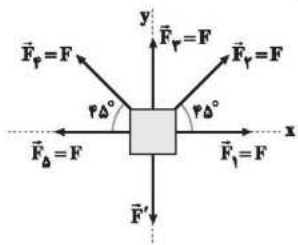
بررسی عبارت (پ): زمانی که نوسانگر از نقطه تعادل ($x = 0$) دور می‌شود، تندی نوسانگر در حال کاهش است؛ بنابراین انرژی جنبشی هم در حال کاهش است. (درست)

بررسی عبارت (ت): اندازه تکانه نوسانگر مانند تندی، زمانی بیشینه است که نوسانگر از وضع تعادل عبور کند؛ در این نقطه جهت حرکت تغییر نمی‌کند. (نادرست)

با توجه به بررسی عبارت‌ها، **۲** صحیح است.

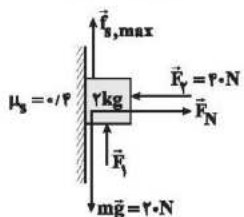
آزمون‌های سراسر
گاج

۲ ۴ برای ایجاد توازن، برابری نیروهای وارد بر جسم باید برابر صفر باشد و برای رسیدن به این هدف داریم:



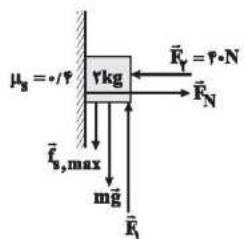
نیروهای \vec{F}_x و \vec{F}_y بر هم عمود هستند، بنابراین برابری نیروهای \vec{F}_x و \vec{F}_y برابر است با:
 $\vec{F}_x = \vec{F}_y = F\sqrt{2}$
 برابری نیروهای \vec{F}_x و \vec{F}_y :
 $F\sqrt{2} = F\sqrt{2} + F = F(\sqrt{2} + 1)$
 بنابراین:
 $F_{net} = 0 \Rightarrow F' = F(\sqrt{2} + 1)$
دقت کنید: نیروهای \vec{F}_x و \vec{F}_y هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۲ ۵ هنگامی که نیروی \vec{F}_1 کم‌ترین مقدار خود را دارد، جسم در آستانه سقوط به سمت پایین است و نیروی اصطکاک وارد بر جسم به سمت بالا است. در این حالت می‌توان نوشت:



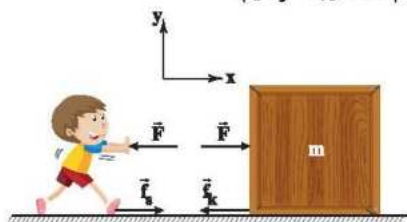
$$\begin{aligned} \text{تعادل افقی: } F_N &= F_1 = 40 \text{ N} \\ \text{تعادل عمودی: } mg - F_1 - f_{s,max} &= 0 \\ \Rightarrow 20 - F_1 - \mu_s F_N &= 0 \\ \Rightarrow 20 - F_1 - 0.4 \times 40 &= 0 \\ \Rightarrow F_1 &= 4 \text{ N} \end{aligned}$$

هنگامی که نیروی \vec{F}_1 بیشترین مقدار خود را دارد، جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است و نیروی اصطکاک وارد بر جسم به سمت پایین است. در این حالت می‌توان نوشت:



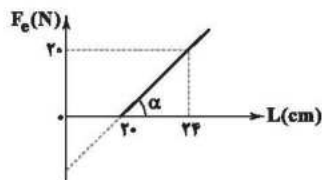
$$\begin{aligned} \text{تعادل افقی: } F_N &= F_1 = 40 \text{ N} \\ \text{تعادل عمودی: } mg + f_{s,max} - F_1 &= 0 \\ \Rightarrow 20 + \mu_s F_N - F_1 &= 0 \\ \Rightarrow 20 + 0.4 \times 40 - F_1 &= 0 \\ \Rightarrow F_1 &= 36 \text{ N} \end{aligned}$$

۲ ۶ شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم و شخص را نشان می‌دهد. **دقت کنید:** نیرویی که شخص به جسم وارد می‌کند، مطابق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با نیرویی است که جسم به شخص وارد می‌کند. برای واضح‌تر شدن شکل، بین شخص و جسم فاصله ایجاد کرده‌ایم.



۲ ۱ با توجه به قانون اول نیوتون، هنگامی که کامیون با شتاب ثابت به سمت راست حرکت می‌کند، گلوله آونگ می‌خواهد وضعیت قبلی خود را حفظ کند، بنابراین حرکت گلوله آونگ به سمت چپ خواهد بود. از طرفی نیروی وزن از طرف زمین به گلوله وارد می‌شود، بنابراین عکس‌العمل نیروی وزن گلوله، به مرکز زمین وارد می‌شود.

۲ ۲ گام اول: محاسبه ثابت فنر با کمک شیب نمودار:



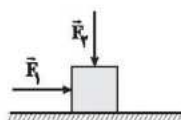
$$k = \tan \alpha = \frac{F}{\Delta L} = \frac{2}{4} = 0.5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

گام دوم: برای آن‌که طول فنر ۱۰ cm افزایش یابد، می‌توان نوشت:

$$F = k \Delta L \Rightarrow F = 0.5 \times 10 = 5 \text{ N}$$

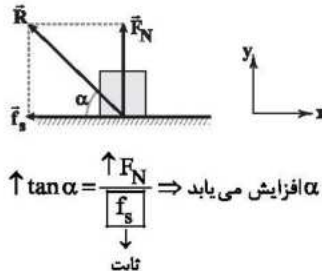
بنابراین باید وزنه‌ای به وزن ۵۰ N، یعنی وزنه‌ای به جرم ۵ kg را به فنر آویزان کنیم.

۲ ۳ با افزایش نیروی \vec{F}_1 ، جعبه



کماکان ثابت می‌ماند و این موضوع، یعنی نیروی اصطکاک، ثابت و بزرگی آن برابر با بزرگی نیروی F_1 است. از طرفی با افزایش \vec{F}_1 مقدار \vec{R} و \vec{F}_N (نیروی عکس‌العمل سطح) افزایش می‌یابد و در نتیجه $\vec{f}_{s,max}$ هم زیاد می‌شود. هم‌چنین چون جعبه کماکان ثابت می‌ماند، شتاب آن صفر بوده و نیروی خالص وارد بر جسم هم صفر می‌باشد و ثابت می‌ماند.

دقت کنید: با افزایش \vec{F}_N ، زاویه α در شکل زیر افزایش می‌یابد، بنابراین زاویه بردار نیروی \vec{R} با جهت مثبت محور x که برابر با $180^\circ - \alpha$ است، کاهش می‌یابد.

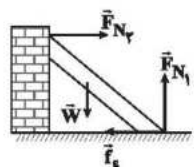


$$\tan \alpha = \frac{F_N}{f_s} \Rightarrow \text{افزایش می‌یابد}$$

بنابراین در مجموع دو پارامتر نیروی عمودی سطح و بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی افزایش می‌یابند.

9 ۳ هنگامی که جسمی را از ارتفاع زیاد رها می‌کنیم تا سقوط کند، جسم به تدریج سرعت می‌گیرد و در نهایت تندی آن به مقدار ثابتی موسوم به تندی حدی می‌رسد. با افزایش تندی حرکت جسم، نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت بیشتر می‌شود و در نتیجه شتاب سقوط جسم، کاهش می‌یابد. در نهایت هنگامی که تندی جسم به تندی حدی می‌رسد، نیروی مقاومت هوا هم‌اندازه وزن جسم می‌شود و در نتیجه شتاب حرکت، صفر می‌شود.

دقت کنید: در طول سقوط، تندی جسم کاهش نمی‌یابد، بنابراین حرکت نمی‌تواند کندشونده باشد و عبارت مطرح شده در گزینه (۳)، عبارت نادرستی است.



10 ۴ با نوشتن شرط تعادل قائم و

افقی برای میله، روابط زیر قابل اثبات است:

$$W = F_{N_1} \quad \text{تعادل قائم}$$

$$f_s = F_{N_2} \quad \text{تعادل افقی}$$

چون میله در آستانه حرکت است، پس $f_s = f_{s, \max} = \mu_s F_{N_1}$ می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:

$$\begin{cases} f_s = F_{N_2} \\ f_s = \mu_s F_{N_1} \end{cases} \Rightarrow F_{N_2} = \mu_s F_{N_1} \Rightarrow \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \mu_s \quad (\checkmark) \quad \text{(الف)}$$

$$\frac{W}{F_{N_2}} = \frac{W}{\mu_s F_{N_1}} \xrightarrow{W = F_{N_1}} \frac{W}{F_{N_2}} = \frac{1}{\mu_s} \quad (\checkmark) \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{W}{f_s} = \frac{W}{\mu_s F_{N_1}} \xrightarrow{W = F_{N_1}} \frac{W}{f_s} = \frac{1}{\mu_s} \quad (*) \quad \text{(ج)}$$

11 ۱ هنگامی که جسم در آستانه حرکت است، نیروی فنر با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است و داریم:

$$F_e = f_{s, \max} \Rightarrow k \Delta x_1 = \mu_s [F_N] \Rightarrow k \times 0.08 = 0.2 \times 60 \Rightarrow k = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

اگر بخواهیم جسم با شتاب $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کند، می‌توان نوشت:

$$F_k = \mu_k F_N = 0.1 \times 60 = 6 \text{ N} \quad \mu_s = 0.2, \mu_k = 0.1$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \Rightarrow F_e - 6 = 6 \times 4$$

$$\Rightarrow F_e = 30 \text{ N}$$

$$F_e = k \Delta x_2 \quad \frac{F_e = 30 \text{ N}}{k = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \rightarrow 30 = 150 \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

12 ۱ اگر آسانسور با شتاب $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{N_1} = m(g + a) = 2 \times (10 + 2) = 24 \text{ N}$$

با توجه به این که حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود، نیروی خالص وارد بر شخص و جسم صفر است، بنابراین داریم:

$$F = f_s \Rightarrow \text{نیروی خالص وارد بر شخص، صفر است.}$$

$$F = f_k \Rightarrow \text{نیروی خالص وارد بر جسم، صفر است.}$$

مطابق توضیحات فوق، فقط عبارت «ب» نادرست است.

7 ۱ هنگامی که شتاب حرکت آسانسور برابر با $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و به سمت بالا است، فنر بیشتر از حالت ساکن کشیده می‌شود و داریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a)$$

$$\Rightarrow k \Delta x_1 = m(g + a)$$

$$\Rightarrow 200 \Delta x_1 = 4(10 + 3)$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 0.26 \text{ m} = 26 \text{ cm}$$

هنگامی که شتاب حرکت آسانسور برابر با $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و به سمت پایین است، فنر کم‌تر از حالت ساکن کشیده می‌شود و داریم:

$$mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = m(g - a)$$

$$\Rightarrow k \Delta x_2 = m(g - a)$$

$$\Rightarrow 200 \Delta x_2 = 4(10 - 2)$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

بنابراین در حالت دوم، فنر ۱۰ cm کم‌تر از حالت اول کشیده می‌شود و در نتیجه فاصله آن تا کف آسانسور، ۱۰ cm بیشتر از حالت اول است، بنابراین فاصله جسم تا کف آسانسور در حالت دوم برابر $20 + 10 = 30 \text{ cm}$ است.

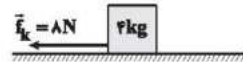
8 ۲ قبل از پاره شدن نخ، دو نیرو مطابق شکل زیر به جسم وارد می‌شوند. در این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 20 - 8 = 4a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین تا قبل از پاره شدن نخ، جسم به مدت ۴ ثانیه با شتاب $a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ سرعت می‌گیرد تا در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، سرعت آن به $4 \times 3 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد.

پس از پاره شدن نخ، فقط نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و داریم:

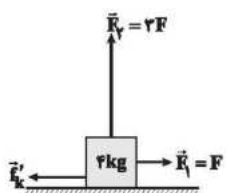


$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -8 = 4a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در نهایت برای به دست آوردن جابه‌جایی در این حالت، با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 12^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 36 \text{ m}$$

دقت کنید: در ۴ ثانیه اول، حرکت به صورت تندشونده است و پس از پاره شدن نخ، حرکت کندشونده می‌شود.



بعد از عوض کردن جای نیروها:

$$\begin{aligned} f'_k &= \mu_k F'_N = \mu_k (mg - F_r) \\ \Rightarrow f'_k &= \mu_k (40 - 3F) \\ F'_{net} &= F_r - f'_k = F - \mu_k (40 - 3F) \\ \Rightarrow F'_{net} &= F(1 + 3\mu_k) - 40\mu_k \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} F_{net} &= F'_{net} \Rightarrow F(3 + \mu_k) - 40\mu_k = F(1 + 3\mu_k) - 40\mu_k \\ \Rightarrow 3 + \mu_k &= 1 + 3\mu_k \Rightarrow \mu_k = 1 \end{aligned}$$

گام اول: با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، شتاب حرکت

بسته برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} a t^2 \\ \Delta x = -2 \text{ m} &\rightarrow -2 = \frac{1}{2} a \times 2^2 \\ \Rightarrow a &= -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

گام دوم: با توجه به شتاب حرکت بسته، نیروی اصطکاک برابر است با:



$$F_{net} = ma \Rightarrow -30 + f_k = 2 \times (-10) \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$$

گام سوم: بردار نیروی عکس العمل سطح (\vec{R}) برابر است با:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= f_k \vec{i} + F_N \vec{j} \\ \Rightarrow \vec{R} &= 10 \vec{i} + 20 \vec{j} \text{ (N)} \end{aligned}$$

چون جسم در آستانه حرکت است، پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است، بنابراین:

$$F = f_{s, \max} \Rightarrow F = \mu_s F_{N_1} = 0.5 \times 24 = 12 \text{ N}$$

اگر آسانسور با شتاب $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت کند، نیروی

عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{N_r} = m(g - a) = 2 \times (10 - 2) = 16 \text{ N}$$

نیروی خالص وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

$$F_{net} = F - f_k = 12 - \mu_k F_{N_r} = 12 - 0.4 \times 16 = 5.6 \text{ N}$$

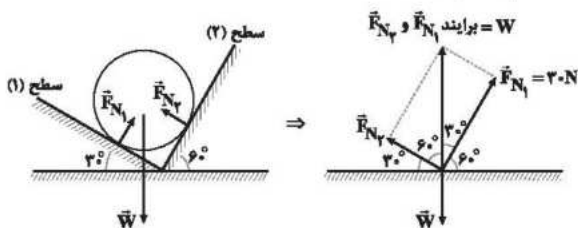
بنابراین شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 5.6 = 2a \Rightarrow a = 2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

دقت کنید: در حالت دوم، چون نیروی عمودی سطح کم شده است، $f_{s, \max}$ هم کم می شود و جسم حتماً حرکت می کند، بنابراین اصطکاک آن از نوع جنبشی خواهد بود.

13

شکل زیر، نیروهای وارد بر کره را نشان می دهد. چون کره در تعادل است، برآیند این سه نیرو باید صفر شود، بنابراین اندازه برآیند نیروهای \vec{F}_{N_1} و \vec{F}_{N_2} برابر با اندازه نیروی \vec{W} است.

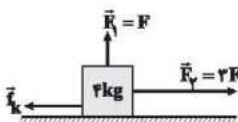


$$\begin{aligned} \cos 30^\circ &= \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{N_1}}{W} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{F_{N_1}}{W} \rightarrow F_{N_1} = 20 \text{ N} \\ \cos 60^\circ &= \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{N_2}}{W} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= \frac{F_{N_2}}{W} \rightarrow F_{N_2} = 10\sqrt{3} \text{ N} \end{aligned}$$

14

با توجه به آن که شتاب حرکت جسم تغییر نکرده است، نیروی خالص وارد بر جسم در دو حالت برابر است، بنابراین کافی است نیروی خالص را در دو حالت محاسبه کنیم.

قبل از عوض کردن جای نیروها:



$$\begin{aligned} f_k &= \mu_k F_N = \mu_k (mg - F_r) \\ \Rightarrow f_k &= \mu_k (40 - F) \\ F_{net} &= F_r - f_k = 3F - \mu_k (40 - F) \\ \Rightarrow F_{net} &= F(3 + \mu_k) - 40\mu_k \end{aligned}$$

با توجه به این که ضریب اصطکاک جنبشی برای دو جسم یکسان است، شتاب کند شدن دو جسم یکسان خواهد بود.

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، نسبت مسافت توقف دو جسم برابر است با:

$$d = \frac{v^2}{|2a|} \xrightarrow{\text{یکسان: } a} \frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

20 با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، رأس سهمی در $t=2s$ قرار دارد و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است، بنابراین با توجه به جابه‌جایی بین $0 \leq t \leq 2s$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{x} &= \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_2}{2} \Delta t \\ \Rightarrow -18 - (-10) &= \frac{\bar{v}_0 + 0}{2} \times 2 \\ \Rightarrow \bar{v}_0 &= -8 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

بنابراین تکانه اولیه متحرک برابر است با:

جرم برحسب کیلوگرم

$$\bar{p}_0 = m\bar{v}_0 = \left[\frac{0}{1}\right] \times (-8\hat{i}) = -8\hat{i} \left(\frac{kg \cdot m}{s}\right)$$

21 گام اول: محاسبه اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی:

$$F_N = mg + F_1 = 20 + 10 = 30N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.4 \times 30 = 12N$$

چون نیروی $F_1 = 13/5N$ بزرگ‌تر از $f_{s,max}$ است، جسم حرکت خواهد کرد و نیروی اصطکاک آن با سطح از نوع جنبشی خواهد بود. البته دقت کنید که با توجه به متن سؤال، می‌دانیم که جسم حرکت می‌کند و نیازی به طی کردن این گام نداریم و در این‌جا برای یادآوری به شما این گام را انجام داده‌ایم.

گام دوم: محاسبه شتاب حرکت:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= 10N \\ \bar{F}_2 &= 13/5N \\ \mu_s &= 0.4, \mu_k = 0.25 \\ f_k &= \mu_k F_N = 0.25 \times 30 = 7.5N \\ F_{net} &= F_1 - f_k = 13/5 - 7.5 = 6N \\ F_{net} &= ma \Rightarrow 6 = 2a \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

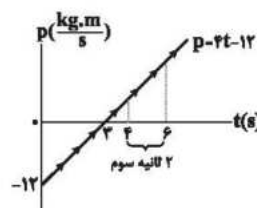
گام سوم: محاسبه سرعت جسم پس از 10 متر جابه‌جایی:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 3 \times 10 \Rightarrow v = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \frac{m}{s}$$

گام چهارم: محاسبه اندازه تغییرات تکانه جسم:

$$\begin{aligned} \text{تکانه اولیه: } p_1 &= mv_1 = 0 \\ \text{تکانه ثانویه: } p_2 &= mv_2 = 2 \times 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15} \frac{kg \cdot m}{s} \\ \Rightarrow \Delta p &= p_2 - p_1 = 4\sqrt{15} \frac{kg \cdot m}{s} \end{aligned}$$

16 نمودار تغییرات تکانه



جسم برحسب زمان به صورت مقابل است: همان‌طور که می‌بینید، در 2 ثانیه سوم، نمودار از محور افقی دور می‌شود، بنابراین اندازه تکانه زیاد می‌شود و در نتیجه حرکت تندشونده است.

دقت کنید، چون شیب نمودار ثابت و برابر 4 است، بنابراین نیروی متوسط در هر بازه زمانی برابر 4N خواهد بود.

17 با توجه به رابطه مربوط به نیروی خالص متوسط، بردار تغییر

تکانه در 5 ثانیه اول حرکت و 5 ثانیه دوم حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{av} &= \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} \\ \Rightarrow \begin{cases} \text{در } 5 \text{ ثانیه اول حرکت: } -2/5 \hat{j} = \frac{\Delta \bar{p}_1}{5} \Rightarrow \Delta \bar{p}_1 = -12/5 \hat{j} \\ \text{در } 5 \text{ ثانیه دوم حرکت: } 1/5 \hat{j} = \frac{\Delta \bar{p}_2}{5} \Rightarrow \Delta \bar{p}_2 = 7/5 \hat{j} \end{cases} \end{aligned}$$

حال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{av} &= \frac{\Delta \bar{p}_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{\Delta \bar{p}_1 + \Delta \bar{p}_2}{\Delta t} \\ \Rightarrow \bar{F}_{av} &= \frac{-12/5 + 7/5}{10} \hat{j} = -0.5/5 \hat{j} \Rightarrow \bar{F}_{av} = -0.5/5 \hat{j} (N) \end{aligned}$$

18 در حالت اول که جسم حرکت نمی‌کند، برآیند نیروهای وارد بر

آن صفر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{net} &= F - f_s = 0 \\ \Rightarrow F &= f_s \Rightarrow f_s = 120N \end{aligned}$$

بنابراین اندازه نیروی اصطکاک برابر 120N است. در ادامه با رساندن بزرگی نیروی \bar{F} به 180N، جسم حرکت می‌کند و شتاب آن برابر $5 \frac{m}{s^2}$ می‌شود. در

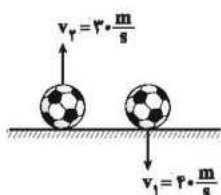
این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{net} &= ma \Rightarrow F - f_k = ma \\ \Rightarrow 180 - f_k &= 12 \times 5 \\ \Rightarrow f_k &= 120N \Rightarrow \mu_k F_N = 120 \Rightarrow \mu_k mg = 120 \\ \Rightarrow \mu_k \times 12 \times 10 &= 120 \Rightarrow \mu_k = 1 \end{aligned}$$

19 با استفاده از رابطه انرژی جنبشی برای مقایسه تندی دو

جسم داریم:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{m}{2m} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2\sqrt{2} \\ \text{نیروی اصطکاک باعث می‌شود دو جسم به تدریج متوقف شوند. شتاب کند شدن حرکت جسم‌ها برابر است با:} \\ F_{net} &= -f_k \Rightarrow ma = -\mu_k mg \Rightarrow a = -\mu_k g \end{aligned}$$



شکل مقابل، وضعیت توپ را قبل و بعد از برخورد نشان می‌دهد. اندازه تغییرات تکانه توپ در این برخورد برابر است با:

$$\Delta p = m\Delta v = 0.4 \times (30 - (-40)) \Rightarrow \Delta p = 0.4 \times 70 = 28 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

در نهایت برای محاسبه زمان برخورد می‌توان نوشت:

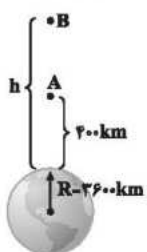
$$\begin{cases} F_{\text{net}} = F_{\text{سطح}} - mg \\ F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_{\text{سطح}} - mg \Rightarrow \frac{28}{\Delta t} = 284 - 0.4 \times 10 \Rightarrow \Delta t = 0.1 \text{ s} = 100 \text{ ms}$$

26 1 برای مقایسه شتاب گرانش در نقطه A و سطح سیاره داریم:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_s} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$\frac{g_A = \frac{1}{100} g_s}{h = 400 \text{ km}} \Rightarrow \frac{1}{100} = \left(\frac{R}{R+400} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{R}{R+400}$$

$$\Rightarrow 9R + 3600 = 10R \Rightarrow R = 3600 \text{ km}$$



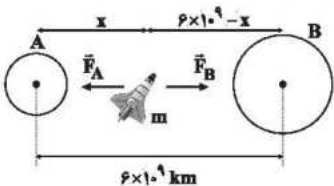
بنابراین شعاع سیاره برابر با 3600 km است. حال می‌خواهیم نقطه‌ای مانند B را پیدا کنیم که شتاب گرانش در آن، 25 درصد شتاب گرانش در سطح سیاره باشد در این حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{g_B}{g_s} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \Rightarrow \frac{25}{100} = \left(\frac{3600}{3600+h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3600}{3600+h} \Rightarrow h = 3600 \text{ km}$$

بنابراین نقطه B در فاصله 3600 km از سطح سیاره، یعنی 7200 km بالاتر از نقطه A قرار دارد.

27 1 مطابق شکل، برای آن‌که سفینه در تعادل باشد، کافی است نیروی گرانشی که دو سیاره به آن وارد می‌کنند، هم‌اندازه باشند.



$$F_A = G \frac{M_A m}{x^2 \times 10^6} = G \frac{\rho_A \times \frac{4}{3} \pi R_A^3 \times m}{x^2 \times 10^6}$$

$$F_B = G \frac{M_B m}{(6x)^2 \times 10^6} = G \frac{\rho_B \times \frac{4}{3} \pi R_B^3 \times m}{(6x)^2 \times 10^6}$$

$$\frac{F_A = F_B}{\Rightarrow \frac{\rho_A R_A^3}{x^2} = \frac{\rho_B R_B^3}{(6x)^2} \Rightarrow \frac{8 \times (5000)^3}{(6 \times 10^9 - x)^2} = \frac{1 \times (5000)^3}{(6 \times 10^9 - x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{چندر}} \frac{1}{x} = \frac{5}{6 \times 10^9 - x} \Rightarrow \Delta x = 6 \times 10^9 - x \Rightarrow x = 10^9 \text{ km}$$

22 3 در حالت اول، شتاب حرکت خودرو صفر بوده و می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T_1 - f_k - f_{\text{هوا}} = 0 \Rightarrow T_1 - 220 - 380 = 0 \Rightarrow T_1 = 600 \text{ N}$$



در حالت دوم، شتاب حرکت خودرو برابر با $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ بوده و می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T_2 - f_k - f_{\text{هوا}} = ma \Rightarrow T_2 - 220 - 380 = 1500 \times 2 \Rightarrow T_2 = 3600 \text{ N}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{T_2}{T_1} = 6$

23 4 برای آن‌که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، باید نیروی F هم‌اندازه با $f_{s, \text{max}}$ باشد.

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 3 \times 10 = 12 \text{ N}$$

$$F = f_{s, \text{max}} \Rightarrow 3t + 3 = 12 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

بنابراین جسم در پایان ثانیه سوم (ابتدای ثانیه چهارم) در آستانه حرکت قرار

می‌گیرد. برای آن‌که اندازه شتاب جسم برابر $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شود، می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

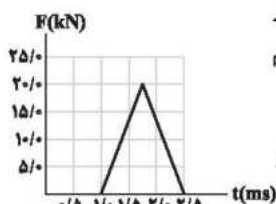
$$\Rightarrow F - 0.3 \times 3 \times 10 = 3 \times 2 \Rightarrow F = 15 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F = 3t + 3} 3t + 3 = 15 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

بنابراین در پایان ثانیه چهارم (ابتدای ثانیه پنجم)، اندازه شتاب حرکت

برابر $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ می‌شود.

24 2 مساحت زیر نمودار



نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه جسم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta p = \frac{20 \times 10^{-3} \times (2/5 - 1) \times 10^{-3}}{2} \Rightarrow \Delta p = 15 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

در ادامه با استفاده از رابطه $F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، اندازه نیروی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{15}{(2/5 - 1) \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ N}$$

25 1 توپ از ارتفاع 80 متری رها شده است تا به زمین برسد. برای

محاسبه تندی آن قبل از برخورد به زمین می‌توان نوشت:

$$v_1^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v_1^2 - 0 = -2 \times 10 \times (-80) \Rightarrow v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بعد از برخورد به زمین، توپ تا ارتفاع 45 متری بالا می‌رود، بنابراین سرعت آن بلافاصله پس از برخورد به زمین برابر است با:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0 - v_2^2 = -2 \times 10 \times 45 \Rightarrow v_2 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

28 برای حل کردن این سؤال، حرکت جسم را قبل از حذف شدن

نیروی \vec{F}_1 و بعد از آن به طور جداگانه بررسی می‌کنیم.

قبل از حذف شدن نیروی \vec{F}_1 ($0 < t < 5s$):

در این حالت نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل زیر است. با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{F}_N &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ mg &= F_N + F_1 \\ 40 &= F_N + 20 \Rightarrow F_N = 20N \\ F_{net} &= ma \Rightarrow F_y - f_k = ma \\ \Rightarrow F_y - \mu_k F_N &= ma \\ \Rightarrow 12 - 0.4 \times 20 &= 4a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

بنابراین در 5 ثانیه اول حرکت، جسم با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ سرعت می‌گیرد تا در

لحظه $t = 5s$ ، سرعت آن به $5 \frac{m}{s}$ برسد.

دقت کنید: در این حالت $F_y > f_{s,max}$ است و جسم قطعاً حرکت می‌کند.

بعد از حذف شدن نیروی \vec{F}_1 ($t > 5s$):

در این حالت نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل زیر است و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} mg &= F_N \Rightarrow F_N = 40N \\ F_{net} &= ma \Rightarrow F_y - f_k = ma \\ \Rightarrow F_y - \mu_k F_N &= ma \\ \Rightarrow 12 - 0.4 \times 40 &= 4a \Rightarrow a = -1 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

بنابراین از لحظه $t = 5s$ به بعد، حرکت جسم با شتاب $-1 \frac{m}{s^2}$ به تدریج کند

می‌شود تا در نهایت سرعت آن از $5 \frac{m}{s}$ به صفر برسد و متوقف شود. برای محاسبه مسافت طی شده در قسمت دوم حرکت می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 5^2 = 2 \times (-1) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{25}{2} = 12.5m$$

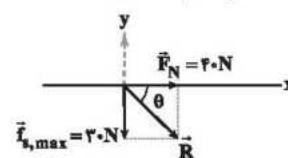
29 جسم در آستانه حرکت به

سمت بالا قرار گرفته و ساکن است. در این حالت نیروی اصطکاک برابر است با:

$$\begin{aligned} F_{net,y} &= 0 \Rightarrow f_{s,max} + mg = F_y \\ \Rightarrow f_{s,max} &= 30N \end{aligned}$$

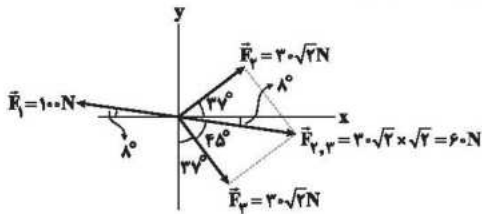
بنابراین زاویه نیروی عکس‌العمل سطح با جهت مثبت محور X برابر است با:

$$\tan \theta = \frac{f_{s,max}}{N} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



30 نیروی خالص وارد بر جسم با برابری از نیروها، برابر $40N$

و در جهت نیروی 100 نیوتونی است.



$$\Rightarrow F_{net} = F_1 - F_2, \quad \lambda = 100 - 60 = 40N$$

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta p}{1} \Rightarrow \Delta p = 40 \times 1 = 40 \frac{kg \cdot m}{s}$$

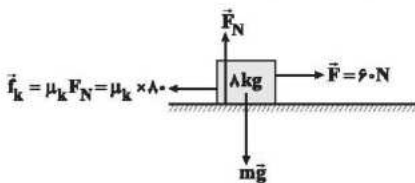
از طرفی Δp در جهت نیروی خالص وارد بر جسم است، یعنی در جهت نیروی 100 نیوتونی می‌باشد.

31 مطابق شکل سؤال، در لحظه باز شدن چتر، $f_D > W$ بوده و

شتاب حرکت به سمت بالاست، بنابراین با توجه به این که سرعت حرکت رو به پایین است، حرکت کندشونده می‌شود، یعنی تندی حرکت چتر باز کم شده تا به تندی حد برسد و این موضوع در گزینه (2) درست نشان داده شده است.

32 قبل از پاره شدن نخ، نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل زیر

است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = F - f_k = 60 - 80 \mu_k \xrightarrow{F_{net} = ma_1} 60 - 80 \mu_k = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{60 - 80 \mu_k}{m}$$

پس از پاره شدن نخ، فقط نیروی اصطکاک در راستای افقی به جسم وارد می‌شود و داریم:

$$F_{net} = -f_k = -80 \mu_k \xrightarrow{F_{net} = ma_2} -80 \mu_k = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{-80 \mu_k}{m}$$

با توجه به آن که زمان حرکت، پس از پاره شدن نخ، 2 برابر زمان حرکت قبل از پاره شدن نخ است، اندازه شتاب حرکت پس از پاره شدن نخ، نصف اندازه شتاب قبل از پاره شدن نخ است. به عبارت دیگر، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta v_1}{t_1} \quad |\Delta v_1| = |\Delta v_2| \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2}{t_1} \\ \frac{60 - 80 \mu_k}{m} &= \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{60 - 80 \mu_k}{80 \mu_k} = 2 \\ \Rightarrow 60 - 80 \mu_k &= 160 \mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{5} = 0.2 \end{aligned}$$

35 ۴ گام اول: طبق رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ می‌توان نوشت:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(2/2 \times 10^{-22})^2}{2 \times 6/4 \times 10^{-27}} = \frac{(2/2)^2 \times 10^{-44}}{12/8 \times 10^{-27}} = 8 \times 10^{-18} \text{ J}$$

گام دوم: برای تبدیل ژول به الکترون‌ولت داریم:

$$K = 8 \times 10^{-18} \text{ J} = \frac{8 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 5 \text{ eV}$$

36 ۱ مطابق شکل، می‌خواهیم شتاب گرانش در نقطه A، Δ درصد کمتر از شتاب گرانش در سطح زمین باشد.

$$\begin{cases} g_* = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ g_A = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_A}{g_*} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

$$\frac{g_A}{g_*} = \frac{49}{100} = \left(\frac{6300}{6300 + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{6300}{6300 + h}$$

$$\Rightarrow 7 \times 6300 + 7h = 10 \times 6300 \Rightarrow 7h = 3 \times 6300 \Rightarrow h = 2700 \text{ km}$$

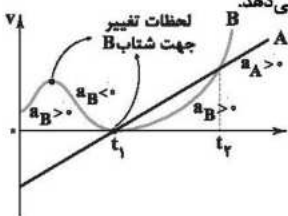
37 ۲ بررسی عبارت‌ها،

الف) سرعت متحرک B همواره مثبت است، بنابراین متحرک B بدون تغییر جهت، همواره در جهت محور X حرکت می‌کند و تکانه آن نیز همواره در جهت محور X است. با توجه به این توضیحات عبارت «الف» نادرست است.

ب) سرعت متحرک A ابتدا منفی است و سپس مثبت می‌شود، بنابراین متحرک A ابتدا در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند و سپس در جهت محور X به حرکت خود ادامه می‌دهد و تکانه آن نیز ابتدا در خلاف جهت محور X و سپس در جهت محور X است، پس عبارت «ب» هم نادرست است.

ج و د) شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب حرکت است. با توجه به نمودار، شتاب A همواره مثبت است، در حالی که شتاب B دو بار در نقاط

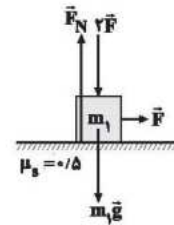
مشخص شده روی نمودار تغییر علامت می‌دهد. بنابراین مطابق قانون دوم نیوتون، رفتار نیروی برابری دارد بر متحرک‌ها دقیقاً مانند رفتار شتاب آن‌ها است، بنابراین عبارت‌های «ج» و «د» صحیح هستند.



33 ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، حرکت هر یک از جسم‌ها را

جداگانه بررسی می‌کنیم:

بررسی حرکت جسم m_1 :



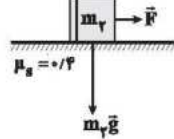
$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = m_1 g + 2F$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.5(m_1 g + 2F)$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = 0.5 m_1 g + F$$

همان‌طور که می‌بینید، برای جسم m_1 قطعاً $f_{s,max} > F$ است و در نتیجه جسم حرکت نخواهد کرد.

بررسی حرکت جسم m_2 :



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = m_2 g + 2F$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.4(m_2 g + 2F)$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = 0.4 m_2 g + 0.8 F$$

همان‌طور که می‌بینید، با توجه به مقدار وزن جسم، اندازه نیروی \vec{F} می‌تواند بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی باشد و در نتیجه جسم m_2 ممکن است حرکت کند یا نکند.

34 ۲ برای حل کردن این سؤال، نیروی \vec{F} را به شکل دو نیروی افقی

و قائم زیر در نظر گرفته و گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی:

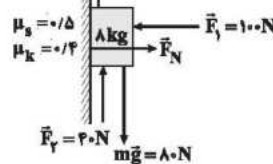
$$\begin{cases} f_{s,max} = \mu_s F_N \\ F_N = F_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_1 = 0.5 \times 100 = 50 \text{ N}$$

وزن جسم برابر 80 N است که نیروی $F_2 = 40 \text{ N}$ ، $F_3 = 40 \text{ N}$ از آن را تحمل می‌کند و در نتیجه نیروی خالص 40 N می‌خواهد جسم را پایین بیاورد.

چون این نیرو از $f_{s,max}$ کم‌تر است، جسم ساکن می‌ماند و اصطکاک آن با دیوار از نوع ایستایی خواهد بود.

گام دوم: محاسبه نیروی سطح:



شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم را

نشان می‌دهد. با نوشتن تعادل در

راستای افقی و عمودی داریم:

$$\text{تعادل افقی: } F_N = F_1 = 100 \text{ N}$$

$$\text{تعادل عمودی: } mg - F_2 - f_s = 0$$

$$\Rightarrow 80 - 40 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 40 \text{ N}$$

نیروی سطح برابر برابری نیروهای \vec{F}_2 و \vec{F}_3 است و برابر است با:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(40)^2 + (100)^2} = 20\sqrt{29} \text{ N}$$

38 فرض می‌کنیم جرم اتومبیل برابر M و جرم هر یک از

سرنشین‌ها برابر m باشد.

نیروی به بزرگی F به اتومبیل با یک سرنشین، شتابی به بزرگی $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$ را

می‌دهد، بنابراین مطابق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = (M + m) \times a = (M + m) \times \frac{2}{5} \quad (1)$$

نیروی به بزرگی F به اتومبیل با چهار سرنشین، شتابی به بزرگی $\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$ را

می‌دهد، بنابراین مطابق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = (M + 4m) \times a = (M + 4m) \times \frac{1}{5} \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (1) بر رابطه (2) داریم:

$$\frac{F}{F} = \frac{(M + m) \times \frac{2}{5}}{(M + 4m) \times \frac{1}{5}} \Rightarrow (M + m) \times \frac{2}{5} = (M + 4m) \times \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 2M + 2m = M + 4m \Rightarrow M = 2m \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{2}{1} = 2$$

39 با توجه به نمودار، چتر باز در لحظه $t = 2s$ به سرعت حد

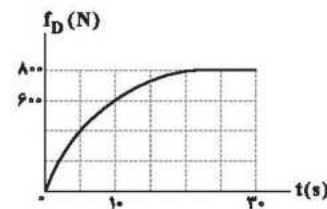
رسیده و در این حالت شتاب حرکت برابر صفر و $f_D = mg$ است، بنابراین:

$$t = 2s: f_D = mg \Rightarrow 800 = mg \Rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

در ادامه در لحظه $t = 1s$ ، با توجه به خط‌چین‌های نمودار، مقاومت هوا

برابر 600 N بوده و شتاب حرکت چتر باز برابر است با:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 800 - 600 = 80a \Rightarrow a = \frac{200}{80} = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$



40 هنگامی که آسانسور ساکن است، وزن جسم برابر نیروی فنر

است. در این حالت داریم:

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg \Rightarrow 500\Delta L = 4 \times 10$$

$$\Rightarrow \Delta L = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm} \xrightarrow{\Delta L = 28 - L_0} L_0 = 20 \text{ cm}$$

هنگامی که آسانسور به صورت کندشونده بالا می‌رود، بردار شتاب در خلاف

جهت حرکت است، بنابراین شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است. در این

حالت می‌توان نوشت:

$$mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = m(g - a) \Rightarrow k\Delta L = m(g - a)$$

$$\Rightarrow 500\Delta L = 4 \times (10 - 2) \Rightarrow \Delta L = 0.064 \text{ m} = 6.4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L - L_0 = 6.4 \text{ cm} \xrightarrow{L_0 = 20 \text{ cm}} L - 20 = 6.4 \text{ cm} \Rightarrow L = 26.4 \text{ cm}$$

41 نیروهای واردشده به میله را به

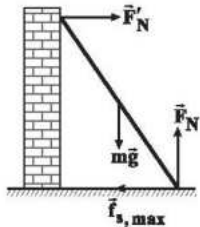
صورت مقابل رسم می‌کنیم:

با توجه به این‌که میله ساکن است، برآیند

نیروهای واردشده به آن صفر است و داریم:

$$F_N = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = 200 \mu_s$$



اندازه نیروی واردشده از طرف سطح افقی به نردبان، برابر اندازه برآیند نیروهای

F_N و $f_{s, \max}$ است، بنابراین داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s, \max}^2} \Rightarrow 100\sqrt{5} = \sqrt{(200)^2 + (200\mu_s)^2}$$

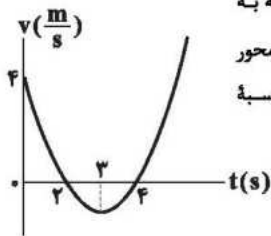
$$\Rightarrow 100\sqrt{5} = 200\sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2}$$

42 ابتدا دقت کنید با توجه به

تقارن سهمی، نمودار در لحظه $t = 2s$ محور

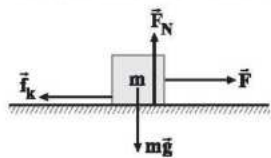
افقی را قطع می‌کند. در ادامه برای محاسبه

شتاب متوسط داریم:



$$\begin{cases} \text{اول ثانیه اول: } \vec{F}_{av} = m \times \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = 1 \times \frac{0 - 4}{1} = -4 \text{ N} \Rightarrow |\vec{F}_{av}| = 4 \text{ N} \\ \text{دوم ثانیه دوم: } \vec{F}_{av} = m \times \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = 1 \times \frac{0 - 0}{1} = 0 \end{cases}$$

43 ابتدا نیروهای واردشده به جسم را به صورت زیر رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌دانید نیرویی که از

طرف سطح به جسم وارد می‌شود،

برابر با برآیند نیروهای F_N و f_k

است، بنابراین داریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \Rightarrow 130 = \sqrt{f_k^2 + (50)^2} \Rightarrow f_k = 120 \text{ N}$$

از آن جایی که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، بنابراین $f_k = F$ است و

$$F = f_k = 120 \text{ N}$$

$$F = k\Delta L \Rightarrow 120 = 200\Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{6}{10} \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

بنابراین: حال اگر طول فنر 10 cm دیگر نیز افزایش یابد، $\Delta L = 70 \text{ cm}$ شده و شتاب

$$F' - f_k = ma \Rightarrow 200 \times 0.7 - 120 = 5a$$

$$\Rightarrow 20 = 5a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

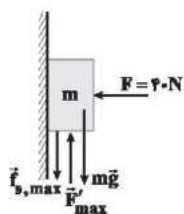
روش مفهومی‌تر: در مقایسه دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F - f_k = m\dot{a} & (1) \\ F' - f_k = m\dot{a}_y & (2) \end{cases}$$

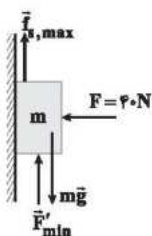
$$(2) - (1) \Rightarrow F' - F = m\dot{a}_y \Rightarrow k(\Delta L' - \Delta L) = m\dot{a}_y$$

$$\Delta L' - \Delta L = 0.1 \text{ m} \Rightarrow 200 \times 0.1 = 5\dot{a}_y \Rightarrow \dot{a}_y = 4 \frac{m}{s^2}$$

47 در آستانه حرکت جسم به سمت بالا، نیروی \vec{F} بیشینه است و در آستانه حرکت آن به سمت پایین، نیروی \vec{F} کمینه است. به شکل های زیر دقت کنید:



$$\text{تعداد عمودی: } F'_{\max} = mg + f_{s,\max}$$



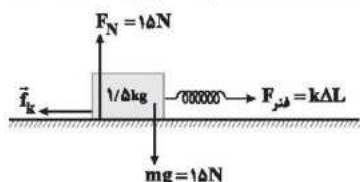
$$\text{تعداد عمودی: } F'_{\min} = mg - f_{s,\max}$$

بنابراین اختلاف F'_{\min} و F'_{\max} برابر است با:

$$F'_{\max} - F'_{\min} = (mg + f_{s,\max}) - (mg - f_{s,\max}) = 2f_{s,\max}$$

$$\Rightarrow F'_{\max} - F'_{\min} = 2\mu_s F_N = 2 \times 0.4 \times 40 = 32 \text{ N}$$

48 به شکل زیر که نیروهای وارد بر جسم را نشان می دهد، توجه کنید.

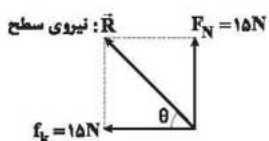


چون جسم با سرعت ثابت حرکت می کند، شتاب حرکت آن صفر است و می توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow F_{\text{spring}} - f_k = 0 \Rightarrow k\Delta L - f_k = 0$$

$$\Rightarrow 500 \times 0.3 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

نیروی سطح برابر با برابند نیروهای \vec{F}_k و \vec{F}_N است و برای محاسبه زاویه آن با سطح افقی می توان نوشت:

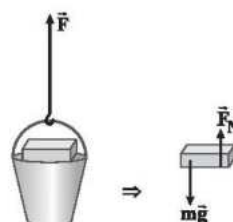


$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{F_N}{f_k} \Rightarrow \tan \theta = \frac{15}{15} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

44 با توجه به این که نیروی وارد شده به مجموعه سطل و آجر، ثابت است، مجموعه با شتاب ثابت حرکت می کند و داریم:

$$F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N - 20 = 2 \times 0.5 \Rightarrow F_N = 21 \text{ N}$$



در ادامه نیرویی که آجر به سطل وارد می کند، عکس العمل نیروی \vec{F}_N بوده و به سمت پایین می باشد و برابر است با:

دقت کنید: در این سؤال، سطل مانند آسانسور و آجر مانند سرنشینان داخل آن می باشد.

45 محاسبه شتاب گرانش در ارتفاع 1600 کیلومتری سطح زمین:

$$g = G \frac{M_e}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{g}{g_s} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g}{10} = \left(\frac{6400}{6400+1600} \right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow g = 6.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

محاسبه وزن جسم در ارتفاع 1600 کیلومتری سطح زمین:

$$W = mg \Rightarrow W = 40 \times 6.4 = 256 \text{ N}$$

46 در 5 ثانیه اول، شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا و بزرگی آن برابر $\frac{4}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، بنابراین نیروی فنر برابر است با:

$$F_1 = m \times (g + a_1) = 4 \times (g + \frac{4}{5}) = 4g + 3.2$$

$$\Rightarrow k\Delta L_1 = 4g + 3.2 \quad (I)$$

در 8 ثانیه آخر، شتاب حرکت به سمت پایین و بزرگی آن برابر $\frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است،

بنابراین نیروی فنر برابر است با:

$$F_2 = m \times (g - a_2) = 4 \times (g - \frac{1}{4}) = 4g - 1$$

$$\Rightarrow k\Delta L_2 = 4g - 1 \quad (II)$$

با کم کردن رابطه (II) از (I) داریم:

$$k \times (\Delta L_1 - \Delta L_2) = 4g + 3.2 - (4g - 1) = 4.2$$

$$k = 260 \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow 260 \times (\Delta L_1 - \Delta L_2) = 4.2$$

$$\Rightarrow \Delta L_1 - \Delta L_2 = \frac{4.2}{260} = 0.016 \text{ m} = 1.6 \text{ cm}$$

بنابراین در حالت اول، طول فنر به اندازه 2 cm بیشتر از حالت دوم است.

دقت: برای محاسبه شتاب در هر مرحله از حرکت، شیب نمودار سرعت - زمان را محاسبه می کنیم.

چون از نیروی مقاومت هوا قبل از باز شدن چتر صرف‌نظر شده است، پس در این مدت حرکت چتر باز به صورت شتابدار ثابت با شتاب $g = 10 \frac{m}{s^2}$ بوده است، پس اندازه سرعت چتر باز پس از پیمودن $45m$ برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times 10 \times 45 \Rightarrow v_1^2 = 900 \Rightarrow v_1 = 30 \frac{m}{s}$$

حال لحظه‌ای که در آن چتر باز به این سرعت می‌رسد را به دست می‌آوریم:

$$v = gt + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v_1 = 10t_1 \Rightarrow 30 = 10t_1 \Rightarrow t_1 = 3s$$

پس از باز شدن چتر، نیروی مقاومت $1000N$ به چتر باز وارد می‌شود، پس با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$mg - F_D = ma \Rightarrow 50 \times 10 - 1000 = 50a \Rightarrow a = -10 \frac{m}{s^2}$$

حال لحظه‌ای که اندازه سرعت چتر باز به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد را به دست می‌آوریم:

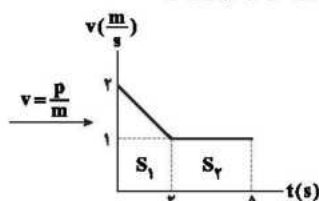
$$v_2 = at_2 + v_1 \Rightarrow 10 = -10t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 2s$$

پس از لحظه شروع حرکت چتر باز تا لحظه رسیدن به سرعت $10 \frac{m}{s}$ داریم:

$$t_T = t_1 + t_2 = 3 + 2 = 5s$$

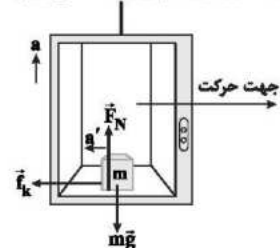
دقت کنید: علاوه بر لحظه $t = 5s$ ، در لحظه $t = 1s$ هم سرعت چتر باز به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد که البته در گزینه‌ها وجود ندارد.

سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، بنابراین ابتدا با تقسیم تکانه بر جرم، نمودار سرعت - زمان را به دست می‌آوریم و سپس با کمک این نمودار می‌توان نوشت:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{(\frac{1+2}{2} \times 1) + (1 \times 1)}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s}$$

ابتدا اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:



$$F_N = m(g + a) = m(10 + 2) = 12m$$

اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 12m = 2.4m$$

این نیروی اصطکاک یک شتاب منفی در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌کند (a')، بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net_x} = ma' \Rightarrow -2.4m = ma' \Rightarrow a' = -2.4 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a'\Delta x \Rightarrow 0 - (0.6)^2 = 2 \times (-2.4) \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{0.36}{4.8} = 0.075m = 7.5cm$$

52 تا زمانی که بزرگی نیرو به $f_{s,max}$ برسد، جسم ساکن است و

شتابی نداریم، بنابراین اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 40N$$

پس اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه وارد بر جسم برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.8 \times 40 = 32N$$

$$F = 2t + 2 = 32 \Rightarrow t = 15s$$

در نتیجه داریم:

از لحظه $t = 15s$ جسم شروع به حرکت می‌کند و در همان لحظه شروع، اصطکاک ایستایی تبدیل به جنبشی شده، بنابراین اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر گلوله برابر است با:

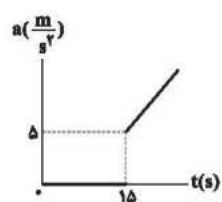
$$f_k = \mu_k F_N = 0.3 \times 40 = 12N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{t=15s} - f_k = ma \Rightarrow 32 - 12 = 4a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین در بازه زمانی $0 < t < 15s$ ، شتاب، صفر است، در لحظه $t = 15s$ ،

شتاب برابر با $5 \frac{m}{s^2}$ است و پس از آن به تدریج افزایش می‌یابد.



چون ماهواره در حال تعادل است، اندازه نیروهای گرانشی وارد بر آن از طرف سیاره‌های A و B با هم برابر است و داریم:

$$F_A = F_B \Rightarrow G \frac{mM_A}{r_A^2} = G \frac{mM_B}{r_B^2} \Rightarrow \frac{M_A}{r_A^2} = \frac{M_B}{r_B^2} \Rightarrow \frac{1/6 M_B}{r_A^2} = \frac{M_B}{r_B^2} \Rightarrow r_A = 1/3 r_B \quad (1)$$

از طرفی مطابق شکل زیر داریم:

$$r_A + r_B = 46000km$$

$$\xrightarrow{(1)} 1/3 r_B + r_B = 46000 \Rightarrow 4/3 r_B = 46000$$

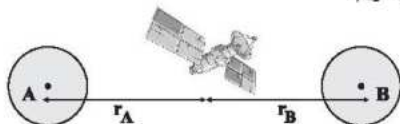
$$\Rightarrow r_B = 27000km$$

$$r_A = 1/3 r_B = 1/3 \times 27000 \Rightarrow r_A = 9000km$$

بنابراین:

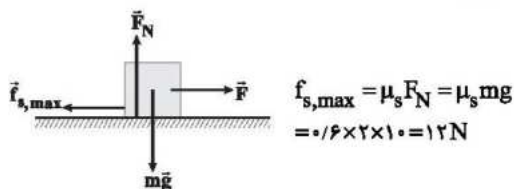
اختلاف فاصله این ماهواره از مراکز دو سیاره برابر است با:

$$|r_A - r_B| = 27000 - 9000 = 18000km$$

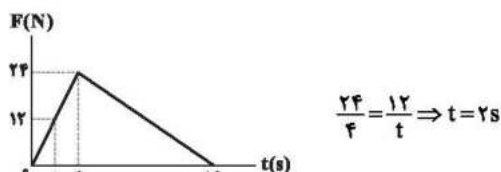


54 اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح را

به دست می آوریم:



لحظه‌ای که نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه با نیروی \vec{F} هم‌اندازه می‌شود و جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، برابر است با:



در ۲ ثانیه اول، نیروی F از $f_{s,max}$ کوچک‌تر بوده، بنابراین در این مدت زمان، جسم ساکن است، سپس در لحظه $t=2s$ ، $F=f_{s,max}$ می‌شود و جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.

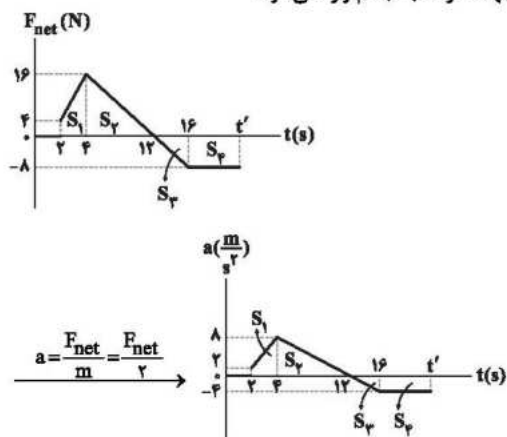
پس از لحظه $t=2s$ که جسم شروع به حرکت کرد، نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع اصطکاک جنبشی است.

پس در بازه زمانی $2s \leq t \leq 16s$ نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net} = F - f_k \Rightarrow F_{net} = F - \mu_k F_N = F - \mu_k mg$$

$$\Rightarrow F_{net} = F - 0.4 \times 2 \times 10 \Rightarrow F_{net} = F - 8$$

اکنون نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. پس از لحظه $t=16s$ در راستای افقی، تنها نیروی اصطکاک جنبشی تا لحظه توقف در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.



$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = 0 \\ v = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = S_3 + S_4$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2+8}{2} \right) \times 2 + \frac{8 \times 8}{2} = \frac{4 \times 4}{2} + (t' - 16) \times 4$$

$$\Rightarrow 10 + 32 = 8 + 4t' - 64 \Rightarrow 4t' = 98 \Rightarrow t' = 24.5s$$

با توجه به این‌که در حالت اول، جسم در آستانه لغزیدن است، ضریب اصطکاک ایستایی را می‌یابیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_N = mg \\ f_{s,max} = \mu_s F_N \\ f_{s,max} = F \end{array} \right.$$

54 سرعت توپ را در لحظه برخورد با توده شن به دست می‌آوریم.

سپس با توجه به مدت زمان حرکت توپ در توده شن و معلوم بودن تغییر سرعت آن، اندازه نیرویی که از طرف شن به آن وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم.



$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 100 = 2 \times 10 \times 40 \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

اندازه نیروی متوسط وارد بر توپ برابر است با:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow -f + mg = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -f + 0.4 \times 10 = \frac{0.4 \times (0 - 30)}{0.2} \Rightarrow -f + 4 = -60 \Rightarrow f = 64 N$$

55 مقایسه تکانه جسم‌ها پس از گذشت ۵ ثانیه برابر است با:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow{p_0=0} F = \frac{p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{p_A}{p_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\frac{F_A = F_B}{\Delta t_A = \Delta t_B} \Rightarrow p_A = p_B$$

مقایسه انرژی جنبشی دو جسم برابر است با:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{p_A}{p_B} \right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} = 1 \times \frac{2m}{m} = 2$$

56 در حالت اول بدیهی است که نیروی گرانش وارد بر جرم m_a از

طرف دو جرم دیگر، جاذبه است، یعنی:

$$F = F_1 + F_2 \quad (1)$$

در حالت دوم که m_1 را حذف می‌کنیم، فقط نیروی گرانش \vec{F}_2 را داریم، بنابراین:

$$F_2 = \frac{1}{3} F \quad (2)$$

$$F = F_1 + F_2 \xrightarrow{F_2 = \frac{1}{3} F} F = F_1 + \frac{1}{3} F \Rightarrow F_1 = \frac{2}{3} F \quad (3)$$

حال داریم:

$$F = G \frac{mm'}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{3} F}{\frac{2}{3} F} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2$$

57 جسم در تعادل است و داریم:

$$F_A = F_B$$

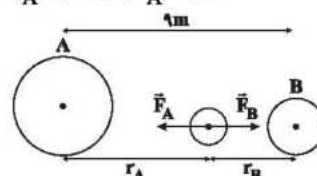
$$\Rightarrow G \frac{m_A m}{r_A^2} = G \frac{m_B m}{r_B^2} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow r_A = 2r_B \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$r_A + r_B = 9 \xrightarrow{(1)} 2r_B + r_B = 9 \Rightarrow 3r_B = 9 \Rightarrow r_B = 3m$$

$$r_A + 3 = 9 \Rightarrow r_A = 6m$$

بنابراین:



63 شرط شروع حرکت برابر است با:

$$F > f_{s,max}$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t + 12 > \mu_s mg = 0.2 \times 20 \times 10 = 40$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t - 28 > 0 \Rightarrow (t+7)(t-4) > 0 \Rightarrow t-4 > 0 \Rightarrow t > 4s$$

یعنی از لحظه $t=4s$ به بعد جسم شروع به حرکت خواهد کرد.

64 جعبه در خلاف جهت حرکت کامیون حرکت می‌کند و با توجه

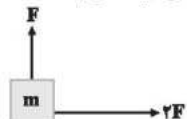
به قانون اول نیوتون، این موضوع یعنی کامیون سرعت خود را افزایش داده است و جعبه برای حفظ حالت قبلی خود، به سمت چپ پرتاب شده است.

65 هنگامی که دو نیرو در یک جهت به جسم وارد می‌شوند،

مطابق قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{net} = F + 2F = 3F \\ F_{net} = ma \end{cases} \Rightarrow 3F = ma \Rightarrow a = \frac{3F}{m}$$

هم‌چنین هنگامی که دو نیرو عمود برهم به جسم وارد می‌شوند، داریم:



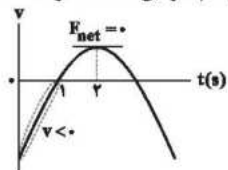
$$\begin{cases} F_{net} = \sqrt{F^2 + (2F)^2} = F\sqrt{5} \\ F_{net} = ma_y \end{cases} \Rightarrow F\sqrt{5} = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{F\sqrt{5}}{m}$$

$$\frac{a_y}{a_x} = \frac{\frac{F\sqrt{5}}{m}}{\frac{3F}{m}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

66 عبارت‌های «ج» و «ه» درست هستند. در ثانیه اول حرکت،

سرعت منفی بوده، یعنی متحرک در این بازه در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. از سوی دیگر در لحظه $t=2s$ ، شیب خط مماس، بر نمودار، صفر است و در نتیجه شتاب و نیروی خالص وارد بر جسم، در این لحظه صفر است.



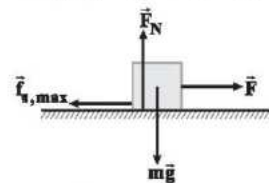
بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در بازه زمانی $0 < t < 1s$ ، نمودار سرعت - زمان به محور افقی نزدیک می‌شود و تندی حرکت کاهش می‌یابد، درحالی‌که در بازه زمانی $1s < t < 2s$ ، تندی حرکت افزایش می‌یابد، بنابراین در بازه زمانی $t=0$ تا $t=2s$ ، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(ب) در لحظه $t=2s$ ، سرعت مثبت است و متحرک در حال حرکت در جهت محور X است و تغییر جهت نمی‌دهد. دقت کنید که متحرک در لحظه $t=1s$ ، تغییر جهت داده است، زیرا علامت سرعت در این لحظه تغییر کرده است.

(د) شیب نمودار سرعت - زمان به تدریج تغییر می‌کند، پس شتاب حرکت متغیر است و در نتیجه طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر جسم هم متغیر است.

$$\Rightarrow f_{s,max} = \mu_s \times mg \Rightarrow \mu_s \times 20 \times 10 = 40 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{5}$$



در حالتی که $30kg$ به محتویات جعبه اضافه شده و اندازه نیروی \vec{F} نیز دو برابر شده باید بررسی کنیم که آیا جسم ساکن می‌ماند یا حرکت می‌کند.

$$m' = 20 + 30 = 50kg$$

$$F' = 2 \times F = 2 \times 40 = 80N$$

اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین جسم و سطح در حالت دوم برابر

$$f'_{s,max} = \mu_s \times m'g = \frac{1}{5} \times 50 \times 10 = 100N$$

است با:

چون $f'_{s,max} > F'$ است، جسم ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک برابر با همان $F' = 80N$ خواهد بود.

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{F'}{F} = \frac{80}{40} = 2$$

60 در ابتدا جسم ساکن است، پس داریم:

$$F_1 = kx = 200 \times (0.25 - 0.2) = 200 \times \frac{5}{100} = 10N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 4 \times 10 = 16N$$

برای آن‌که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، باید نیروی $F_y = f_{s,max} = 16N$ به آن وارد شود، پس داریم:

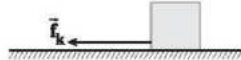
$$F \text{ درصد تغییرات} = \frac{F_y - F_1}{F_1} \times 100 = \frac{16 - 10}{10} \times 100 = 60\%$$

61 با استفاده از معادله سرعت - زمان می‌توان سرعت جسم را در

$$v = at + v_0 = 4 \times 6 + 0 = 24 \frac{m}{s}$$

لحظه قطع نیرو به دست آورد.

هنگامی که نیروی \vec{F} قطع می‌شود، تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین:



$$v = a't + v_0 \Rightarrow 0 = a' \times 12 + 24 \Rightarrow a' = -2 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$-f_k = ma' \Rightarrow -f_k = 4 \times (-2/5) \Rightarrow f_k = 10N$$

با توجه به معادله سرعت - زمان داده‌شده در سؤال، جسم در 6 ثانیه اول

حرکتش دارای شتاب $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد، بنابراین در 6 ثانیه اول حرکت داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F = 10 + 4 \times 4 = 26N$$

62 در ابتدا باید ببینیم که اندازه نیروی فنر چند نیوتون است،

$$F_{فنر} = kx = 1 \times 4/8 = 4/8N$$

بنابراین:

حال برای آن‌که جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد، باید نیروی فنر با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر باشد، در نتیجه داریم:

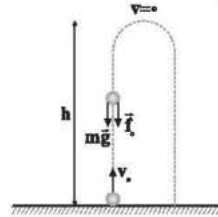
$$f_{s,max} = F_{فنر} \Rightarrow \mu_s F_N = F_{فنر} \Rightarrow 0.2 \times F_N = 4/8 \Rightarrow F_N = 16N$$

با توجه به این‌که $F_N = 16N < mg = 20N$ است، جهت شتاب آسانسور به طرف پایین است و اندازه این شتاب به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$\Rightarrow 16 = 2 \times (10 - a) \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

67 ۳ در حرکت به سمت بالا، نیروی مقاومت هوا به سمت پایین است، بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_r = ma$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{mg + f_r}{m} \quad (1)$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

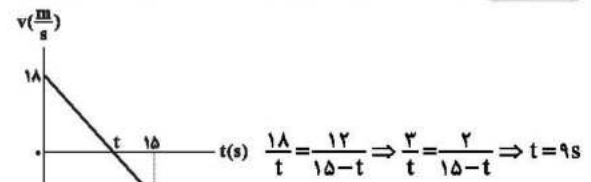
$$v^2 - v_0^2 = 2ah \Rightarrow h = \frac{v^2}{2a} \quad (2)$$

$$h = \frac{mv_0^2}{2(mg + f_r)}$$

در نتیجه با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

68 ۴ نیروی مقاومت شاره در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود، بنابراین نیروی مقاومت شاره که به این کشتی وارد می‌شود، به سمت شمال غربی می‌باشد.

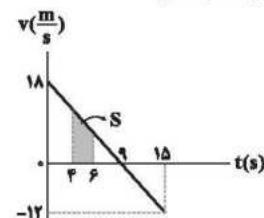
69 ۳ ابتدا با استفاده از تشابه بین دو مثلث، لحظه t را به دست می‌آوریم:



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است، پس کافی است در هر یک از بازه‌ها، مساحت زیر نمودار را محاسبه کنیم.

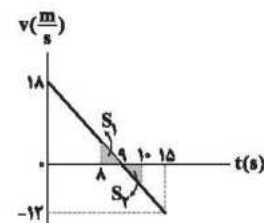
بررسی گزینه‌ها:

(۱) در ۲ ثانیه سوم حرکت، یعنی بازه زمانی $4s < t < 6s$ ، سرعت همواره مثبت است، بنابراین جابه‌جایی در جهت محور x خواهد بود.



$$\Delta x = S > 0$$

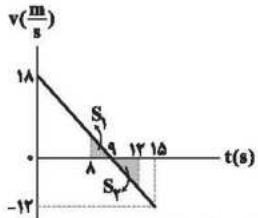
(۲) مساحت S_1 و S_2 برابرند، بنابراین جابه‌جایی در بازه زمانی $8s < t < 10s$ ، یعنی ۲ ثانیه پنجم برابر صفر است.



$$\Delta x = S_1 - S_2 = 0$$

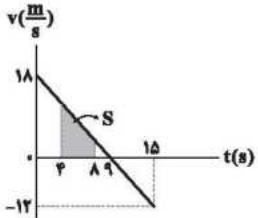
(۳) ۴ ثانیه سوم حرکت، یعنی بازه زمانی $8s \leq t < 12s$ ، در این حالت مساحت S_2 بزرگ‌تر از S_1 است و در نتیجه جابه‌جایی جسم منفی است، یعنی

در خلاف جهت محور x است.



$$\Delta x = S_1 - S_2 < 0$$

(۴) در ۴ ثانیه دوم حرکت، یعنی بازه زمانی $4s < t < 8s$ ، سرعت همواره مثبت است و مانند گزینه (۱)، جابه‌جایی حتماً مثبت و در جهت محور x خواهد بود.



$$\Delta x = S > 0$$

70 ۲ با توجه به این‌که برابند نیروها در ابتدا صفر است (جسم ساکن است)، با اضافه شدن ۲ نیوتون به نیروی ۶ نیوتونی، نیروی خالص وارد بر جسم هم برابر با ۲ نیوتون خواهد شد، پس می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

71 ۲ جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است، بنابراین با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت و مکان متحرک در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 2 = \frac{1}{2}a \times 1^2 + v_0 \times 1 + x_0 & (1) \\ 6 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + v_0 \times 2 + x_0 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۲) منهای (۱)}} \frac{3}{2}a + v_0 = 4 \quad (3)$$

از طرف دیگر، متحرک در لحظه $t = 0.5s$ تغییر جهت می‌دهد، یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر است ($v = 0$)، بنابراین:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=0.5s, v=0} 0 = 0.5a + v_0 \quad (4)$$

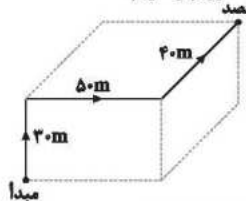
با استفاده از روابط (۳) و (۴) داریم:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + v_0 = 4 \\ 0.5a + v_0 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه دو معادله دو مجهول}} a = 4 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین اندازه نیروی خالص وارد بر جسم طبق قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F_{net} = ma = 50 \times 10^{-3} \times 4 = 2N$$

76 ۲ در شکل زیر، مسیر حرکت بالون در یک فضای سه بعدی ساده نشان داده شده است. بردار جابه جایی، برداری است که مبدأ و مقصد را به هم وصل می کند، بنابراین برای به دست آوردن اندازه جابه جایی بالون کافی است اندازه قطر مکعب مستطیل رسم شده را به دست آوریم و داریم:



جابه جایی: $d = \sqrt{30^2 + 40^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \text{ m}$
مسافت طی شده: $l = 30 + 40 + 50 = 120 \text{ m}$

$$\begin{cases} s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{1}{d} = \frac{120}{50\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{5} \\ v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \end{cases}$$

77 ۳ بررسی عبارت ها:

(الف) واکنش وزن دیسک، از طرف دیسک به مرکز کره زمین وارد می شود. (*)
(ب) در هنگام حرکت دیسک در هوا، نیروی مقاومت هوا از طرف هوا به دیسک وارد می شود، بنابراین واکنش آن از طرف دیسک به هوا وارد می شود. (*)
(ج) مطابق قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص به دیسک وارد می کند، هم اندازه با نیرویی است که دیسک به شخص وارد می کند. (✓)
(د) قانون سوم نیوتون همواره برقرار است، بنابراین در همه لحظات، اندازه نیروی شخص به دیسک با اندازه نیروی دیسک به شخص، برابر است. (*)

78 ۱ گام اول: مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه جایی جسم است. با توجه به این که فاصله طبقه اول تا پنجم برابر ۲۴ متر است، می توان نوشت:

$$\begin{aligned} v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) & \\ & \text{Graph showing velocity vs time with a trapezoidal area labeled 'S'.} \\ \Delta x = S = \frac{6+2}{2} \times v_1 = 24 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

گام دوم: (محاسبه شتاب در لحظات $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$) شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب حرکت است، پس داریم:

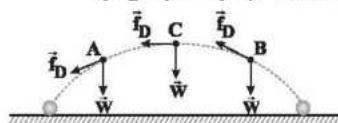
$$\begin{aligned} \begin{cases} a_1 = \frac{6}{1} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a_3 = 0 \end{cases} \\ \text{گام سوم: برای مقایسه نیروها با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:} \\ \begin{cases} t = 1\text{s} \Rightarrow F_1 = m(g + a_1) = m(10 + 6) = 16\text{m} \\ t = 3\text{s} \Rightarrow F_3 = m(g + a_3) = m \times 10 = 10\text{m} \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{F_1}{F_3} = \frac{16\text{m}}{10\text{m}} = 1.6 \end{aligned}$$

72 ۴ همان طور که در شکل زیر می بینید، در حالت اول که چترباز به همراه چتر با تندی ثابت حرکت می کند، اندازه نیروی مقاومت هوای وارد شده به چتر و چترباز برابر با اندازه نیروی وزن چترباز است و چترباز با تندی ثابت سقوط می کند.



اما با جدا شدن چتر، سطح جلوی جسم کاهش یافته و در نتیجه نیروی مقاومت هوا کاهش می یابد و جهت برآیند نیروهای وارد شده به چترباز به سمت پایین می شود و در نتیجه شتابی در جهت حرکت به شخص وارد می شود و شخص به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می کند و با ادامه حرکت به تدریج تندی حرکت فرد و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد شده به آن افزایش می یابد تا جایی که فرد به تندی حد برسد.

73 ۴ در طی حرکت گلوله، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می شوند و چون این دو نیرو هیچگاه در جهت مخالف هم نیستند، نمی توانند یکدیگر را خنثی کنند تا برآیند نیروهای وارد بر گلوله صفر شود، بنابراین در هیچ نقطه ای از مسیر برآیند نیروهای وارد بر گلوله صفر نمی شود.



74 ۱ فاصله دو متحرک برابر با $|x_B - x_A|$ است. در این صورت می توان نوشت:

$$\begin{aligned} |x_B - x_A| < 2 & \Rightarrow |3t - 4 - (-t + 20)| < 2 \Rightarrow |4t - 24| < 2 \\ \Rightarrow -2 < 4t - 24 < 2 & \Rightarrow 22 < 4t < 26 \Rightarrow 5.5 < t < 6.5 \end{aligned}$$

بنابراین در بازه زمانی $5.5 < t < 6.5$ ، به مدت ۱ ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر کمتر از ۲ متر خواهد بود.

75 ۴ تنها نیروی وارد بر جسم ها همان نیروی وزن آن ها است و طبق قانون دوم نیوتون، شتاب جسم ها برابر است با:

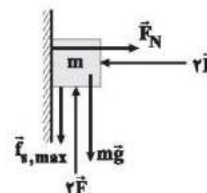
$$\begin{aligned} \begin{matrix} m_A \\ \downarrow \\ F_A = m_A g \end{matrix} \quad \begin{matrix} m_B \\ \downarrow \\ F_B = m_B g \end{matrix} \quad \begin{cases} F_A = m_A g \\ F_A = m_A a_A \end{cases} \Rightarrow a_A = g \\ \begin{cases} F_B = m_B g \\ F_B = m_B a_B \end{cases} \Rightarrow a_B = g \end{aligned}$$

بنابراین چون نسبت نیروی وزن به جرم جسم ها یکسان است، شتاب سقوط آن ها یکسان خواهد بود.

۱- در ۲ ثانیه اول حرکت، شیب نمودار سرعت - زمان مثبت است و در نتیجه علامت شتاب متحرک مثبت می‌باشد و نیروی خالص وارد بر جسم در جهت محور X است. پس از لحظه $t = 2s$ ، شیب نمودار سرعت - زمان منفی می‌شود و در نتیجه شتاب و نیروی خالص در خلاف جهت محور X می‌باشند. پس می‌توان نتیجه گرفت که جهت نیروی خالص وارد بر جسم یک بار در لحظه $t = 2s$ تغییر می‌کند.

۲- در ۲ ثانیه اول حرکت، اندازه شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان به تدریج کم می‌شود و در نتیجه اندازه شتاب و نیروی خالص وارد بر جسم کاهش می‌یابد. پس از لحظه $t = 2s$ ، اندازه شیب خط مماس بر نمودار به تدریج افزایش می‌یابد و در نتیجه اندازه شتاب و نیروی خالص وارد بر جسم هم به تدریج زیاد می‌شوند.

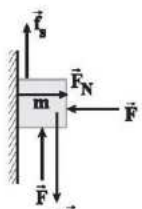
اگر هر یک از نیروها را ۲ برابر کنیم، جسم در آستانه حرکت به سمت بالا قرار می‌گیرد و داریم:



$$\begin{aligned} \text{توازن افقی: } F_N &= 2F \\ \text{توازن قائم: } 2F &= mg + f_{s,\max} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2F = mg + \mu_s F_N \Rightarrow 2F = mg + 0.4 \times 2F \Rightarrow F = \frac{5}{6} mg (*)$$

قبل از ۲ برابر کردن نیروها، در حالت اولیه داریم:




$$\begin{aligned} \text{توازن افقی: } F_N &= F \\ \text{توازن قائم: } F + f_s &= mg \\ \Rightarrow f_s &= mg - F \xrightarrow{(*)} f_s = mg - \frac{5}{6} mg = \frac{1}{6} mg \end{aligned}$$

پس اندازه نیروی اصطکاک $\frac{1}{6}$ وزن جسم بوده است.


دقت کنید: در ابتدا که نیروهای F کوچک هستند، جسم می‌خواهد پایین بیاید، بنابراین اصطکاک به سمت بالا است، در حالی که پس از ۲ برابر کردن نیروهای F، جسم می‌خواهد بالا برود، بنابراین اصطکاک به سمت پایین است.

قبل از باز کردن چتر در لحظه t_1 ، نیروی مقاومت هوا کوچک است و شتاب چتر باز به سمت پایین می‌باشد. در این حالت داریم:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow mg - f_D = ma \\ \Rightarrow mg - 200 &= ma \Rightarrow a = g - \frac{200}{m} > 0 \end{aligned}$$

پس از باز کردن چتر در لحظه t_1 ، نیروی مقاومت هوا زیاد می‌شود و جهت شتاب به سمت بالا می‌شود.



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma' \Rightarrow mg - f_D' = ma' \\ \Rightarrow mg - 1600 &= ma' \Rightarrow a' = g - \frac{1600}{m} < 0 \end{aligned}$$

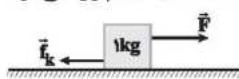
اندازه شتاب در دو حالت برابر است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} a = |a'| \Rightarrow g - \frac{200}{m} &= \frac{1600}{m} - g \\ \Rightarrow 2g &= \frac{1800}{m} \Rightarrow mg = \frac{1800}{2} = 900 \text{ N} \end{aligned}$$

وزن چتر باز برابر ۹۰۰ N است. هنگامی که چتر باز به تندی حادی می‌رسد، نیروی مقاومت هوا هم‌اندازه وزن چتر باز، یعنی برابر ۹۰۰ N می‌شود.

دقت کنید: در حل این سؤال جهت پایین را، جهت مثبت فرض کرده‌ایم.

در فاصله A تا B، نیروی \vec{F} و اصطکاک به جسم وارد می‌شود.

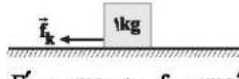


$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{m - 1 \text{ kg}}{m} \Rightarrow a = F - f_k \end{aligned}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در فاصله AB می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} v_B^2 - v_A^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow 5^2 - 0 = 2(F - f_k) \times 1/25 \Rightarrow F - f_k = 10 \text{ N (I)} \end{aligned}$$

در فاصله BC، نیروی \vec{F} قطع می‌شود و فقط اصطکاک به جسم وارد می‌شود و می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow -f_k = ma' = \frac{m - 1 \text{ kg}}{m} \Rightarrow a' = -f_k \end{aligned}$$

و با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در فاصله BC داریم:

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a'\Delta x \Rightarrow 0 - 5^2 = 2(-f_k) \times 2/5 \Rightarrow f_k = 5 \text{ N}$$

با جای‌گذاری $f_k = 5 \text{ N}$ در معادله (I)، اندازه نیروی \vec{F} به دست می‌آید.

$$F - f_k = 10 \xrightarrow{f_k = 5 \text{ N}} F = 15 \text{ N}$$

ابتدا دقت کنید که یکاهای N.s و $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برای نکته معادل هستند. در ادامه تندی جسم را در ابتدا و انتهای بازه موردنظر به دست می‌آوریم.

$$p_1 = 4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow mv_1 = 4 \xrightarrow{m = 0.2 \text{ kg}} v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_2 = 8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow mv_2 = 8 \xrightarrow{m = 0.2 \text{ kg}} v_2 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است و می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} W_t &= K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.2 \times ((40)^2 - (20)^2) \\ \Rightarrow W_t &= 120 \text{ J} \end{aligned}$$

دقت کنید: می‌توانستیم با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ ، بدون محاسبه تندی و به طور مستقیم انرژی جنبشی را محاسبه کنیم و این سؤال را در زمان کوتاه‌تری حل کنیم.

با افزایش فاصله از سطح زمین، نیروی گرانش وارد بر جسم کاهش می‌یابد، با توجه به رابطه شتاب گرانش داریم:

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_{h_1}}{g_{h_2}} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2$$

$$\frac{h_2 = 1/4 h_1}{g_{h_2} = 1/16 g_{h_1}} \rightarrow \frac{1/16 g_{h_1}}{g_{h_1}} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + 1/4 h_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{R_e + h_1}{R_e + 1/4 h_1} \Rightarrow 4R_e + 1/4 h_1 = 16R_e + 4h_1$$

$$\Rightarrow 1/4 h_1 = 12R_e \Rightarrow h_1 = 48R_e$$

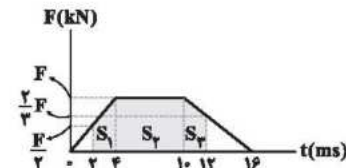
اکنون شتاب گرانشی را در فاصله h_1 از سطح زمین به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_{h_1}}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h_1}\right)^2 \quad h_1 = 48R_e \rightarrow \frac{g_{h_1}}{g} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{g = 10 \frac{m}{s^2}}{g_{h_1}} \rightarrow g_{h_1} = \frac{10}{64} \frac{m}{s^2}$$

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار $F-t$ و محور t برابر تغییرات تکانه است. بنابراین مطابق شکل زیر، اگر بیشینه نیرو را F در نظر بگیریم، با استفاده از تشابه مثلث‌ها نیرو در لحظه $t_1 = 2ms$ برابر $\frac{1}{3}F$ و در لحظه $t = 12ms$ برابر $\frac{2}{3}F$ خواهد بود.

با توجه به این‌که نیرو در لحظه‌های t_1 و t_2 مشخص شده است، با استفاده از مساحت‌های هاشورزده که برابر تغییر تکانه در بازه زمانی t_1 تا t_2 است به صورت زیر F را می‌یابیم:



$$\Delta p = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\Rightarrow \Delta p = \left(\frac{F}{2} \times 2 \times 10^{-3}\right) + (F \times 8 \times 10^{-3}) + \left(\frac{2F}{2} \times 2 \times 10^{-3}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{2}{3} \times 10^{-3} F + 8 \times 10^{-3} F + \frac{2}{3} \times 10^{-3} F$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{(9F + 24F + 2F) \times 10^{-3}}{6}$$

$$\frac{\Delta p = 27/6 N \cdot s}{27/6} = \frac{54F \times 10^{-3}}{6} \Rightarrow F = 300 N = 3kN$$

اکنون با داشتن F ، مساحت زیر نمودار در بازه زمانی صفر تا $16s$ که برابر تغییر تکانه در این بازه است را می‌یابیم.

$$\Delta p = \text{مساحت ذوزنقه} \Rightarrow \Delta p = \frac{16 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-3}}{2} \times F$$

$$\frac{F = 3kN = 3 \times 10^3 N}{\Delta p = \frac{24 \times 10^{-3}}{2} \times 3 \times 10^3} = 36 N \cdot s$$

در نتیجه:



$$\Delta p = m(v_2 - (-v_1)) \quad \frac{m = 50 \cdot g = \frac{1}{2} kg}{v_1 = 40 \frac{m}{s}} \rightarrow 33 = \frac{1}{2} (v_2 + 40)$$

$$v_2 = 26 \frac{m}{s}$$

دقت کنید، چون جهت توپ برعکس شده است، v_1 را با علامت منفی جایگذاری نموده‌ایم.

با استفاده از رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$\begin{cases} K = \frac{p^2}{2m} \\ m_1 = m_1 - 1/4 m_1 = 3/4 m_1 \\ p_2 = p_1 + 1/2 p_1 = 3/2 p_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{m_2}$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{3/2 p_1}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{3/4 m_1} = 1/44 \times \frac{1}{3/4} = \frac{12}{55}$$