

# ریاضی مشتق



۱- اگر  $f(3) = -g(3) = 2$  و  $f'(3) = 2g'(3) = -1$  باشند، آنگاه حاصل  $\left(\frac{2f+3g}{g}\right)'(3)$  کدام است؟

- (۱)  $-1/5$  (۲)  $1/5$  (۳)  $-2$  (۴)  $2$

۲- در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{16}{x^2}$  آنگاه متوسط تابع از  $x_1 = 2$  تا  $x_2 = 4$  چقدر از آنگاه لحظه‌ای آن تابع در  $x = \sqrt[3]{8}$  بیشتر است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $1$  (۳)  $1/5$  (۴)  $2/5$

۳- اگر  $f(x^3 + 5x) = x^8 + x^4 - 1$  باشد، حاصل  $f'(6)$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $1/75$  (۳)  $1/5$  (۴)  $1/25$

۴- در جدول مقابل بعضی از مقادیر تابع  $f$  آمده است. نمودار تابع  $f$  در بازه  $[2, 6]$  به صورت کدام گزینه می‌تواند باشد؟

|        |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|
| $x$    | ۲  | ۳  | ۴  | ۵  | ۶  |
| $f(x)$ | ۱۲ | ۲۰ | ۲۶ | ۳۰ | ۳۲ |



۵- اگر  $f(x^2 - x) = (f \circ g)(x^3)$ ،  $g(1) = 0$  و  $f'(0) \neq 0$  باشد، آنگاه شیب خط مماس بر  $g$  در نقطه‌ای به طول یک کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $3$  (۳)  $2$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۶- اگر معادله خط مماس بر منحنی  $f(x)$  در نقطه‌ای به طول  $x = -1$  واقع بر آن،  $y = 3x + 4$  باشد، آنگاه عرض از مبدأ خط

مماس بر منحنی  $g(x) = f(17 - 2x^2)$  در نقطه به طول  $x = 3$  روی آن کدام است؟

- (۱)  $107$  (۲)  $109$  (۳)  $-107$  (۴)  $-109$

۷- اگر  $f(x) = (x|x| + 1)^2$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$  کدام است؟ ( [ ] : نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ناموجود (۲)  $-7$  (۳)  $-36$  (۴)  $-144$

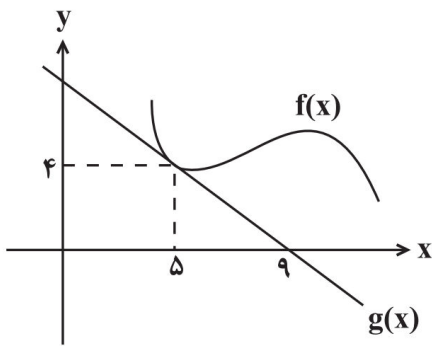
۸- اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$  و  $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$ ، تابع  $y = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  در دامنه‌اش چگونه تابعی است؟

- (۱) صعودی اکید (۲) نزولی اکید  
(۳) هم صعودی هم نزولی (۴) نه صعودی نه نزولی

۹- در تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 3|, & x \leq 0 \\ \sqrt[3]{x+2}, & x > 0 \end{cases}$  چند نقطه عضو دامنه تابع مشتق نیستند؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۰- در شکل زیر نمودار توابع چندجمله‌ای  $f$  و  $g$  داده شده است. اگر  $h(x) = \frac{f(2x-1)}{g(x^2-x)}$  باشد، حاصل  $h'(3)$  کدام است؟



(۱)  $-\frac{26}{9}$

(۲)  $\frac{14}{9}$

(۳) ۱۴

(۴)  $-\frac{4}{3}$

۱۱- اگر تابع  $f(x) = (x^2 + x - 2)|x^2 + 2x - 3|$  در نقطه  $x = m$  مشتق‌ناپذیر باشد، حاصل  $\frac{f'_+(m)}{f'_-(m)}$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) -۱

۱۲- تابع با ضابطه  $f(x) = \left[ \frac{x-1}{x^2-x} \right]$  در کدام بازه مشتق‌پذیر است؟ ( [ ] : نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $(0, 1]$  (۲)  $(-1, 0)$  (۳)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) - \{0\}$  (۴)  $(-\infty, -1]$

۱۳- اگر  $f(x) = \sqrt{2x-3} + \sqrt{6-x}$  و  $g(x) = \sqrt{2x-3} - \sqrt{6-x}$  باشد، آنگاه حاصل  $f'g^2 + gg'f$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) -۶

(۲) ۹

(۱) ۶

۱۴- اگر  $f(x) = |x^2 - 2x|$  باشد، نمودار توابع  $f$  و  $f'$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

۱۵- اگر  $f(x) = \frac{12x}{\sqrt{7x+2} + \sqrt{x+2}}$  و  $g(x) = x^3 + 3x - 2$  باشد، خط مماس بر تابع  $f \circ g$  در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن،

محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۴)  $\frac{7}{2}$

(۳)  $-\frac{7}{2}$

(۲) ۴

(۱) -۴

۱۶- تابع  $f(x) = |x^3 - 1|$  در  $x = a$  مشتق‌ناپذیر و در  $x = b$  دارای مشتق صفر است. مساحت ناحیه محدود به نیم‌خط‌های

مماس راست و چپ در  $x = a$  و خط مماس در  $x = b$  کدام است؟

(۴) ۱

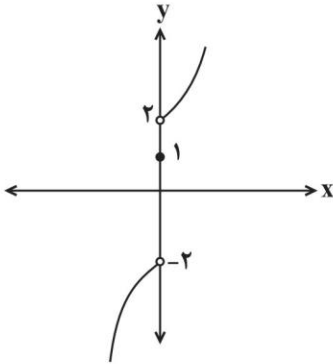
(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{2}$



۱۷ - نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل است. کدام تابع در  $x=0$  مشتق پذیر است؟



(۱)  $y = f^2(x)$

(۲)  $y = |x| f(x)$

(۳)  $y = xf(x)$

(۴)  $y = |f(x)|$

۱۸ - اگر  $f$  تابع درجه دوم و  $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x \geq 1 \\ f'(x) & , x < 1 \end{cases}$  مشتق پذیر باشد، کدام درست است؟

(۱)  $f$  محور  $x$  ها را قطع می کند. (۲)  $f$  از ۴ ناحیه می گذرد.

(۳)  $f$  از دو ناحیه می گذرد. (۴)  $f$  حتماً ماکزیمم دارد.

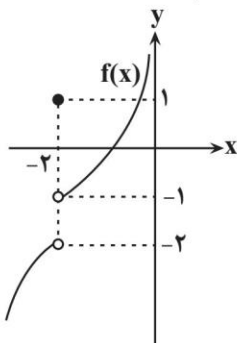
۱۹ - مشتق تابع  $y = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{x} + x + 2}{-x + 5}}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟

(۱)  $\frac{37}{24}$  (۲)  $\frac{31}{48}$  (۳)  $\frac{37}{48}$  (۴)  $\frac{31}{24}$

۲۰ - فرض کنید  $f(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ ، مقدار مشتق تابع  $f \circ f^{-1}$  در نقطه  $x = 3$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۲۱ - شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  است. اگر  $g(x) = \frac{(x-4)f(x)}{[-x]}$  باشد،  $g'_+(-2) - g'_-(-2)$  کدام است؟



(۱) ۶  
(۲) -۶  
(۳) ۴  
(۴) صفر

۲۲ - تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 - \sqrt{4x+m} & , x \geq 0 \\ x + \frac{n}{x-1} & , x < 0 \end{cases}$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. حاصل  $\frac{m}{n}$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۴

۲۳ - اگر تابع  $f(x) = (3x^2 - ax + 1)|x^2 - x^3|$  در تمام نقاط مشتق پذیر باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -۱

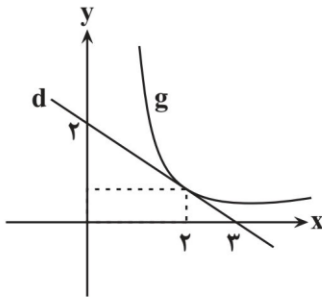
۲۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^2+x+2 & x < 1 \end{cases}$  باشد، آنگاه مشتق تابع  $\frac{f \circ f(x)}{f(x)+1}$  در نقطه  $x=1$ ، برابر کدام است؟

- (۱)  $0/24$  (۲)  $0/15$  (۳)  $-0/24$  (۴)  $0/3$

۲۵- اگر  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  و مقدار  $(g \circ f)'(3)$  برابر ۶ باشد، مقدار  $(f \circ g)'(2)$  کدام است؟ (تابع  $g$  همواره مشتق پذیر است و  $(g(2) = -1)$ )

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۲۶- نمودار تابع  $g$  به صورت زیر است. اگر  $f(x) = x^3 \times g^2(3-x)$  مقدار  $f'(1)$  برابر کدام است؟



- (۱)  $\frac{8}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{20}{9}$

۲۷- اگر  $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+4}$  باشد، آنگاه حاصل  $f''(5)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{61}{32}$  (۲)  $\frac{63}{32}$  (۳)  $\frac{65}{32}$  (۴)  $\frac{67}{32}$

۲۸- آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = \sqrt{2x^2-2}$  نسبت به متغیر  $x$  روی بازه  $[1, 3]$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تابع در  $x=4$  می‌باشد؟

- (۱)  $\sqrt{30}$  (۲)  $\frac{\sqrt{30}}{2}$  (۳)  $\frac{4}{\sqrt{30}}$  (۴)  $\frac{\sqrt{30}}{4}$

۲۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2, & x < 1 \\ a + \frac{b}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$  بر  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد، خط مماس بر آن در  $x=2$ ، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{7}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $-2$  (۴)  $5$

۳۰- اگر  $f(x) = (\frac{x}{|x|} + 1)^3$  باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $4$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $6$

۳۱- چند خط موازی محورهای مختصات بر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x - 5}$  مماس می‌شود؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴) هیچ

۳۲- اگر  $f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2 + 2}$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{f'(2)}{f^2(2)}$  کدام است؟

- (۱)  $-1/5$  (۲)  $-2/5$  (۳)  $-4/5$  (۴)  $-5/5$

۳۳- برای تابع مشتق پذیر  $f$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x+4}{f(x)-4} = 2$  باشد، آنگاه مشتق تابع  $y = x^2 f(\frac{1}{x})$  در  $x = -1$  کدام است؟

- (۱)  $-10$  (۲)  $-6$  (۳)  $6$  (۴)  $10$

۳۴- اگر  $f(4) = 2$ ،  $f'(4) = 3$  و  $g(x) = f(2f(x'))$  باشد، مقدار  $g'(2)$  چقدر است؟

۴۸ (۴)

۷۲ (۳)

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۳۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & ; x \geq -2 \\ -\sqrt{-x-2} & ; x < -2 \end{cases}$  باشد، نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  در  $x = 0$  چه وضعیتی دارد؟

(۴) گوشه‌ای

(۳) ناپیوسته

(۲) مماس قائم

(۱) مشتق‌پذیر

۳۶- خط  $8y - 5x = 16$  نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{5x+1}$  را در دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  قطع می‌کند. آهنگ تغییر متوسط  $f$  در فاصله

$[x_1, x_2]$  با آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

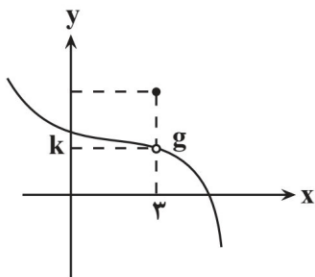
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

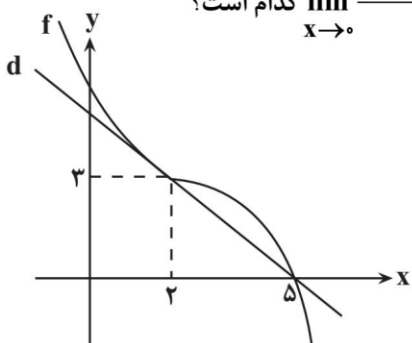
۱ (۱)

۳۷- نمودار تابع  $g(x)$  به صورت مقابل است. اگر  $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{x + g(x)}$  و  $f'(3) = \frac{4}{3}$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟



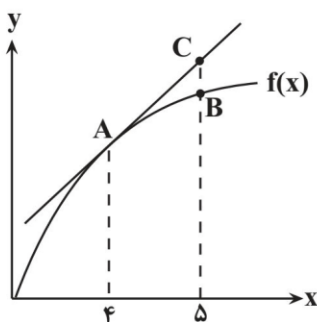
- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۶

۳۸- مطابق شکل خط  $d$  در نقطه  $x = 2$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x) - 3}{x}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{1}{3}$   
(۲) -۱  
(۳) ۳  
(۴) -۳

۳۹- برای تابع  $f$  در شکل زیر داریم:  $f'(4) = 1/5$  و  $f(4) = 25$ . با توجه به شکل، مقدار  $f(5)$  کدام گزینه می تواند باشد؟ (خط بر تابع  $f$  در نقطه  $A$  مماس است.)



- (۱) ۲۶  
(۲) ۲۶/۵  
(۳) ۲۷  
(۴) ۲۷/۵

۴۰- به ازای چند مقدار صحیح  $k$ ، تابع  $f(x) = |x^2 - (2k+1)x + k + 5|$  در تمام نقاط دامنه، مشتق پذیر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۱- در تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , x \geq 1 \\ 5x & , x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1-\Delta x)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۲- اختلاف مشتق چپ و راست تابع  $y = x|x-2|$  در نقطه مشتق ناپذیر آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- تابع با ضابطه  $f(x) = ||x| + |x-2| - 3|$  در چند نقطه از  $\mathbb{R}$  مشتق ناپذیر بوده و مشتق راست از مشتق چپ کم تر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۴- خط مماس بر تابع  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$  در محل برخورد آن با محور  $y$  ها، نمودار تابع را در یک نقطه دیگر با کدام

عرض قطع می کند؟

- (۱) ۴۸ (۲) -۶۰ (۳) ۴۸ (۴) ۶۰

۴۵- ضابطه تابع  $f$  با دامنه  $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$  به صورت  $f(x) = x^2 f(x) + x - 3$  مفروض است. مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{7}$  (۲)  $\frac{7}{9}$  (۳)  $-\frac{9}{7}$  (۴)  $-\frac{7}{9}$

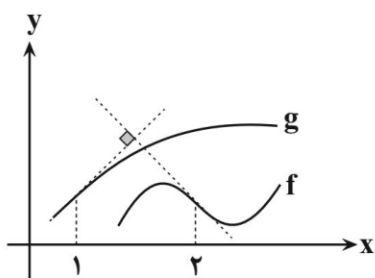
۴۶- اگر  $f(x) = \frac{2x^2 \sqrt{-x}}{2x^2 + x}$  آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 2}{2(x+1)}$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $2$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۴۷- در نقاط  $x = \alpha$  و  $x = \beta$  بر روی منحنی تابع  $f(x) = x^2 + 1$  مماس‌هایی بر آن رسم می‌کنیم. اگر این دو مماس برهم عمود باشند، آنگاه عرض محل برخورد این دو خط کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۸- شکل زیر، بخشی از نمودار توابع  $f$  و  $g(x) = \frac{5x-1}{x+1}$  است. اگر  $(fog)'(1) = m$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2+mh)}{2h^2 - h}$  کدام است؟



کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $-2$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۴۹- مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \left(\sqrt{\frac{3x^2 + 2x}{x+1}}\right)^3$  در نقطه  $x = 1$  تقریباً کدام است؟ ( $\sqrt{2/5} = 1/58$ )

- (۱)  $6/52$  (۲)  $7/50$  (۳)  $5/4$  (۴)  $8/37$

۵۰- تعداد نقاط مشتق‌ناپذیری تابع  $f(x) = |x^4 - |x||$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $1$  (۴) صفر

۵۱- در تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & , x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & , x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است.  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $3 - \sqrt{2}$  (۲)  $2 - \sqrt{2}$  (۳)  $2 - 2\sqrt{2}$  (۴)  $3 - 2\sqrt{2}$

۵۲- چند خط موازی محورهای مختصات بر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x - 5}$  مماس می‌شود؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴) هیچ

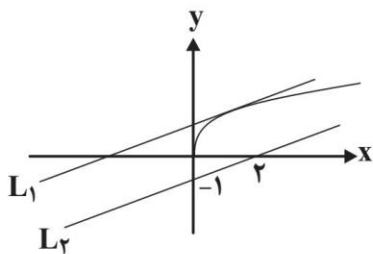
۵۳- با در نظر گرفتن تابع  $f(x) = \left| 2x^2 + 3x - 2 \right| \left[ \frac{6}{x+4} \right]$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+3|h|) - f(-2-4|h|)}{2|h|}$  کدام است؟ [ ]

نماد جزء صحیح است.

- (۱)  $-15$  (۲)  $-45$  (۳)  $15$  (۴)  $45$



۵۴- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  فاصله دو خط موازی زیر کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$   
 (۲)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$   
 (۳)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$   
 (۴)  $\frac{4}{\sqrt{5}}$

۵۵- اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$  باشد، حاصل  $f'(2) \times g'(f(2))$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

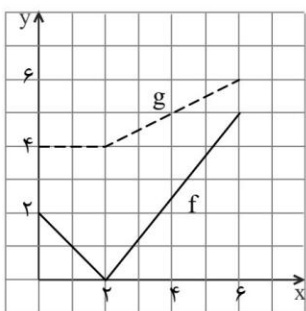
۵۶- اگر  $kf(3x+4) = g(x^2-3x+1)$ ،  $f'(1) = -1$  و  $g'(5) = 6$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $-5$       (۳)  $6$       (۴)  $10$

۵۷- مقدار مشتق تابع  $y = \frac{\sqrt[3]{(x^2+7x)^2}}{\sqrt{x+1}}$  به ازای  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $3$       (۴)  $4$

۵۸- اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند و  $r(x) = f(g(x))$ ، آنگاه  $r'(4)$  برابر است با:



- (۱) صفر  
 (۲)  $1$   
 (۳)  $\frac{5}{8}$   
 (۴)  $\frac{5}{4}$

۵۹- متحرکی با معادله مکان-زمان به صورت  $S(t) = -4t^2 + 12t + 1$  مفروض است. در لحظه‌ای که سرعت متحرک ۲ برابر قرینه سرعتش در لحظه  $t=0$  است، مکان متحرک چقدر با مکان اولیه (در  $t=0$ ) فاصله دارد؟

- (۱)  $26$       (۲)  $27$       (۳)  $28$       (۴)  $29$

۶۰- اگر خط مماس بر منحنی  $y = f(x)$  در نقطه‌ای به طول  $k$  واقع بر آن، عمود بر خط به معادله  $\frac{y-1}{3} + \frac{2x+1}{4} = -1$  باشد، حاصل

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+4h) - f(k)}{3h}$$

- (۱)  $\frac{8}{3}$       (۲)  $\frac{8}{9}$       (۳)  $\frac{4}{9}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

۶۱- تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{|2x^2 - 6x + 4|}{x-3}, & x > -1 \\ [x-1]\sqrt[3]{x+2}, & -3 < x \leq -1 \end{cases}$  در چند نقطه روی بازه  $(-3, +\infty)$  مشتق پذیر نیست؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $2$       (۲)  $3$       (۳)  $4$       (۴)  $5$

۶۲- در تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+7} & , x \geq 1 \\ \frac{[x+1]}{2x - \frac{3}{2}} & , x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1+h)}{\Delta h}$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

(۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{83}{17}$  (۳)  $\frac{19}{12}$  (۴)  $\frac{94}{65}$

۶۳- در تابع  $f(x) = [\frac{3x}{2}] \sqrt{(2x-4)^2 + x^2} - 4x + 4$ ،  $f'(2)$  چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۶۴- اگر  $g(x) = x^2 f(x) + 2$  و  $g'(1) = f(1) + 1 = 5$  باشد، آن گاه مشتق تابع  $\frac{g(x)}{f(x)}$  در  $x = 1$  برابر کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{15}{16}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{19}{8}$

۶۵- اگر  $f(x) = \sqrt{2x+3}$  آن گاه مشتق تابع  $f(xf(x))$  در نقطه  $x = 1$  کدام است؟

(۱)  $\frac{6}{\sqrt{10}\sqrt{5}+15}$  (۲)  $\frac{6}{\sqrt{10}\sqrt{5}+10}$   
(۳)  $\frac{6}{3\sqrt{5}+10}$  (۴)  $\frac{6}{3\sqrt{5}+5}$

۶۶- در تابع  $f(x) = \frac{2x-3}{5x+1}$ ، حاصل عبارت  $1 - \frac{f \cdot f''}{(f')^2}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{17}$  (۲)  $\frac{10}{17}$  (۳)  $\frac{33}{17}$  (۴)  $\frac{16}{17}$

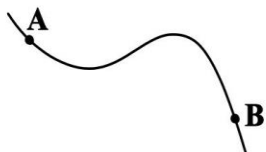
۶۷- نقطه A به طول ۱ و نقطه B به طول a واقع بر نمودار  $y = x^3$  مفروض‌اند. به ازای چند مقدار a، آهنگ متوسط تابع

$f(x) = x^3$  در بازه (۱ و a)، چهار برابر آهنگ لحظه‌ای این تابع در نقطه وسط این بازه است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۶۸- در نمودار زیر، خطوط مماس در نقاط A و B به ترتیب موازی خط  $(a-1)y + 2ax - 1 = 0$  و نیمساز ربع دوم مختصات می‌باشند.

حدود a کدام است؟



(۱) (۰, ۱)

(۲) (-۱, ۱)

(۳)  $(-\infty, ۰)$

(۴) (-۱, ۰)

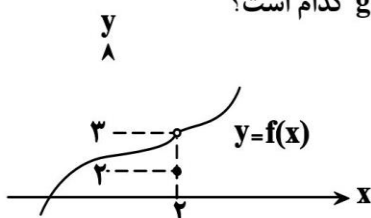
۶۹- نمودار تابع به صورت مقابل است. اگر  $g(x) = \frac{5x^2 - 20}{\sqrt{x+7}} f(x)$  باشد، مقدار  $g'(2)$  کدام است؟

(۱)

(۲)  $\frac{40}{3}$

(۳) ۱۵

(۴) تابع  $g(x)$  در  $x = 2$  مشتق ناپذیر است.



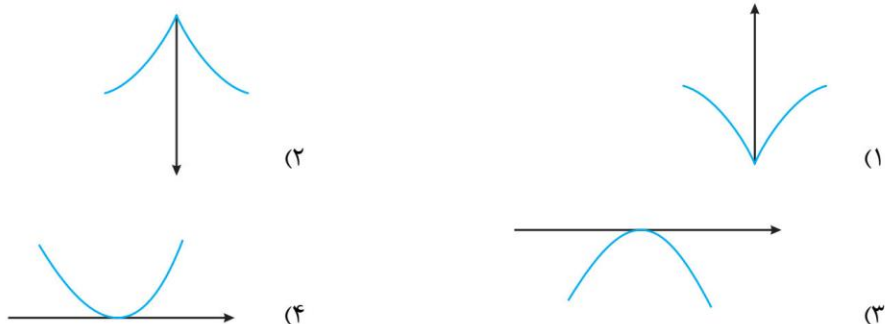
۷۰- با فرض  $f(x) = |x-1|\sqrt{|x|-2x}$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow -\infty} h(f(\frac{1}{h}-1) - f(-1))$  کدام است؟ [ ] :نماد جزء صحیح است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $-\infty$  (۴)  $+\infty$

۷۱- تابع  $f(x) = (x-8)^2(\lfloor \frac{x}{2} \rfloor - \lfloor \frac{x}{3} \rfloor)$  در بازه  $(0, 10)$  در چند نقطه به طول صحیح مشتق پذیر است؟ [ ] :نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۷۲- اگر تابع  $f$  در  $x=a$  پیوسته باشد و  $f'_+(a) = -\infty$  و  $f'_-(a) = +\infty$ ، آنگاه نمودار تابع  $y = \frac{1}{f(x)}$  در همسایگی  $x=a$  کدام است؟ ( $f(a) \neq 0$ )



۷۳- مماس رسم شده از نقطه  $A$  روی نمودار تابع  $y = \sqrt{4-x}$ ، محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول ۸ قطع کرده است. فاصله نقطه  $A$  تا مبدأ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۲

۷۴- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x^3+3}}$  در  $x=1$  با جهت مثبت محور طول‌ها چه زاویه‌ای را می‌سازد؟

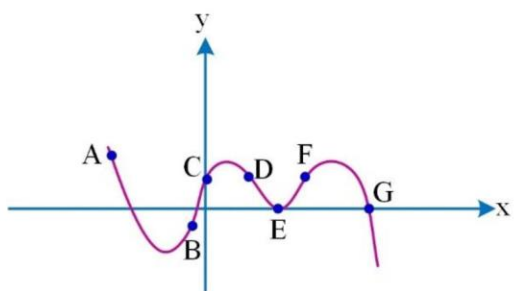
- (۱) صفر (۲)  $30^\circ$  (۳)  $45^\circ$  (۴)  $60^\circ$

۷۵- خط  $x+3y+4=0$  در نقطه‌ای به طول ۱- بر منحنی  $y=f(x)$  مماس است. مقدار مشتق تابع  $g(x) = \frac{1}{f \circ f(-x)}$  در  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $-\frac{1}{9}$

۷۶- در تابع  $f(x) = 100(1-\frac{x}{10})^2$ ، اختلاف آهنگ لحظه‌ای تغییرات در  $x=3$  و آهنگ متوسط تغییرات در بازه  $[-10/8, 4/8]$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۱- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، چه تعداد از روابط داده شده، درست است؟

(ب)  $f'(x_D) + f'(x_G) > 0$

(الف)  $f'(x_A) \cdot f'(x_E) < 0$

(ت)  $f'(x_C) - f(x_B) > 0$

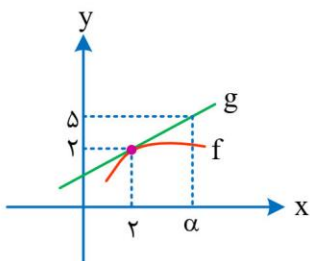
(پ)  $\frac{f(x_A) - f(x_D)}{f'(x_G)} > 0$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۲- با توجه به شکل مقابل اگر  $f'(2) = 3$  باشد، حاصل  $\text{gog}(\alpha)$  کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۹

(۳) ۱۱

(۴) ۷

۳- اگر  $f(x) = \left\lfloor -\frac{5}{x} \right\rfloor |x^2 - 3x|$ ، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) -۳

(۴) ۳

۴- اگر  $f(2) = 3f'(2) = 6$ ، مقدار مشتق تابع  $\left(\frac{f+1}{f^2}\right)$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{27}$

(۲)  $-\frac{2}{27}$

(۳)  $\frac{1}{27}$

(۴)  $-\frac{1}{27}$

۵- اگر  $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 9x^2}}$  مقدار  $f'_-(0)$  کدام است؟

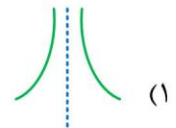
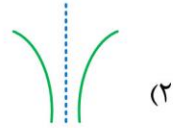
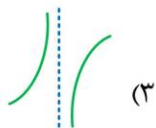
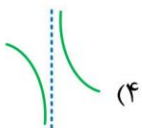
(۱) ۳

(۲) -۲

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $-\frac{3}{2}$

۶- نمودار مشتق تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + |x|}$  در مجاورت  $x=0$  به کدام صورت است؟



۷- هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x^3 - 1} = 6$  و  $f$  تابعی مشتق پذیر باشد، مقدار مشتق تابع  $y = f \circ f$  در  $x=1$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۶

(۳) ۳۶

(۴)  $\frac{1}{6}$

۸- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$  مفروض است، هرگاه  $g(x) = \begin{cases} xf(x) & x > 1 \\ f'(x) & x \leq 1 \end{cases}$  در  $x=1$  دارای مشتق باشد، مقدار  $b$

کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹- مماس های رسم شده بر نمودار تابع  $f(x) = |x| \sqrt{x-a}$  در مبدأ مختصات بر هم عمود هستند، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) ۱

(۴) ۲



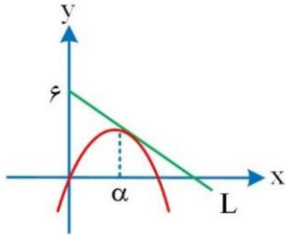
۱۰- مقدار مشتق تابع  $f(x) = (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 2x)^4$  به ازای  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $-\frac{7}{3}$  (۳)  $-\frac{28}{3}$  (۴)  $\frac{28}{3}$

۱۱- با فرض  $f(x) = x^2 + \frac{4}{x}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  بر بازه  $[1, 4]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f$  در  $x=\alpha$  است. مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $2/5$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $3/5$

۱۲- سهمی  $f(x) = 4x - x^2$  و خط  $L$  در شکل مقابل رسم شده است. اگر خط  $L$  در نقطه‌ای به طول  $x=\alpha$  بر نمودار سهمی مماس باشد، مقدار  $f(\alpha)$  کدام است؟



- (۱)  $4\sqrt{6} - 6$   
(۲)  $2\sqrt{6} - 6$   
(۳)  $4\sqrt{6} + 6$   
(۴)  $2\sqrt{6} + 6$

۱۳- تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2$  در بازه  $[-3, 0]$  تعریف شده است. آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f$  را در  $x=-3$  و  $x=-1$  و  $x=0$  به ترتیب  $m_1$ ،  $m_2$  و  $m_3$  می‌نامیم. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $m_3 < m_1 < m_2$   
(۲)  $m_1 < m_3 < m_2$   
(۳)  $m_1 < m_2 < m_3$   
(۴)  $m_3 < m_2 < m_1$

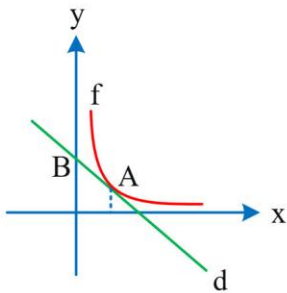
۱۴- دو منحنی  $f(x) = x^2 + 3$  و  $g(x) = 3x^2 + mx + 11$  بر یکدیگر مماسند، طول نقطه تماس کدام است؟

- (۱)  $\pm 3$  (۲)  $\pm 8$  (۳)  $\pm 4$  (۴)  $\pm 2$

۱۵- اگر  $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ ، مشتق تابع  $f$  of به ازای  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{117}{4}$  (۳)  $\frac{117}{8}$  (۴)  $\frac{57}{8}$

۱۶- در شکل مقابل، خط  $d$  در نقطه  $A$  بر منحنی  $f(x) = \frac{1}{x^n}$  مماس است. اگر  $y_B = 3y_A$  باشد، مقدار طبیعی  $n$  کدام است؟



- (۱)  $2$   
(۲)  $3$   
(۳)  $4$   
(۴)  $5$

۱۷- اگر  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x^2 - 3x} = 2$  باشد، مقدار  $(g \circ f)'(1)$  کدام است؟

- (۱)  $24$  (۲)  $36$  (۳)  $12$  (۴)  $48$



۱۸- برای تابع پیوسته  $f$ ، شرط  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x^3-1} = \frac{-2}{3}$  برقرار است. هرگاه  $(gof)'(1) = 3$  باشد، مقدار  $g'(-1)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{9}$  (۳)  $-2$  (۴)  $-\frac{1}{9}$

۱۹- اگر  $f(x) = x\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{7}{4}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{11}{8}$

۲۰- اگر  $f'(1) = 2$  و  $f(1) = 1$  باشد، مشتق تابع  $f^2\left(\frac{1}{f(x)}\right)$  به ازای  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $8$  (۲)  $-8$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$

۲۱- هرگاه  $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$  باشد، مشتق تابع  $f^2 \circ f(x)$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{700}{9}$  (۲)  $\frac{700}{3}$  (۳)  $\frac{1400}{9}$  (۴)  $\frac{1400}{3}$

۲۲- هرگاه  $f$  تابعی یک به یک،  $f(1) = 1$  و  $fof(x) = x^3 + \frac{2}{x}$ ، مقدار  $f'(1)$  کدام می تواند باشد؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

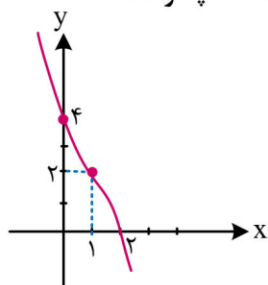
۲۳- تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  با دامنه  $[0, 4]$  مفروض است. خط مماس بر  $f$  در نقطه  $A$  با کدام طول به موازات وتر است که نقاط ابتدا و انتهای دامنه تابع را به هم وصل می کند؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{7}{2}$

۲۴- با فرض  $f(x) = 2x^2 + mx - 3$  و  $x \in [-1, \alpha]$ ، مقدار  $\alpha$  کدام باشد تا آهنگ تغییر متوسط تابع، در بازه داده شده، برابر آهنگ لحظه ای تابع  $f(x)$  در  $x=1$  باشد؟

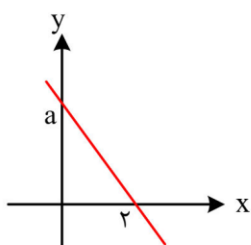
- (۱)  $3$  (۲)  $2/5$  (۳)  $2$  (۴)  $3/5$

۲۵- اگر نمودار تابع  $y = 2f(x+1)$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $g(x) = \frac{2x+3}{2x^2-f(x)}$  در اطراف  $x=1$  چگونه است؟



- (۱) (۲) (۳) (۴)

۲۶- نمودار  $f$  به صورت مقابل است. به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $g(x) = \begin{cases} fof^{-1}(x-1) & x \geq -1 \\ \frac{1}{2}f^{-1}(x^2+a) & x < -1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۷- هرگاه  $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$  و  $g(x) = \frac{x+5}{2x+1}$ ، مشتق  $y = f \circ (f - g)$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳) ۴ (۴) -۴

۲۸-  $f$  تابعی پیوسته است، به طوری که  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3x-2h) - f(3x)}{h} = \frac{1}{2x+1}$ ، مشتق  $f(\frac{4x}{x-1})$  به ازای  $x=-1$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{14}$  (۲)  $\frac{3}{14}$  (۳)  $\frac{1}{14}$  (۴)  $-\frac{1}{15}$

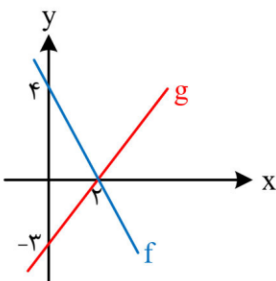
۲۹- هرگاه  $f$  تابعی پیوسته باشد و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ ، به طوری که  $(g \circ f)'(1) = 4$ ، مشتق  $g(\frac{2}{x})$  به ازای  $x=-1$  چه عددی است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $-\frac{8}{3}$

۳۰- هرگاه  $f(x) = (2x-3|x|)[-3x]$ ، حاصل  $f'_+(0) - f'_-(0)$  چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۱- نمودار توابع خطی  $y=f(x)$  و  $y=g(x)$  مطابق شکل روبه‌رو است. مشتق  $f \circ g$  در  $x=2$  چند برابر مشتق  $g \circ f$  در  $x=2$  است؟



- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $-\frac{4}{3}$  (۴)  $-\frac{4}{9}$

۳۲- آهنگ تغییر متوسط  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  در بازه  $[1, \alpha]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x=3$  برابر است. مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۶

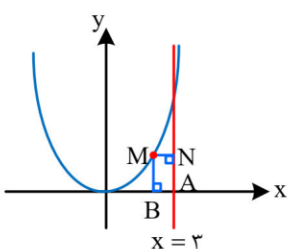
۳۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} [x](x+a) & x \geq 2 \\ \frac{b}{x} + 2 & x < 2 \end{cases}$ ، به طوری که  $f'_+(2) - f'_-(2) = 6$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۳۴- هرگاه  $f(x) = |a - bx|[3x]$ ، به طوری که  $f'_-(3) = -16$ ، مقدار  $f'_+(3)$  چه عددی است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) -۱۸ (۴) ۱۸

۳۵- در شکل روبه‌رو، نقطه  $M$  روی نمودار  $y = x^2$  حرکت می‌کند. اگر مساحت مستطیل MNAB را تابع  $f(x)$  بنامیم، مقدار



چه عددی است  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ ؟

- (۱) -۸۴ (۲) -۳۲ (۳) ۸۴ (۴) ۳۲

۳۶- اگر  $f$  تابعی پیوسته باشد به طوری که  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+2}{x^2+1} = -\frac{2}{3}$  ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(-1)-f^2(-1-2h)}{2h}$  چه عددی است؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۳۷- تابع  $f(x) = x|x-2|$ ، نمودار مشتق خودش را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

۳۸- اگر  $f$  تابعی مشتق‌پذیر باشد و  $f(2x + \sqrt{x^2+3}) = \frac{1}{x^2}$ ، مقدار  $f'(5)$  چه عددی است؟

(۱)  $\frac{7}{4}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳)  $-\frac{7}{2}$  (۴)  $-\frac{4}{7}$

۳۹- هرگاه  $f(1)=1$  و  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ ، مقدار  $f'(1)$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۰- برای تابع پیوسته  $f$  شرط  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x^3-1} = \frac{-2}{3}$  برقرار است. هرگاه  $(g \circ f)'(1) = 3$ ، مقدار  $g'(-1)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{9}$  (۳) -۲ (۴)  $-\frac{4}{3}$

۴۱- هرگاه  $f(1)=2f'(1)=1$ ، مشتق  $y=f(\frac{x}{f(x)})$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴) ۱

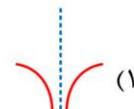
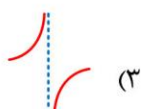
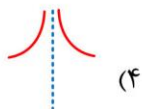
۴۲- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x+2}}$ ، مشتق  $f(\frac{2}{x})$  به ازای  $x=2$  چه عددی است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{2}{9}$

۴۳- اگر  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  و  $(f \circ g)'(2) = 3$ ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+2h)-2}{h}$  چه عددی است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۴۸ (۳) ۱۴۴ (۴) ۳۲

۴۴- اگر  $f(x) = 2 + \sqrt{|x|}$ ، نمودار تابع  $f'$  در حوالی  $x=0$  به کدام صورت است؟



۴۵- اگر مماس بر  $y = \frac{4}{x^2}$  در  $x=1$  رسم کنید. امتداد خط مماس، نمودار تابع را در نقطه‌ای به طول  $\alpha$  قطع می‌کند.  $y(\alpha)$  چه عددی است؟

(۱) ۴۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۴۶- در کدام نقطه از منحنی  $f(x) = x^2 + 4x + 1$ ، خط مماس بر منحنی بر خط  $2y = x + 6$  عمود است؟

(۱)  $(-2, -3)$  (۲)  $(-3, -2)$  (۳)  $(3, 22)$  (۴)  $(2, 13)$

۴۷- با فرض آن که  $f(x) = \sqrt{\frac{2}{x+1}}$ ، مشتق تابع  $y = f^{-1}(x)$  به ازای  $x = \frac{1}{4}$  چه عددی است؟

- (۱) -۶۴ (۲) ۱۶ (۳) -۳۲ (۴) ۴

۴۸- دو تابع  $f(x) = x\sqrt{x}$  و  $g(x) = x^2 + ax + b$  در نقطه‌ای به طول  $x = 4$  بر هم مماسند، مقدار  $g(6)$  چه عددی است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۹

۴۹- با فرض  $f(x) = x - \frac{a}{x}$  و  $g(2x) = f(x^2)$ ، اگر  $g''(-2) = -3$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲)  $\frac{7}{5}$  (۳) ۷ (۴)  $\frac{7}{3}$

۵۰- با فرض  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ، اگر در نقطه‌ای که مشتق اول و مشتق دوم با هم برابر هستند، بر  $f$  مماس رسم کنیم، عرض از مبدأ خط مماس کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{9}{4}$

۵۱- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x^2 + \frac{k}{x}$ ، در بازه  $[1, 4]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = 3$  برابر است، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{24}{5}$  (۲)  $-\frac{36}{5}$  (۳)  $\frac{18}{5}$  (۴)  $-\frac{18}{5}$

۵۲- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x^2 + mx + 3$  در بازه  $[3, 5]$  دو برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در ابتدای بازه است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = m$  چه عددی است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴) -۱۶

۵۳- تابع  $f(x) = \frac{3-a[x]}{2x+a[\frac{1}{x}]}$  در  $x=1$  حد دارد. با فرض  $a \neq 0$  مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۴- با فرض  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{1 + \sqrt{2x}}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{f(x+2)}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۵۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - \sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$  در صورت وجود، چند برابر  $a$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۵۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x| & |x| < 1 \\ x^2 + ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. حاصل  $2a - b$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۵۷- تابع  $f(x) = x[\cos x]$  در نقطه‌ای با کدام طول، فقط از راست پیوسته است؟

- (۱)  $x = 0$  (۲)  $x = \frac{\pi}{2}$  (۳)  $x = \pi$  (۴)  $x = \frac{3\pi}{2}$

۵۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{2x^2+ax+b} = -\infty$  باشد، مقدار  $a-b$  کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $2$  (۳)  $-4$  (۴)  $6$

۵۹- اگر  $f(x) = x - \sqrt{ax^2 + x + 2}$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{3x-1} = 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2^+} [x^2]f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-16$  (۲)  $-24$  (۳)  $-18$  (۴)  $-12$

۶۰- اگر  $f$  تابعی مشتق‌پذیر و  $g(x) = f(x + \sqrt{x^2 + 2})$  و  $f'(2) = 3$  باشد، مقدار  $g'(\frac{1}{2})$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $1$  (۳)  $4$  (۴)  $3$

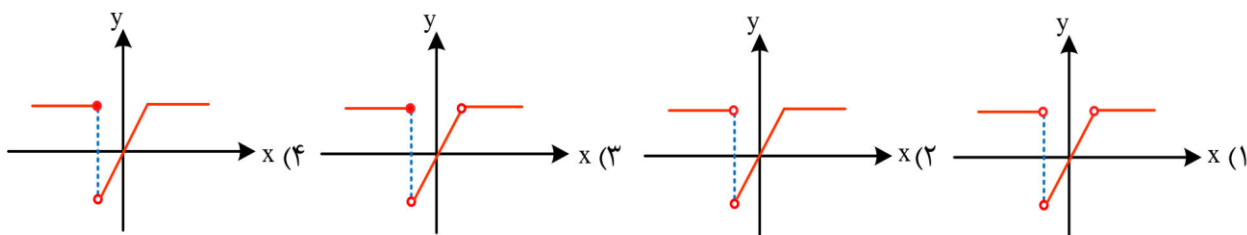
۶۱- اگر  $f(x) = x\sqrt{2x-1}$  باشد، حاصل مشتق تابع  $y = x^2 f(\frac{2}{x})$  در نقطه  $x=2$  چقدر است؟

- (۱)  $1$  (۲) صفر (۳)  $2$  (۴)  $3$

۶۲- خطی که در نقطه  $A$  بر نمودار  $f(x) = x^2 - 5x + b$  مماس می‌شود، محورهای مختصات را در نقاطی به طول و عرض ۴ قطع می‌کند. مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $6$  (۴)  $8$

۶۳- نمودار مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & |x| < 1 \\ 2x & |x| \geq 1 \end{cases}$  به کدام صورت است؟



۶۴- با فرض  $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 1)$ ، حاصل  $f''(1)$  کدام است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $12$  (۳)  $4$  (۴)  $8$

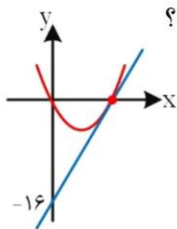
۶۵- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x^2 + ax - 3$  در بازه  $[1, 3]$ ، نصف آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقطه  $x=2$  است.  $a$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $-4$  (۳)  $-2$  (۴)  $4$



۶۶-  $f$  تابعی پیوسته است به طوری که  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 4} = \frac{3}{8}$  ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  کدام است؟

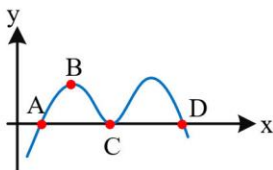
- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۳ (۴) ۴



۶۷- در شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = x(x-a)$  و خط مماس بر آن رسم شده است. مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴) ۴

۶۸- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل داده شده است. اگر  $(f' - f)(a)$  عددی مثبت باشد، طول کدام یک از نقاط داده شده،  $a$  است؟



- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

۶۹- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{\sin x + \cos x} - \sqrt{\cos x - \sin x}}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{-1}{x}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۷۰- اگر  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2[x]}$  ، حاصل  $f'_+(2) - f'_-(-2)$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴) صفر

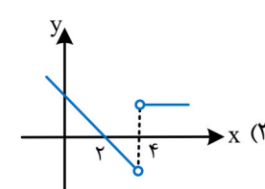
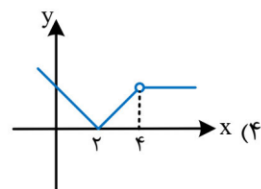
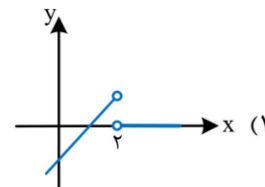
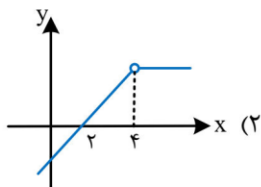
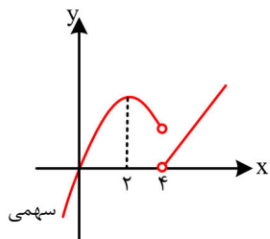
۷۱- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} & x \geq 1 \\ \sqrt{x} + \frac{b}{x^2} & x < 1 \end{cases}$  در  $x=1$  مشتق پذیر باشد، مقدار  $f'\left(\frac{a}{b}\right)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۷۲- اگر تابع  $f(x) = a - \sqrt[3]{ax+2}$  در  $x=-2$  دارای مماس قائم باشد، شیب خط مماس بر تابع در  $x=-3$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

۷۳- اگر نمودار  $y=f(x)$  شکل روبه‌رو باشد، نمودار  $y=f'(x)$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۷۴- نیم‌مماس‌های رسم شده بر نمودار تابع  $f(x)=\sqrt{2-\sqrt{4-ax^2}}$  در نقطه گوشه بر هم عمودند، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $4\sqrt{2}$  (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۷۵- تابع  $f(x)=\left[\frac{4}{\sqrt{x}+1}\right]$  در بازه  $(0, \alpha)$  مشتق‌پذیر است. حداکثر مقدار  $\alpha$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۷۶- اگر خطوط مماس بر نمودار تابع  $f(x)=ax^4-2x^2+1$  در نقاطی به طول  $x=1$  و  $x=-1$  بر هم عمود باشند، جمع مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

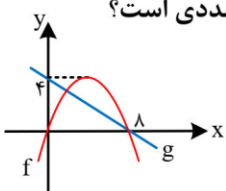
۷۷- اگر  $f$  تابعی پیوسته باشد به طوری که  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^3(2x+1)+1}{2x^2+x-1} = 4$  باشد، مشتق  $f(x^2-2\sqrt{x})$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-2$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۷۸- اگر  $f'(x)=\frac{x^2}{x+2}$  به طوری که  $g(x)=f(x+\sqrt{x^2+3})$  مقدار  $g'(1)$  چه عددی است؟

- (۱)  $2/4$  (۲)  $2/7$  (۳)  $1/8$  (۴)  $0/9$

۷۹- نمودار سهمی  $f$  و تابع خطی  $g$  در شکل مقابل آورده شده است. مشتق  $f^2 \circ g$  به ازای  $x=2$  چه عددی است؟



- (۱)  $-\frac{15}{4}$  (۲)  $-\frac{15}{8}$  (۳)  $\frac{15}{8}$  (۴)  $\frac{15}{4}$

۸۰- هرگاه  $2f(1)=f'(1)=2$ ، مشتق  $y=f\left(\frac{1}{x}\right)+f^2(x^2)$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

۸۱- اگر  $f(1)=g(1)=1$  و  $f'(1)=3g'(1)=-6$ ، مشتق  $(f+g) \circ f$  به ازای  $x=1$  چه عددی است؟

- (۱)  $24$  (۲)  $16$  (۳)  $48$  (۴)  $54$

۸۲- هرگاه  $f(x) = 2x^2 + ax + b$  به طوری که تساوی  $f'of(x) = 8x^2 - 12x - 3$  برقرار باشد، مقدار  $fof'(2)$  چه عددی است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

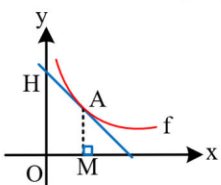
۸۳- اگر  $f$  و  $g$  توابعی مشتق پذیر باشند به طوری که  $g(2x + \frac{1}{\sqrt{x}}) = f(x + \sqrt{3x+1})$ ، هرگاه  $g'(3) = kf'(3)$ ، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{21}{2}$  (۴)  $\frac{7}{6}$

۸۴- اگر  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$  باشد، آنگاه به موازات کدام خط می توان بر نمودار تابع  $f$  خطی مماس رسم کرد؟

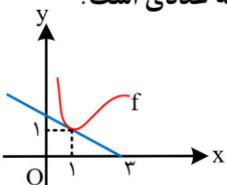
- (۱)  $3y + 4x = 5$  (۲)  $y + 2x = 4$   
(۳)  $y = 3x - 2$  (۴)  $y = -4x + 5$

۸۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x^n}$  در شکل مقابل رسم شده است. اگر  $OH = 4AM$ ، عدد طبیعی  $n$  کدام است؟



- (۱) ۶  
(۲) ۸  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۸۶- شکل مقابل، بخشی از نمودار  $f$  است. شیب خط مماس بر نمودار تابع  $y = xf(\frac{2}{\sqrt{x}})$  در  $x=4$  چه عددی است؟



- (۱)  $\frac{7}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۸۷- تابع  $f(x) = x - \sqrt{x}$  با دامنه  $[1, 9]$  داده شده است. خطی که نقاط ابتدا و انتهای نمودار تابع را به هم وصل می کند، به موازات مماس در نقطه ای به طول  $\alpha$  است،  $f(\alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $2\sqrt{2}$

۸۸- هرگاه  $fog(x) = 4x^4 - 6x^2 + 4$  و  $g(x) = 2x^3 + \frac{1}{x}$ ، مقدار  $f'(3)$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{1}{20}$  (۴)  $\frac{20}{3}$

۸۹- هرگاه  $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ ، مقدار  $\alpha$  کدام باشد تا تساوی  $f'(\alpha) = f''(-\alpha-4)$  برقرار شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) صفر

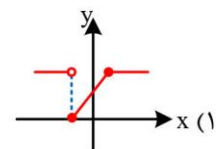
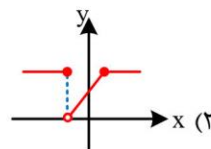
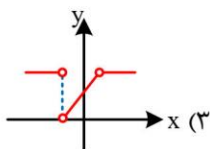
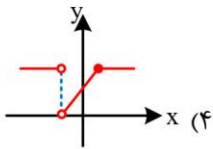
۹۰- تابع  $y = \frac{\sqrt[3]{x^3 - 3x}}{x}$  در چند نقطه از  $\mathbb{R}$  مشتق ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۱- با فرض  $f(x) = 2^x$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^a(2^{-x} - 1)}{x}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-f'_-(2a)$  (۲)  $-2f'_-(2a)$  (۳)  $f'_-(2a)$  (۴)  $2f'_-(2a)$

۹۲- نمودار مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & |x| \leq 1 \\ 4x + 3 & |x| > 1 \end{cases}$  کدام است؟



۹۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & x > 1 \\ x^2 + ax + b & x \leq 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است. حاصل  $a - b$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

۹۴- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{2x - [x]}$  و  $f'_+(1) - f'_-(1) = 3$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

(۴) -۵

(۳) -۲

(۲) ۴

(۱) ۳

۹۵- با فرض  $f(x) = \left(\frac{2x-3}{x-2}\right)^2$ ، حاصل مشتق تابع  $y = x^3 \sqrt{f(x)}$  در نقطه  $x=1$  چقدر است؟

(۴)  $-\frac{2}{3}$

(۳)  $-\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

۹۶- اگر تابع  $f$  در  $x=4$  پیوسته و  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 4}{x - 2\sqrt{x}} = \frac{2}{3}$  و  $g(x) = 2x - \sqrt{x+1}$  باشد، مشتق تابع  $y = f \circ g(x)$  در نقطه  $x=3$  چقدر است؟

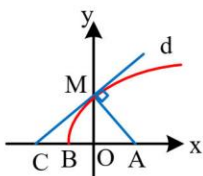
(۴)  $\frac{5}{12}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

(۲)  $\frac{7}{12}$

(۱)  $\frac{7}{6}$

۹۷- در شکل مقابل، نمودار تابع  $y = \sqrt{x+a}$  و خط  $d$  مماس بر آن رسم شده است. به ازای کدام مقدار  $a$ ، سه پاره خط  $OB$ ،  $OA$  و  $BC$  برابرند؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴)  $\sqrt{2}$

۹۸- اگر  $f(x) = x^3 - 2x + 2$  باشد، مشتق تابع  $f \circ f'$  در  $x=1$  چند برابر مشتق تابع  $f' \circ f$  در  $x=1$  است؟

(۴) ۹

(۳) ۳

(۲) ۶

(۱) ۱

۹۹- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  در بازه  $[1, 3]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقاط  $x = \alpha$  و  $x = \beta$  برابر است.

آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f$  در نقطه  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) صفر

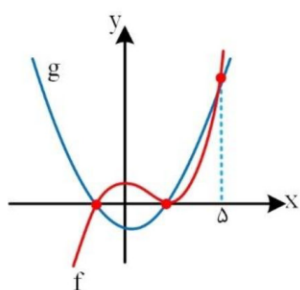
۱۰۰- خط مماس بر تابع  $y = \frac{1}{x}$  در  $x = 2$ ، خط مماس بر این تابع در  $x = a$  را در نقطه‌ای به طول -۴ قطع می‌کند.  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۰۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 1 \\ \frac{1}{x} & x < 1 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2}$  کدام است؟

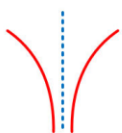
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۰۲- تابع  $f(x) = a(x+1)(x-2)^2$  مفروض و  $g(x)$  سهمی است. اگر مماس‌های  $f$  و  $g$  در  $x = -1$  بر هم عمود باشند،  $g'(2)$  کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۰۳- نمودار مشتق تابع  $y = f(x)$  در همسایگی  $x = -1$  به صورت مقابل است. ضابطه  $f(x)$  کدام می‌تواند باشد؟



- (۱)  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  (۲)  $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2}$  (۳)  $f(x) = \sqrt[3]{-x-1}$  (۴)  $f(x) = \sqrt[3]{-(x+1)^2}$

۱۰۴- اگر  $f(x) = k(x-3)(x-2)^2[-x]$  و  $f'_+(a) - f'_-(a) = 1$  باشد، مقدار  $a + k$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۵- با فرض  $f(x) = \frac{\sqrt{(\frac{3x-2}{x-1})^2} + 1}{x-1}$ ، حاصل  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) -۱۲ (۴) -۱۵



۱۰۶- تابع  $f(x) = x|x|$  در فاصله  $(-2, 2)$  به ترتیب از راست به چپ در چند نقطه مشتق اول و مشتق دوم ندارد؟

- (۱)  $3 - 2$  (۲)  $2 - 2$  (۳)  $3 - 3$  (۴)  $2 - 1$

۱۰۷- آهنگ متوسط تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در فاصله  $[2, 4]$  از آهنگ لحظه‌ای آن در  $x=2$ ، ۴ واحد بیشتر است. آهنگ لحظه‌ای  $f'(x)$  در  $x=2$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۰۸- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$  و  $g(x) = \sqrt{x - 1}$  باشد، حاصل  $g'(x)f''(x) + g''(x)f'(x)$  در  $x=8$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{64}{9}$  (۲)  $\frac{1}{144}$  (۳)  $-\frac{64}{9}$  (۴)  $-\frac{1}{144}$

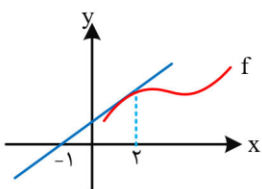
۱۰۹- با توجه به نمودار توابع در  $[a, b]$ ، در کدام تابع آهنگ متوسط در بازه  $[a, b]$  از آهنگ لحظه‌ای در  $x=b$  کمتر است؟



۱۱۰- شیب خطی که از دو نقطه  $A(3, f(3))$  و  $B(x, f(x))$  می‌گذرد را محاسبه کرده و به جواب  $\frac{2 - \sqrt{x+1}}{4(x-3)}$  رسیده‌ایم. مشتق تابع  $f(x)$  در  $x=3$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{12}$  (۲)  $-\frac{1}{16}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

۱۱۱- در شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر آن در  $x=2$  رسم شده است. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h} = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $f(2)$  کدام است؟



- (۱)  $4/5$  (۲) ۵ (۳) ۵ (۴)  $5/5$

۱۱۲- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = \sin x$  کدام یک از مقادیر زیر منفی است؟

- (۱)  $f'(2)$  (۲)  $f'(1)$  (۳)  $f'(\pi)$  (۴)  $f'(-1)$

۱۱۳- هرگاه تابع  $f(x) = \|x - 2\| + a$  در نقطه  $x=4$  مشتق‌ناپذیر باشد، جمع طول نقاط مشتق‌ناپذیر  $f$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- اگر  $f(x) = x\sqrt[3]{4 + \frac{1}{x}}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{5}{3}$

۱۱۵- اگر  $f(x) = (x+2)\sqrt[3]{x+2}$  باشد، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(h-1) + f(h-1) - 2}{h(1-h^2)}$ ، چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۶- معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax - 1}{x + 2}$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  به صورت  $4x + b = 3y$  است. مقدار  $a + b$  چه عددی است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-4$  (۳)  $-4$  (۴)

۱۱۷- هرگاه  $f(x) = 6x + \frac{a}{x}$  باشد، به طوری که  $f'(1) = f''(1)$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-4$  (۳)  $-4$  (۴)

۱۱۸- اگر  $y = 2x - 3$ ، خط مماس بر نمودار تابع  $y = g(x)$  در نقطه‌ای به طول  $2$  باشد و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{-4}{3}$  باشد، مقدار  $(fog)'(2)$  چه عددی است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-4$  (۳)  $-8$  (۴)  $-\frac{8}{3}$

۱۱۹- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x}}$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$ ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقطه  $M$  قطع می‌کند. فاصله  $M$  تا مبدأ کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۱۲۰- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$  در بازه  $[1, a]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = 4$  برابر است. مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{11}{6}$  (۲)  $\frac{23}{6}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)



۱- اگر  $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$  و  $g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  باشد، حاصل  $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2x}$  (۳)  $\sqrt{x^2 + 1}$  (۴) صفر

۲- مشتق تابع  $y = \sin^2 \sqrt{x}$  به ازای  $x = \frac{\pi^2}{16}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2\pi}$  (۲)  $\frac{1}{\pi}$  (۳)  $\frac{2}{\pi}$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$

۳- مشتق عبارت  $\left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{3}}$  در نقطه  $x = 4$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6\sqrt[3]{3}}$  (۲)  $\frac{-1}{6\sqrt[3]{3}}$  (۳)  $\frac{1}{12\sqrt[3]{9}}$  (۴)  $\frac{1}{6\sqrt[3]{9}}$

۴- حاصل ضرب شیب‌های نیم‌خط مماس چپ و نیم‌خط مماس راست تابع  $f(x) = \frac{1}{4}|\sin 2x|$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) ۱

۵- تفاضل دو ریشه مشتق دوم تابع  $y = \frac{1}{1+x^2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۶- اگر  $y$  تابع  $x$  با رابطه  $\sin y = \frac{2x-1}{3x+1}$  باشد، مقدار  $y'(3)$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{30}$  (۲)  $\frac{1}{20}$  (۳)  $\frac{1}{15}$  (۴)  $\frac{1}{10}$

۷- نردبانی به طول ۵ متر به دیواری تکیه دارد. اگر پایه متکی به زمین با سرعت  $2/0$  واحد در ثانیه از دیوار دور شود در لحظه‌ای که فاصله پای نردبان تا دیوار ۳ متر باشد، سر دیگر نردبان با چه سرعتی پائین می‌آید؟

- (۱)  $0/01$  (۲)  $0/015$  (۳)  $0/02$  (۴)  $0/025$

۸- مشتق عبارت  $\frac{1-x^2}{1+x^2}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۹- به ازای کدام مقدار  $a$ ، خط به معادله  $2y - 5x = a$  بر منحنی  $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$  در نقطه‌ای به طول مثبت

مماس است؟

- (۱) -۹ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶



۱۰- در تابع  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ ، طول نقطه‌ای روی منحنی که بیشترین شیب مماس را دارد، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - x & ; x > 2 \\ x^3 + x & ; x \leq 2 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-h) - f(2+h)}{2h}$  کدام است؟

- (۱) -۱۱ (۲) -۱۲ (۳) -۱۳ (۴) وجود ندارد.

۱۲- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{\Delta h} = 12$  و  $f(2) = -1$  باشد، مقدار مشتق عبارت  $f'(x) + \frac{1}{f(x)}$  در  $x = 2$  کدام است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) -۱۲۰ (۴) -۶۰

۱۳- در کدام بازه تابع  $y = x^3 - 6x^2 - 15x + 1$  صعودی و آهنگ تغییرات آن در حال کاهش است؟

- (۱)  $(-1, 2)$  (۲)  $(2, 5)$  (۳)  $(-1, -\infty)$  (۴)  $(5, +\infty)$

۱۴- تابع  $f(x) = 27\sqrt[3]{x} + 50$  مقدار ارتفاع یک نهال هلو را بر حسب سانتی‌متر از لحظه کاشته شدن در یک باغ نشان می‌دهد، که در آن مدت زمان بر حسب ماه پس از کاشت است. آهنگ متوسط رشد این نهال در بازه زمانی  $[8, 64]$  چند برابر ماه بیست و هفتم است؟

- (۱)  $\frac{27}{28}$  (۲)  $\frac{28}{27}$  (۳)  $\frac{29}{28}$  (۴)  $\frac{28}{29}$

۱۵- خط  $y = 2x + 1$  در نقطه  $x = 1$  بر منحنی پیوسته تابع  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + 3f(x) - 18}{x - 1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۱۶- در تابع با ضابطه  $f(x) = (1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16})$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+\sqrt{2}) - f(\sqrt{2}-h)}{h\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $6 \times 2^{16} + 2$  (۲)  $7 \times 2^{17} + 2$  (۳)  $18 \times 2^{16} + 6$  (۴)  $14 \times 2^{17} + 4$

۱۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} |x-2| + x & ; x \leq 3 \\ |x^2 + 2x| - 4x + 1 & ; x > 3 \end{cases}$ ، مجموع عرض نقاط گوشه ای  $y = 2f(-3x+1) - 2$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۸

۱۸- آهنگ متوسط تغییرات تابع  $y = x^3 - 4x^2 + ax$  در فاصله  $[1, 3]$  چه مقدار از آهنگ آنی در  $x = 2$  بیشتر است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $a - 1$  (۴)  $2a - 1$

۱۹- اگر  $f(x) = \frac{4x^2 + 3x}{x + \sqrt{x} + 1}$  باشد، شیب خط واصل بین دو نقطه به طول ۱ و  $1+h$ ، برای مقادیر بسیار کوچک و مثبت  $h$  به کدام عدد نزدیک می‌شود؟

- (۱)  $-2/5$  (۲)  $-1/5$  (۳)  $1/5$  (۴)  $2/5$

۲۰- اگر  $f'(-1) = -f(-1) = -f'(1) = 1$  باشد، مشتق تابع  $y = 2f(x) + 3f(f(x))$  در  $x = -1$  کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۵



۲۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x < 1 \\ 3\sqrt{x^2} + ax & ; x \geq 1 \end{cases}$  در کل  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد،  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲- در تابع  $y = x + \sqrt{x}$  به ازاء کدام مقدار  $x$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای برابر آهنگ تغییر متوسط در بازه  $[1, 9]$  است؟

(۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{49}{9}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{49}{16}$

۲۳- ضابطه تابع اکیداً صعودی  $y = f(x)$  در تساوی  $f''(x) = 6f(x) + 4x^2 + 20x + 16$  صدق می‌کند. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(x)}{2x}$$

کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۲۴- خط  $y = 2x - 5$  در نقطه  $x = 2$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  و در نقطه  $x = 0$  بر نمودار تابع  $y = g(x)$  مماس

است. اگر  $h(x) = f(x+1)g(1-x)$  باشد، مقدار  $h'(1)$  کدام است؟

(۱) -۱۲ (۲) -۱۰ (۳) -۸ (۴) -۶

۲۵- آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = \sqrt{2\sqrt{x} + x + 1}$  در بازه  $[4, 9]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در نقطه  $x = a$  برابر

است. مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $5/76$  (۲)  $6/25$  (۳)  $6/76$  (۴)  $7/29$

۲۶- اگر  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x^2 + 3} \right)^3$  باشد، مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{72}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{16}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{18}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{96}$

۲۷- نقطه  $A(3, -2)$  اکسترمم نسبی تابع  $y = f(x)$  است. اگر  $f'(3)$  موجود و  $h(x) = \frac{f''(x)}{x^2 + 3}$  باشد، مقدار  $h'(3)$

کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{6}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{2}{7}$  (۴)  $-\frac{3}{7}$

۲۸- تابع  $f(x) = \frac{x-a}{\sqrt{x^2 + x}}$  مفروض است. اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = 0$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $-\frac{4}{3}$

۲۹- اگر  $f(x) = 3x + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشند، آهنگ تغییر متوسط تابع  $g \circ f(x)$  در بازه  $[5, 8]$  از آهنگ تغییر

لحظه‌ای آن در  $x = 5$  چقدر کمتر است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{2}{17}$  (۳)  $\frac{1}{24}$  (۴)  $\frac{2}{51}$

۳۰- اگر  $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{x^2+2}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt{6}+h) - f(\sqrt{6})}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $3 + \frac{\sqrt{6}}{6}$  (۲)  $2 + \frac{\sqrt{6}}{3}$  (۳)  $3 + \frac{\sqrt{6}}{3}$  (۴)  $2 + \frac{\sqrt{6}}{6}$

۳۱- خط مماس بر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $(1, 2)$ ، روی آن، محور  $x$  ها را به طول ۲- قطع می‌کند. اگر

$g(x) = (x^2 + ax)f(x)$  و  $g'(1) = 10$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۲- آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{3}{\sqrt{x}}$  در بازه  $[4, 9]$  چه قدر بیشتر از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در

انتهای بازه است؟

- (۱)  $\frac{1}{18}$  (۲)  $\frac{1}{21}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{15}$

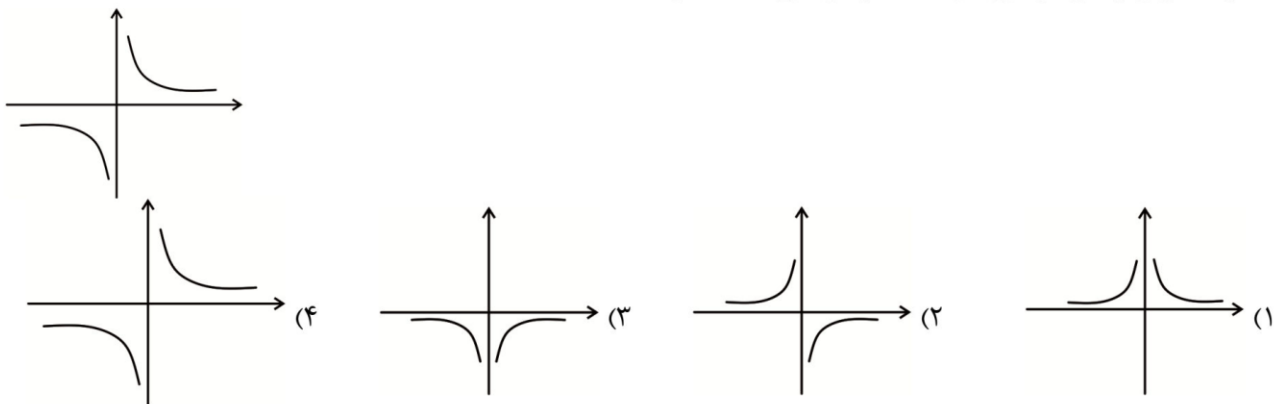
۳۳- بادکنکی کروی، مملو از هوا، شعاعی برابر ۹ سانتی‌متر دارد. اگر شعاع بادکنک با سرعت ۲ سانتی‌متر بر ثانیه، بر

اثر دمیدن در آن افزایش یابد، آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم بادکنک وقتی شعاع آن برابر ۱۲ سانتی‌متر است از

آهنگ متوسط تغییر حجم بادکنک در بازه  $[9, 12]$  چند سانتی‌متر مکعب بیشتر است؟

- (۱)  $864\pi$  (۲)  $708\pi$  (۳)  $642\pi$  (۴)  $576\pi$

۳۴- اگر شکل زیر نمودار تابع  $f$  باشد، نمودار تابع  $f'$  کدام است؟



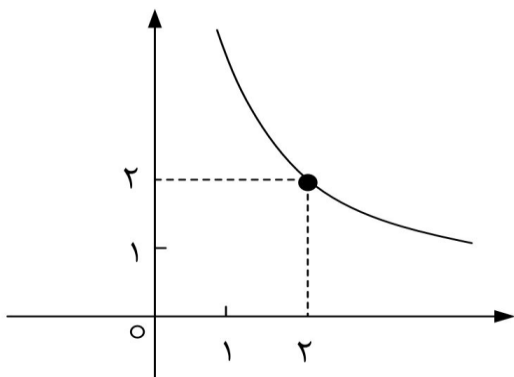
۳۵- اگر  $f(x) = x|x|$  و  $g'(x) = \sqrt{4-x^2}$  و  $F(x) = g \circ f(x)$  باشد،  $F'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $2|x| \cdot \sqrt{4-x^4}$  (۲)  $-2|x| \cdot \sqrt{4-x^4}$  (۳)  $4|x| \cdot \sqrt{2-x^4}$  (۴)  $-4|x| \cdot \sqrt{2-x^4}$

۳۶- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(2+h) - f^2(2)}{\Delta h} = 12$  و  $f(2) = -2$  باشد، مقدار مشتق عبارت  $f^4(x) - \frac{4}{f(x)}$  در  $x = 2$  کدام است؟

- (۱) ۴۶۵ (۲) ۴۵۰ (۳) ۴۹۵ (۴) ۴۸۰

۳۷- اگر نمودار  $f$  در همسایگی  $x=2$  به صورت زیر باشد، آنگاه نمودار تابع  $y = \frac{-2}{\sqrt[3]{2-f}}$  در همسایگی  $x=2$  کدام مورد می تواند باشد؟



(۴)



(۳)

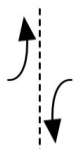


(۲)

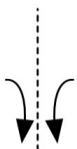


(۱)

۳۸- نمودار تابع مشتق برای تابع  $f(x) = x - \sqrt[3]{(2-x)^2}$  در همسایگی  $x=2$ ، کدام است؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۳۹- در تابع  $f(x) = x|3-x^2|$  مجموع مقادیر آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x=2$  و آهنگ متوسط در بازه  $[-3, 2]$  کدام است؟

۱۳ (۲)

۱۵ (۱)

۱۲ (۴)

۱۴ (۳)

۴۰- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 & ; x \leq 1 \\ bx + \frac{c}{x} & ; x > 1 \end{cases}$  در  $x=1$  مشتق پذیر و  $f_+''(1) + f_-''(1) = 2$  باشد، حاصل

$a \times b \times c$  کدام است؟

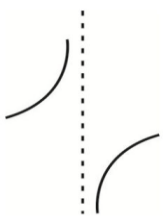
۴ (۲)

-۴ (۱)

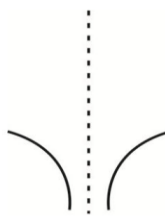
۶ (۴)

-۶ (۳)

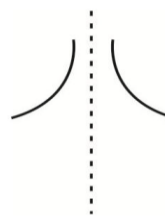
۴۱- اگر  $g(x) = f(2-x^2)$  و  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  باشد، نمودار تابع  $g''(x-1)$  در اطراف  $x=1$  چگونه است؟



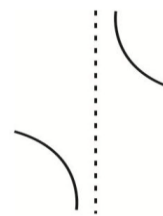
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۴۲- فاصله نقطه A روی خط d از دو نقطه  $B(1, -2)$  و  $C(-3, 4)$  به ترتیب برابر با  $\sqrt{5}$  و ۱ است. اگر خط d در نقطه

$x=3$  بر منحنی  $y=xf(x)$  مماس باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f^2(x) - f(x) - 4}{x-3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{14}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{9}$  (۳)  $-\frac{14}{9}$  (۴)  $\frac{74}{9}$

۴۳- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}$  در بازه  $[1, 729]$  چند برابر مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x=64$  است؟

- (۱)  $\frac{5004}{5369}$  (۲)  $\frac{5040}{5639}$  (۳)  $\frac{4004}{5693}$  (۴)  $\frac{4040}{5369}$


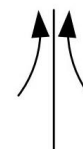


۴۴- اگر  $f(x) = 3x+1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، آنگاه آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $(g \circ f)(x)$  در  $x=5$  چقدر با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[5, 8]$  اختلاف دارد؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{24}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۴۵- تابع  $f(x)$  در  $x=4$  پیوسته و مشتق پذیر است. با فرض  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x^2 + 4x - 32} = 5$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+3h) - f(4-3h)}{h^3 + 3h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۰

۴۶- نمودار مشتق تابع  $f(x) = x - \sqrt[3]{(2-x)^2}$  در همسایگی محذوف  $x=2$  کدام است؟

- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۴۷- در تابع  $f(x) = x|3-x^2|$  مجموع مقادیر آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x=2$  و آهنگ متوسط تغییر در بازه  $[-3, 2]$  چقدر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۳

۴۸- خط  $5x - y - 7 = 0$  در نقطه  $x = 3$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{g(x) - g(8)}{x^2 - x - 56} = \frac{37}{150}$

باشد، حاصل  $(g \circ f)'(3)$  کدام است؟

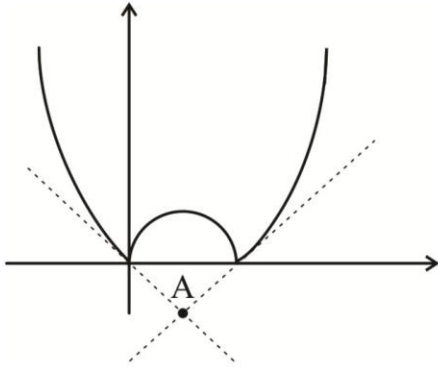
(۲)  $19/5$

(۱)  $17/5$

(۴)  $16/5$

(۳)  $18/5$

۴۹- نیم مماس‌های رسم شده بر تابع  $f(x) = |x^2 - 4x|$  در نقطه‌های گوشه‌ای آن مطابق شکل در نقطه  $A$  یکدیگر را قطع می‌کنند. عرض



نقطه  $A$  کدام است؟

(۱)  $-2$

(۲)  $-4$

(۳)  $-8$

(۴)  $-6$

۵۰- اگر  $f(2x+1) = \frac{x+\sqrt{x}}{2}$  باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f^{-1}(x)$  در نقطه  $x = 3$  کدام است؟

(۲)  $2$

(۱)  $1/6$

(۴)  $\frac{24}{7}$

(۳)  $3/2$

۵۱- اگر  $f(x) = x^2 + bx + c$  و  $g(x) = \begin{cases} f(x+2) - 1 & x \geq 1 \\ f'(x) + x & x < 1 \end{cases}$  تابعی مشتق‌پذیر باشد،  $c - b$  کدام است؟

(۲)  $-2$

(۱)  $2$

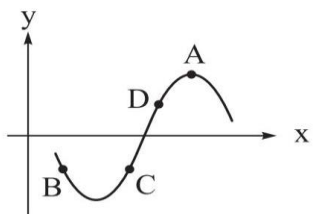
(۴)  $-4$

(۳)  $4$





شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور



۱- اگر نمودار  $f(x)$  به صورت روبه‌رو باشد، در کدام نقطه از نقاط مشخص‌شده، حاصل  $\frac{f(x)}{f'(x)}$  عددی منفی است؟

B (۲)

A (۱)

D (۴)

C (۳)

۲- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{h} = \sqrt{x+2}$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x\sqrt{x+2}}$  کدام است؟

$-\sqrt{2}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$-1$  (۲)

$1$  (۱)

۳- اگر  $f(x) = \frac{1+\sqrt{2x}}{3+4x}$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0/5} \frac{f(x) - f(0/5)}{x - 0/5}$  کدام است؟

$-0/52$  (۴)

$0/52$  (۳)

$0/12$  (۲)

$-0/12$  (۱)

۴- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  کدام است؟

صفر (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$-\infty$  (۲)

$+\infty$  (۱)

۵- اگر  $f(x) = 2x + \frac{a}{x}$  به طوری که  $f(2) + f'(2) = 7$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴)

$-4$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$-\frac{4}{3}$  (۱)

۶- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ ، آن‌گاه مشتق تابع  $y = \frac{x-1}{f(x) + \sqrt{f(x)} + 1}$  در  $x = 8$  کدام است؟

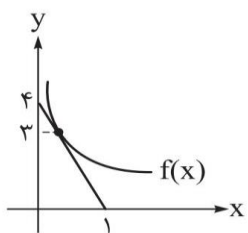
$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{24}$  (۳)

$\frac{1}{6}$  (۲)

$\frac{1}{12}$  (۱)

۷- بخشی از نمودار تابع  $f(x)$  رسم شده است. مشتق تابع  $y = \frac{f(x)}{x - \sqrt{x}}$  در  $x = \frac{1}{4}$  کدام است؟



۱۶ (۱)

۸ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

۸- یکی از خط‌های مماس بر نمودار تابع  $f(x) = (x-1)^2$  با نیمساز ربع دوم و چهارم موازی است. این خط مماس از کدام نقطه می‌گذرد؟

$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{2})$  (۴)

$(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$  (۳)

$(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$  (۲)

$(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$  (۱)

۹- تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$  مفروض است. عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f^{-1}(x)$  در نقطه  $x = -3$  واقع بر  $f^{-1}$  کدام است؟

$-1/5$  (۴)

$1/5$  (۳)

$-1/25$  (۲)

$1/25$  (۱)

۱۰- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x+1}$  و  $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}}$  باشد، آن گاه حاصل  $\frac{f'(0)}{f(0)} + \frac{g'(0)}{g(0)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{2}$

۱۱- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 & ; x \geq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x + b & ; x < \frac{1}{2} \end{cases}$  در  $x = \frac{1}{2}$  مشتق پذیر است. حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) -۳

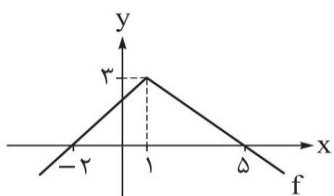
۱۲- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{|2x| + x + a}$  که  $a > 0$ ، در نقطه  $x = b$  مشتق ندارد. اگر  $f'_-(b) \times f'_+(b) = -3$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۳- اگر  $f(x) = \frac{(-1)^{[x]} |x^2 - 9|}{x}$  باشد، آن گاه  $f'_+(3)$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) -۲ (۴) ناموجود

۱۴- نمودار تابع  $f(x)$  رسم شده است. حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1+h)}{2h^2 - h}$  کدام است؟

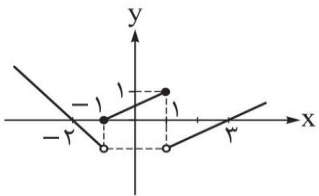


- (۱)  $-\infty / \infty$  (۲)  $-\infty / 5$  (۳)  $\infty / 5$  (۴)  $\infty / \infty$

۱۵- تابع  $f(x) = |x^3 + 8| - x^2 + k$  مفروض است. اگر عرض از مبدأ نیم مماس چپ در نقطه گوشه آن برابر با ۶- باشد،  $k$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

۱۶- نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر رسم شده است. تابع  $g(x) = f(x) + |f(x)|$  در چند نقطه از بازه  $(-2, 3)$  مشتق پذیر نیست؟

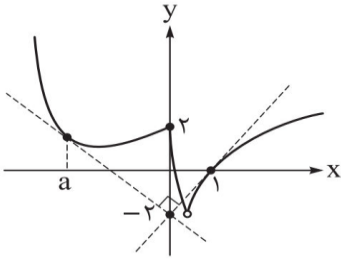


- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۷- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax+b}{x^2} & x \geq 1 \\ bx^2 + x & x < 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد، مقدار  $3a - b$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3/5$  (۴)  $4/5$

۱۸- نمودار تابع  $f$  داده شده است.  $f'(a)$  کدام است؟



(۱)  $-2$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $-1$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۹- اگر  $f(x) = 3x - |x - 1|$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1+h)}{h}$  کدام است؟

(۴)  $-14$

(۳)  $-10$

(۲)  $-8$

(۱) وجود ندارد.

۲۰- اگر  $f(x) = (2x-1)^2 \cdot \sqrt{2x}$ ، آن گاه  $f''(\frac{1}{2})$  کدام است؟

(۴)  $4$

(۳)  $8$

(۲)  $2$

(۱)  $\frac{1}{2}$

۲۱- اگر  $f(x) = x^2 \sqrt{\frac{3x+2}{x-1}}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $-\frac{26}{3}$

(۱)  $-\frac{68}{3}$

۲۲- اگر  $y = x\sqrt{x} + 3\sqrt{x}$ ، آن گاه حاصل عبارت  $8y'y''$  برای  $x$ های مثبت کدام است؟

(۴)  $9(1 - \frac{1}{x^2})$

(۳)  $9(1 + \frac{1}{x^2})$

(۲)  $18(1 - \frac{1}{x^2})$

(۱)  $18(1 + \frac{1}{x^2})$

۲۳- اگر  $f(x) = \sqrt{x+2}\sqrt{x}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{1+x^2}$  باشد، آن گاه مشتق تابع  $g \circ f$  در  $x = 1$  برابر با  $2^k$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{7}{2}$

(۳)  $-\frac{1}{2}$

(۲)  $-\frac{3}{2}$

(۱)  $-\frac{5}{2}$

۲۴- اگر  $y = 3 - 2x$  معادله خط مماس بر نمودار  $y = f(x)$  در نقطه  $x = 2$  باشد و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - a}{h} = b$ ، آن گاه

مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۴)  $-3$

(۳)  $3$

(۲)  $-1$

(۱)  $1$

۲۵- اگر  $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$  در  $[0, 2]$  مشتق پذیر باشد،  $f'(\frac{3}{2})$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

(۴) صفر

(۳)  $2$

(۲)  $-1$

(۱)  $1$

۲۶- تعداد نقاط مشتق ناپذیر تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 5x| & x \geq 1 \\ -\sqrt[3]{x+1} & x < 1 \end{cases}$  کدام است؟

(۴)  $3$

(۳)  $2$

(۲)  $1$

(۱)  $4$

۲۷- اگر  $f(x) = ax + |x|$  و  $g(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}|x|$ ، آن گاه مقدار  $a$  کدام باشد تا تابع  $f \circ g$  در  $x = 0$  دارای مشتق باشد؟

(۴)  $4$

(۳)  $3$

(۲)  $2$

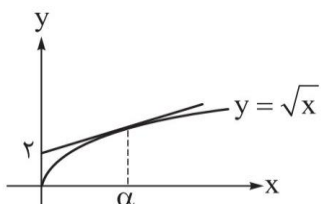
(۱)  $1$



۲۸- تابع  $f(x) = ax^3 + b$  مفروض است. اگر تابع  $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 1 \\ 3x + f'(x) & x > 1 \end{cases}$  در  $x = 1$  مشتق پذیر باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) ۲      (۴) ۱

۲۹- در شکل زیر خط  $d$  بر نمودار  $y = \sqrt{x}$  مماس شده است. مقدار  $\alpha$  کدام است؟



- (۱) ۴

- (۲) ۲۵

- (۳) ۹

- (۴) ۱۶

۳۰- توابع مشتق پذیر  $f$  و  $g$  مفروض اند. اگر  $g(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x}$  و  $f(g(x)) = 5x^2 - 6x + 1$ ، آن گاه  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۸      (۳) -۴      (۴) -۸

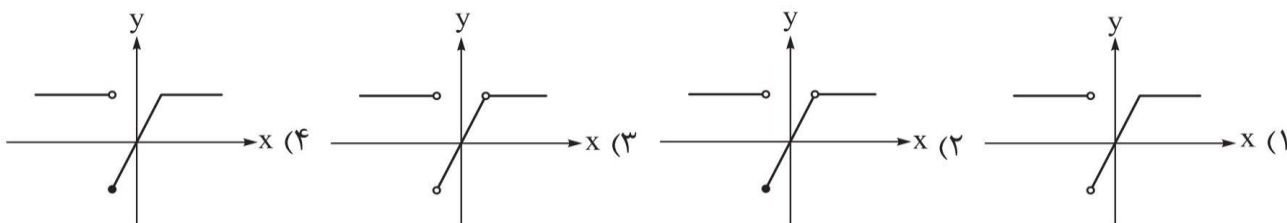
۳۱- اگر  $f(x+2) = -f(x)$  باشد و  $f$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد، در  $x = 1$  مشتق تابع  $y = f(3x^2 + 2x)$  چند برابر مشتق تابع  $y = f(4x - 3)$  است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) -۴

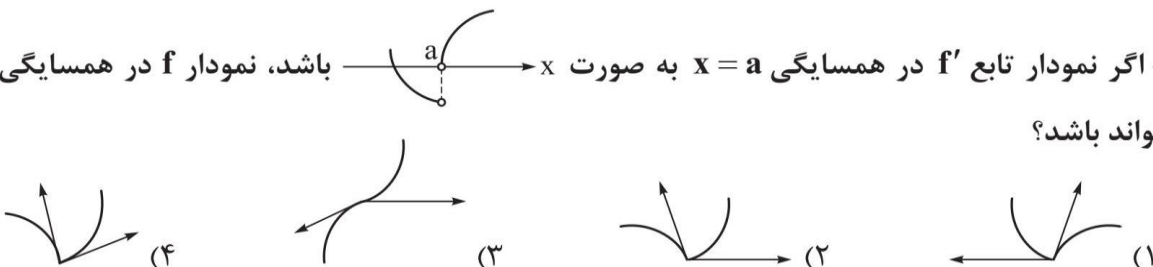
۳۲- اگر نیم مماس های رسم شده بر نمودار تابع  $f(x) = a|x^2 - 2x| \sqrt{x-1}$  در نقطه گوشه ای آن بر هم عمود باشند،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\pm \frac{1}{4}$       (۲)  $\pm \frac{1}{2}$       (۳)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $\pm \sqrt{2}$

۳۳- نمودار تابع مشتق  $f(x) = \begin{cases} x^2 & |x| \leq 1 \\ 2x + 3 & |x| > 1 \end{cases}$  کدام است؟



۳۴- اگر نمودار تابع  $f'$  در همسایگی  $x = a$  به صورت  $\rightarrow$  باشد، نمودار  $f$  در همسایگی  $x = a$  کدام می تواند باشد؟





۳۵- آهنگ متوسط تغییر  $f(x) = \log_7 x$  در فاصله  $[\frac{2}{5}, \frac{16}{5}]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $g(x) = \frac{x^2 - x}{7}$  در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

۵ / ۲۵ (۴)

۴ / ۷۵ (۳)

۴ / ۲۵ (۲)

۳ / ۷۵ (۱)

۳۶- اگر  $P(x, y)$  نقطه‌ای روی منحنی  $y = \frac{x+1}{x-2}$  باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر فاصله  $P$  از مبدأ مختصات، در نقطه با طول ۳ کدام است؟

-۱ / ۵ (۴)

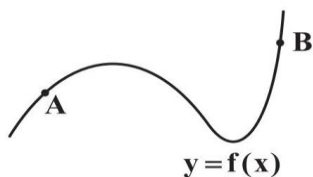
-۱ / ۷ (۳)

-۱ / ۶ (۲)

-۱ / ۸ (۱)



۱- اگر خطوط مماس بر تابع  $f(x)$  در دو نقطه  $A$  و  $B$  به ترتیب  $y = \frac{m+1}{m-1}x$  و  $y = 3x - 10$  باشد، مقدار  $m$  کدام می‌تواند باشد؟



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳)  $-\frac{3}{2}$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

۲- اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{\sqrt{-x} - 1} = 6$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{2h}$  کدام است؟

(۴) -۸

(۳) -۶

(۲) ۶

(۱) ۸

۳- معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+1}$  در نقطه برخورد آن با محور  $y$ ها کدام است؟

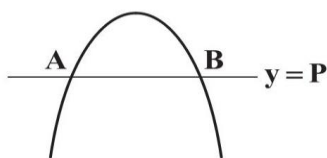
(۴)  $x = 2y + 2$

(۳)  $x = 2y - 2$

(۲)  $y = 2x - 2$

(۱)  $y = 2x + 2$

۴- خط  $y = P$  سهمی  $y = ax^2 - 4ax + m$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع کرده است. اگر شیب خط مماس در نقطه  $B$  برابر  $-\frac{4}{3}$  باشد، شیب خط مماس در نقطه  $A$  چقدر است؟



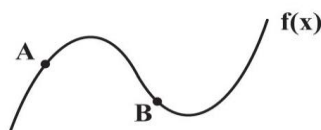
(۱)  $\frac{4}{3}$

(۲)  $-\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $-\frac{3}{4}$

۵- مجموع شیب‌های خطوط مماس در نقاط  $A$  و  $B$  برابر ۲ است. اگر اندازه شیب خط مماس در نقطه  $A$  دو برابر اندازه شیب خط مماس در نقطه  $B$  باشد، حاصل ضرب شیب‌های خطوط مماس در  $A$  و  $B$  چقدر است؟



(۱) -۸

(۲) -۴

(۳) -۶

(۴) ۸

۶- معادله خط مماس بر تابع  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  در مبدأ مختصات کدام است؟

(۴)  $y = -2x$

(۳)  $y = 2x$

(۲)  $y = -x$

(۱)  $y = x$

۷- در صورتی که  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} = \frac{5}{2}$  و مجموع مقادیر ممکن برای  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(1+h) - f(1)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{5}{2}$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱)  $\frac{5}{2}$

۸- از نقطه  $A(-1, 0)$  خطی مماس بر تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  رسم کرده‌ایم، عرض نقطه تماس کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $\sqrt{2}$

۹- در چند نقطه از نمودار تابع  $f(x) = |\sin 2x|$  در بازه  $(-\pi, 2\pi)$ ،  $f'(x) = 0$  است؟

(۴) ۵

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۳

۱۰- در صورتی که  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{4}{x^2}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$  چقدر است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۱- مجموع طول نقاطی که خط مماس بر نمودار تابع  $y = x^3 - kx^2 - k^2x$  موازی خط  $y = 4x - 1$  باشد، برابر ۲ است. حاصل ضرب طول‌های آن نقاط چقدر است؟

- (۱) -۴ (۲)  $-\frac{13}{3}$  (۳) -۳ (۴)  $-\frac{13}{9}$

۱۲- اگر  $f(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$  باشد، جواب‌های نامعادله  $f(x)f'(x) < f''(x)$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{2}{3}, 1)$  (۲)  $(-1, \frac{2}{3})$  (۳)  $(\frac{-2}{3}, \frac{-1}{3})$  (۴)  $(-1, \frac{-2}{3})$

۱۳- اگر  $(f+2)'(1) = 3$  و  $(f+f')(1) = -4$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = f^3(x)$  در نقطه  $x=1$  کدام است؟

- (۱) ۴۴۰ (۲) ۴۴۱ (۳) ۴۴۲ (۴) ۴۴۴

۱۴- اگر  $f(1) = f'(1) - 4 = 0$  باشند، مشتق تابع  $g(x) = f(x - f(\sqrt{x}))$  در  $x=1$  چقدر است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۵- خط  $2x + 3y = 6$  بر نمودار تابع متناوب و مشتق‌پذیر  $f(x)$  در نقطه‌ای به طول ۳ مماس است. اگر دوره تناوب تابع  $f(x)$  برابر ۲ باشد،

مقدار  $\frac{f'(3)+1}{f'(\delta)}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۶- شیب خط مماس بر تابع  $f(x) = \frac{|4x+3||-x|}{|4x|-1}$  در نقطه  $x = -\frac{7}{4}$  چقدر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{9}$

۱۷- مشتق راست تابع  $f(x) = |8 - x^3| (1 + \frac{1}{x})$  در  $x=2$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

۱۸- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x \geq 1 \\ \sqrt{x} - 1 & 0 < x < 1 \end{cases}$  روی بازه  $(0, +\infty)$  مشتق‌پذیر است.  $f'(2)$  چقدر است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۹- دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$  خطی‌اند، اختلاف آهنگ متوسط تابع  $(fg)(x)$  در بازه  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$  و آهنگ لحظه‌ای در نقطه  $x = \frac{1}{12}$  چقدر است؟

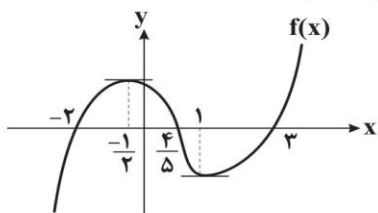
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۲۰- در صورتی که  $f(x) = (x^2 - 1)\sqrt[3]{x+1}$ ، حاصل  $f'(1) + f'(-1)$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt[3]{2}$  (۲)  $\sqrt[3]{2}$  (۳) ۱ (۴) صفر

۲۱- نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل زیر است. مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $f(x)f'(x) = -xf(x)f'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $1/1$  (۲)  $1/2$  (۳)  $1/3$  (۴)  $1/4$



۲۲- اگر  $\frac{f(2)+1}{f(2)-2} = 4$  باشد، حاصل  $3f'(2) - 5 = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-3}{h^2+h} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2 f^2(x) - 3f(x)}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{9}{4}$



۲۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(4)}{f(x)+x-f(4)-4} = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h)-f(4)}{2h}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

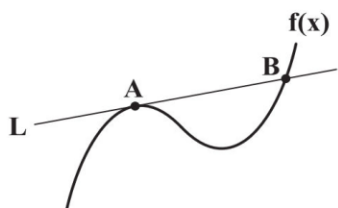
۲۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+x^3+1 & x=1 \\ x+x^2 & x \neq 1 \end{cases}$  و  $g(x) = (x^3-1)f(x)$  باشد،  $g'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۱

۲۵- اگر در تابع  $g(x) = x^3 + ax$ ،  $g'(1) = 3$  باشد،  $g'(1)g'(-1)$  چقدر است؟

- (۱) -۹ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۶- خط  $L$  بر تابع  $f(x)$  در نقطه  $A$  مماس شده است، اگر طول نقاط  $A$ ،  $B$  به ترتیب ۱ و ۵ باشند، حاصل  $4f'(1)+f(1)$  کدام است؟



(۱)  $f(5)$

(۲)  $f(1)$

(۳)  $4f(5)$

(۴)  $4f(1)$

۲۷- چند نقطه بر تابع  $y = x^3 + 3x^2 + 3x$  وجود دارد که مماس در آن‌ها موازی خط  $3x + 4y = 7$  باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۸- مشتق چپ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x}|1-x^3|}{1+x}$  در  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۲۹- معادله نیم‌مماس راست تابع  $f(x) = [-x]|16-x^2|$  در  $x=4$  کدام است؟

- (۱)  $y + 60x = 240$  (۲)  $40x - y = 160$  (۳)  $y - 40x = 160$  (۴)  $y + 40x = 160$

۳۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)+2x-6}{x^2-9} = 1$  باشد، مشتق تابع  $y = xf(3x)$  در  $x=1$  کدام است؟  $((3, 4) \in f(x))$

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

۳۱- فقط در یک نقطه از دامنه تابع  $f(x) = \sqrt[3]{mx^2 + \frac{x}{4}} - 1$  مشتق وجود ندارد، در همین نقطه معادله خط مماس کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $x=1$  (۲)  $x=4$  (۳)  $x=-2$  (۴)  $x=0$

۳۲- در صورتی که  $f(x) = (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1})^{1401}$  و  $g(x) = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1})^{1400}$  مقدار مشتق تابع  $h(x) = (fg)(x)$  در نقطه‌ای به طول ۲

چند برابر  $3^{1400}$  است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۳۳- دو تابع  $f(x) = x^2 + 1$  و  $g(x) = -x^2 + bx + c$  در نقطه‌ای به طول ۱ بر هم مماس‌اند. شیب خط مماس بر تابع  $g(x)$  در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۳۴- اگر خط مماس بر تابع  $g(x)$  در نقطه  $(1, 4)$  بر خط مماس بر تابع  $f(x)$  در نقطه‌ای به طول ۴ عمود باشد، با شرط

این‌که  $(f \circ g)(x) = 2\sqrt{x} + 3ax - 1$  مقدار  $a$  چقدر است؟

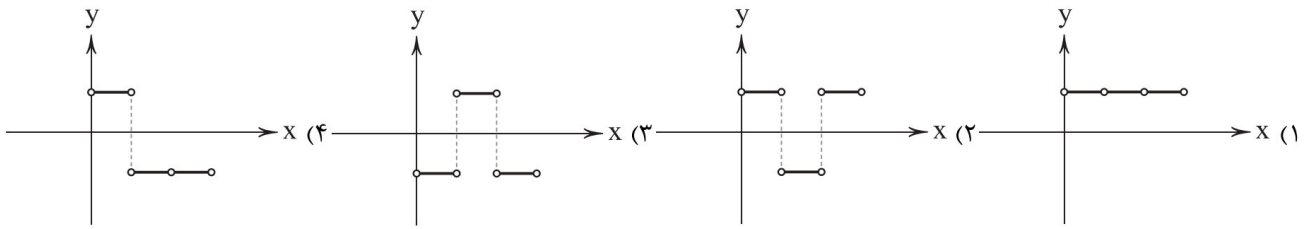
- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) ۱

۳۵- در صورتی که  $3f(2) = 2f'(2) = 6$  حاصل  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f^2(x) - 4x}{x^2 - 2x}$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰



۳۶- نمودار مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} x + [x] & 0 < x < 1 \\ |x - 2| & 1 \leq x < 3 \end{cases}$  کدام است؟



۳۷- خط مماس بر تابع  $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)^2}$  در نقطه‌ای به طول ۳- واقع بر آن محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{2}{6}$  (۳)  $\frac{5}{5}$  (۴)  $\frac{8}{8}$

۳۸- اگر  $f(x^2 - 4) = xg(2x + 1)$  و  $g(3) = g'(3) = 1$  باشد، مقدار  $f'(-3)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{5}{2}$

۳۹- در صورتی که  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = \frac{x}{f'(x)}$  به ازای  $x = 8$  کدام است؟

- (۱) -۲۲۱ (۲) ۲۲۱ (۳) -۱۱۲ (۴) ۱۱۲

۴۰- در کدام نقطه از منحنی  $y = \frac{1}{x^4}(x-1)^4 + \frac{1}{y}$  خط مماس بر منحنی، بر خط  $8y + x = 14$  عمود است؟

- (۱)  $(3, \frac{29}{y})$  (۲)  $(1, \frac{1}{y})$  (۳)  $(0, \frac{11}{28})$  (۴)  $(3, \frac{27}{y})$

۴۱- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \frac{x(x-4)+4}{[x]^2+a^2}$  در  $x=2$  مشتق پذیر است؟

- (۱) فقط  $a=1$  (۲) فقط  $a=-1$  (۳) هیچ مقدار  $a$  (۴) هر مقدار  $a$

۴۲- آهنگ متوسط تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  در بازه  $[1, 9]$  برابر آهنگ لحظه‌ای تابع در  $x=c$  است.  $c$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{38}$  (۲)  $\sqrt[3]{37}$  (۳)  $\sqrt[3]{36}$  (۴)  $\sqrt[3]{35}$

۴۳- در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} |x-1| & x \leq 1 \\ x^3+1 & x > 1 \end{cases}$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $f'(1) = 3$  (۲)  $f'(1) = -1$  (۳)  $f'_-(1) = -1$  (۴)  $f'_+(1) = -1$

۴۴- هر دو تابع  $f(x) = \frac{x^3}{3} + 4x + k$  و  $g(x) = 2x^2 - 1$  بر یک خط در یک نقطه مماس هستند، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{11}{3}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)  $\frac{3}{11}$  (۴)  $-\frac{3}{11}$

۴۵- شیب خط مماس بر تابع  $f(x) = x^2 \log_e x - 2 \log_e x$  در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۶- اگر  $f(x) = \sqrt{x} + 3x + \sin 4$  باشد، مقدار  $f''(16)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{256}$  (۲)  $-\frac{1}{256}$  (۳)  $\frac{1}{512}$  (۴)  $-\frac{1}{512}$

۴۷- اگر  $f'(x) = \sin \frac{\pi x}{4} + \log_e x$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{2 \cdot h}$  کدام است؟

- (۱)  $0/52$  (۲)  $0/25$  (۳)  $0/2$  (۴)  $0/1$

۴۸- تابع چندجمله‌ای  $f(x)$  را بر  $x^3 + x + 1$  تقسیم کرده‌ایم، خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب  $x-2$  و  $kx^2 + x + k$  به دست آمده است. اگر باقی‌مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x-1$  برابر ۸ باشد،  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۳۲ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۴۹- اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3+1}}$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = \frac{1}{f^2(x)}$  کدام است؟

- (۱)  $3x^2$  (۲)  $2x^3$  (۳)  $1+x^3$  (۴)  $1+3x^2$

۵۰- در صورتی که  $f(x) = 2x + 3$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = f(xf(x)) + f(\frac{x}{f(x)})$  در نقطه  $x=2$  چقدر از ۲۲ بیشتر است؟

- (۱)  $\frac{6}{49}$  (۲)  $\frac{6}{47}$  (۳)  $\frac{5}{49}$  (۴)  $\frac{8}{49}$

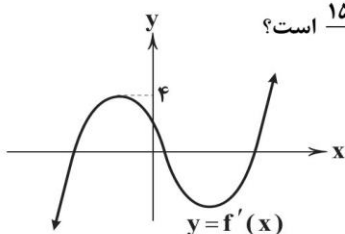
۵۱- اگر  $f$  و  $g$  روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشند و همچنین  $7 = f'(2) + 4 = g'(2) + 3 = f'(4) + 5 = g'(4) + 3$ ، مشتق تابع  $h(x) = (f \circ g)(x)$  در  $x=2$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۶

۵۲- اگر  $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$  باشد،  $(f^{-1})'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $(x-2)^2$  (۲)  $(x-2)^{-2}$  (۳)  $-(x-2)^{-2}$  (۴)  $-(x-2)^2$

۵۳- اگر نمودار تابع  $f'(x)$  به صورت شکل زیر باشد، در چند نقطه از تابع  $f(x)$  شیب خط مماس برابر  $\frac{15}{4}$  است؟



- (۱) ۳  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) ۱

۵۴ - کدام تابع در  $x=2$  گوشه‌دار است؟

$$m(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 2 \\ 2x & x > 2 \end{cases} \quad h(x) = |x-2|[-x] \quad g(x) = |x+2|[x] \quad f(x) = |x-2|\sqrt{x-2}$$

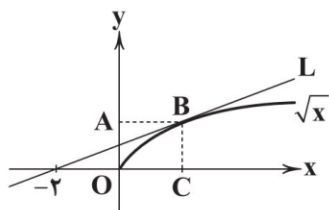
۵۵ - اگر خط  $\Delta$  با شیب ۳ در نقطه  $(2, 5)$  بر تابع  $g(x)$  مماس باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{5 - g(x)}$  کدام است؟

(۱)  $-36$  (۲)  $36$  (۳)  $4$  (۴)  $-4$

۵۶ - خط گذرا از دو نقطه  $A(3, -1)$  و  $B(2, -4)$  بر تابع  $f(x)$  در نقطه‌ای به عرض ۲۰ مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{f^2(x) - 20f(x)}{2x - 20}$  کدام است؟

(۱)  $10$  (۲)  $20$  (۳)  $30$  (۴)  $15$

۵۷ - خط  $L$  طبق شکل زیر در نقطه  $B$  بر تابع  $\sqrt{x}$  مماس است. مساحت مستطیل  $OABC$  کدام است؟



(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4$

۵۸ - تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x^2 & x \geq 1 \\ 4x + 2b & x < 1 \end{cases}$  در  $x=1$  مشتق‌پذیر است. مقدار  $\frac{f(0)}{f'(2)}$  چقدر است؟

(۱)  $-\frac{7}{36}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۵۹ - اگر  $f\left(\frac{x+2}{x-3}\right) = \frac{2x-6}{x+2} + \frac{3x+6}{x-3}$  باشد، آنگاه  $f'(1)$  برابر است با:

(۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۶۰ - اگر  $f$  و  $g$  توابعی مشتق‌پذیر و  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = -8$  و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3) - g(h+3)}{h} = 3$  و  $f(x+1) = g(x) + h(x) - x$  باشند، آنگاه  $h'(3)$  برابر است با:

(۱)  $-7$  (۲)  $-6$  (۳)  $-5$  (۴)  $-4$

۶۱ - اگر  $f(a) = 2$  و  $f'(a) = 1$  و  $g(a) = -1$  و  $g'(a) = -2$  باشند، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)f(a) - g(a)f(x)}{x - a}$  برابر است با:

(۱)  $2$  (۲)  $-3$  (۳)  $-2$  (۴)  $3$

۶۲ - اگر  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$  باشد، آنگاه  $f''(\sqrt{2})$  برابر است با:

(۱)  $120$  (۲)  $100$  (۳)  $90$  (۴)  $60$

۶۳ - اگر  $f$  تابعی مشتق‌پذیر و  $2x^4 - x^3 + mx^2 + nx + p = (x-3)f(x)$  و  $f'(3) = 95$  باشد، آنگاه مقدار  $m$  برابر است با:

(۱)  $-1$  (۲)  $-2$  (۳)  $-3$  (۴)  $-4$